네트워크 게임의 配分規則과 그 特性에 관한 研究[1]

錢英燮 · 許恩禎

네트워크 게임에서 경기자들은 다른 경기자들과 형성한 링크(link)들로부터 價値(value)를 창출하게 되며, 配分規則(allocation rule)에 따라 이를 나누어 가진다. 이 논문에서는 네트워크 게임에서 사용되고 있는 마이어슨 밸류(Myerson value), 포지션 밸류(position value), 平等規則(egalitarian rule) 등의 배분규칙들을 소개하고 그 특성을 파악하여 보도록 한다.

1. 머리말

네트워크 게임에서 경기자들은 다른 경기자들과 링크(link)를 형성함으로써 價値(value)를 창출하며, 配分規則(allocation rule)에 따라 이를 나누어 가지게 된다. 이 논문에서는 네트워크 게임에서 제시된 배분규칙들을 소개하고 그 특성에 대해 살펴보도록 한다.

聯合形 게임(coalitional form game)은 경기자들 일부가 聯合(coalition)을 형성하여 공동의 이익을 추구하며, 이를 연합 내의 경기자들이 나누어 가진다고 상정한다. 연합형 게임에서 가장 잘 알려져 있는 배분규칙은 Shapley(1953)에 의해 제안된 샤플리 밸류(Shapley value)로, 이후 그 특성에 대해 다양한 연구가 이루어졌다.[2] Myerson(1977)은 경기자들이 연합을 형성하였더라도 그 연합 내에서 경기자들이 연결되어 있는지 또는 그렇지 않은지를 감안한 通信게임(communication game)을 제시한 후, 샤플리 밸류를 확장한 마이어슨 밸류를 소개하고 이를 특성화하였다. 즉, 通信게임에서 價値函數는 聯合形 게임에서처럼 연합에 대해 정의되나, 연합 내의 경기자들이 서로 연결되어 있는지를 반영하여 價値를 결정하게 된다. 한편, Jackson and Wolinsky(1996)는 연합 형성에 있어 그 구성원들 간의 연결구조까지 반영한 네트워크 게임(network game)을 소개한 후 마이어슨 밸류를 적용하였다. 네트워크 게임에서는 價値函數가 네트워크에 대해 정의되기 때문에, 연합이 연결되어 있는지 뿐만 아니라 어떻게 연결되어 있는지도 가치함수에 반영한다. 한편, Borm *et al.*(1992)에서는 경기자 대신 링크를 중심으로 배분방식을 규정한 포지션 밸류를 제시하

(1) 본 논문은 수암장학 문화재단의 지원으로 이루어졌음.
(2) 보다 자세한 내용은 전영섭(1991) 참조.

였다. 이 논문에서는 이러한 마이어슨 밸류, 포지션 밸류, 그리고 平等規則 등을 소개한 후, 그 특성에 대한 기존의 연구를 정리하도록 한다.

이 論文의 構成은 다음과 같다. 제2장에서는 네트워크 게임의 주요 개념과 모형을 소개하고, 價値函數와 配分規則 등을 정의한다. 제3장에서는 배분규칙들을 소개한 후, 이들의 특성을 살펴본다. 제4장에서는 이 논문의 한계를 논의함으로써 맺음말을 대신한다.

2. 네트워크 게임

이 장에서는 네트워크 게임의 주요 구성요소들을 소개한 다음, 네트워크가 창출해내는 가치를 나타내는 價値函數(value function), 그리고 그 가치를 경기자들에게 배분하는 配分規則(allocation rule) 등을 정의하도록 한다.

2.1. 네트워크 게임의 構成

경기자 집합을 $N = \{1, \cdots, n\}$으로 두며, 이러한 경기자들의 집합이 고정되어 있다고 가정하고, 더 나아가서 각 경기자들을 하나의 점(node)으로 표시한다. 네트워크(또는 그래프) g는 각 경기자들의 쌍이 형성하고 있는 링크(연결고리)들의 집합이다. 네트워크 게임에서 링크는 方向性이 있는(directed) 링크와 方向性을 갖지 않는(undirected) 링크로 나누어 분석이 가능한데, 이 논문에서는 후자에 한정하도록 한다. 경기자 i와 j가 형성하고 있는 링크를 ij 또는 ji로 나타내고, $ij \in g$는 두 경기자가 네트워크 g하에서 직접 연결되어 있음을 의미한다.

모든 경기자들이 서로 링크를 형성하고 있을 때의 네트워크를 g^N이라 나타내고, 이를 完全 네트워크(complete network)라 한다. 경기자 집합 N으로 형성 가능한 모든 네트워크 집합은 $G = \{g \mid g \subseteq g^N\}$으로 나타낸다.

별 네트워크(star network)는 한 競技者(central player)를 중심으로 다른 모든 경기자들이 그 중심의 경기자와 링크를 하나씩 형성하고 있는 경우를 말한다. 즉, 모든 경기자가 연결되어 있는 $g \subseteq g^N$에서 모든 $jk \in g$에 있어 $j = i$ 또는 $k = i$임을 충족시키는 경기자 $i \in N$가 존재하는 경우, 이러한 g를 경기자 i를 중심으로 하는 별 네트워크라고 한다.

한편, 모든 네트워크 g와 모든 ij에 대해 $g - ij$는 g에서 ij를 제거한 네트워크를, $g + ij$는 g에 ij를 더한 네트워크를 나타낸다. 네트워크 g에서 적어도 하나의 링크를 형성하고 있는 競技者들의 集合을 $N(g)$, 즉 $N(g) = \{i \in N \mid \exists j \in N \text{ s.t. } ij \in g\}$이고, 이 집합의 크기를 $n(g)$로 둔다. 주어진 네트워크 g에 대해서 두 경기자 i_1과 i_n이 일련의 링크를 통하여 서로 연결되어 있을 때, 이 두 경기자를 잇는 링크들을 $1 \leq k \leq n-1$인 k에 대해 $i_k i_{k+1}$라고 두면, i_1

과 i_n 사이의 經路(path)는 $\{i_1i_2, i_2i_3, \cdots, i_{n-1}i_n\} \subseteq g$로 정의된다.

네트워크 g의 부분집합 g'에 대해, g'를 구성하는 경기자 $i \in N(g')$은 서로 연결되어 있는 반면, $N(g')$ 밖의 경기자들과는 단절되어 있는 경우 g'을 g의 要素(component)라고 하며, g의 모든 요소들의 집합을 $C(g)$로 둔다. 예를 들어, $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$이고 $g = \{12, 34, 45\}$인 네트워크에서 $\{12\}$와 $\{34, 45\}$는 g를 구성하는 두 要素이며, $C(g) = \{\{12\}, \{34, 45\}\}$이다.

2.2. 價値函數와 配分規則

네트워크의 價値函數 $v : G \to \mathbb{R}$는 네트워크 g의 가치를 나타내며, 모든 가능한 가치함수들의 집합을 V로 표시한다. 네트워크 $g \subseteq g^N$가 效率的(efficient)이라고 함은 모든 $g' \subseteq g^N$에 대해 $v(g) \geq v(g')$임을 의미한다.

한편, 가치함수 v가 要素 加算的(component additive)이라 함은 모든 네트워크 $g \in G$에 대해 $v(g) = \sum_{g' \in C(g)} v(g')$임을 의미한다. 즉, 네트워크의 가치는 그것을 구성하고 있는 요소들의 가치를 단순히 합함으로써 나타낼 수 있다는 것이며, 이는 동시에 한 요소의 가치가 다른 요소들에 의해 영향받지 않는다는 것을 의미한다.

價値函數가 네트워크가 만들어내는 가치를 나타내는 반면, 配分規則 $Y : G \times V \to \mathbb{R}^{|N|}$는 그 가치를 경기자들 사이에 분배하는 방식을 규정한다. 즉, $Y_i(g, v)$는 네트워크 g와 가치함수 v가 주어졌을 때 경기자 i에게 돌아가는 몫을 나타낸다.

배분규칙이 均衡性(balance)을 만족한다고 함은 모든 가치함수 v와 그래프 g에 있어 $\sum_{i \in N(g)} Y_i(g, v) = v(g)$임을 의미한다. 이는 그래프가 형성하고 있는 가치가 경기자들에게 전부 나누어지기를 요구한다.

한편, 要素 均衡性(component balance)은 어떤 요소가 생산해낸 가치가 그 요소의 경기자들에게 전부 배분되기를 요구한다. 즉, 모든 요소 가산적인 가치함수 v와 모든 네트워크 $g \in G$, 그리고 모든 요소 $g' \in C(g)$에 있어 $\sum_{i \in N(g')} Y_i(g, v) = v(g')$임을 요구한다. 要素 均衡性은 均衡性보다 더 강한 조건이며, 만약 가치함수 v가 요소 균형성을 충족시키나 요소 가산성을 충족시키지 않으면, 이러한 가치함수는 균형성을 위배하게 됨을 쉽게 확인할 수 있다.

例 1: 連結模型(connections model) [Jackson and Wolinsky(1996)]

連結模型은 개인들이 서로 간에 통신을 하고 있는 상황을 나타낸다. 연결모형에 참여하는 경기자들은 그들과 직접적으로 연결된 사람들로부터 효용을 얻을 뿐만 아니라, 여러 사람을 거쳐 간접적으로 연결된 사람들로부터도 효용을 얻는다. 이때 다른 사람과 연결

됨으로써 얻는 가치는 그들 간의 거리가 멀어짐에 따라 감소한다. 경기자들이 직접적으로 링크를 형성할 때만 비용이 든다고 가정하는데, 경기자 i가 j와 링크를 형성할 때 드는 비용을 c_{ij}로 표시한다. 한편, $w_{ij} \geq 0$는 경기자 i가 경기자 j에 대해 가지는 內在的 價値(intrinsic value)를 나타낸다. 각 경기자들이 다른 경기자들과 직간접적인 연결로 얻는 효용은 두 경기자 간의 거리에 따라 달라지게 되는데, 경기자 i와 j 사이의 최단거리를 t_{ij}라 했을 때, 그 거리에 따라 $0 < \delta < 1$의 등비로 감소한다고 가정한다. i와 j가 서로 연결되지 않았을 때에는 $t_{ij} = \infty$로 정의한다. 따라서 경기자 i는 j로부터 $\delta^{t_{ij}} w_{ij}$만큼의 효용을 얻으며, 임의의 경기자 i가 네트워크 g로부터 얻는 효용 $u_i(g)$은

$$u_i(g) = w_{ii} + \sum_{j \neq i} \delta^{t_{ij}} w_{ij} - \sum_{j:ij \in g} c_{ij}$$

가 된다. 네트워크 g의 가치는 각 경기자들의 효용의 합, 즉 $v(g) = \sum_{i \in N} u_i(g)$로 정의한다. 특히 모든 ij에 대해 $c_{ij} = c$이고 $w_{ij} = 1$인 경우를 對稱的(symmetric)인 連結模型이라 한다. 네트워크의 배분규칙이 $Y_i(g) = u_i(g)$인 경우, 경기자 집합 $N = \{1, 2, 3\}$가 네트워크 $g = \{12, 23\}$를 형성하고 있다면, 대칭적인 연결모형에서 각 경기자들의 보수는 $Y_1(g) = \delta + \delta^2 - c$, $Y_2(g) = 2\delta - 2c$, 그리고 $Y_3(g) = \delta + \delta^2 - c$로 나타낼 수 있다. ■

2.3. 匿名性

경기자들을 대상으로 한 치환함수 $\pi : N \to N$와 네트워크 $g \in G$가 주어졌을 때, $g^{\pi} \equiv \{\pi(i)\pi(j) \mid ij \in g\}$는 경기자들의 위치는 바뀌었으나 그 형태는 그대로 유지되고 있는 네트워크를 의미한다. 이때, 가치함수 v가 匿名性(anonymity)을 만족한다고 함은 어떠한 치환함수 π와 어떠한 네트워크 $g \in G$에 대해서도 $v(g^{\pi}) = v(g)$를 충족시킴을 의미한다. 즉, 어떤 경기자가 네트워크를 구성하든 그 모양이 중요하다는 것이다.

마찬가지로, 配分規則 Y가 匿名性을 만족한다는 것은 모든 가치함수 v, 모든 네트워크 g, 그리고 모든 치환함수 π에 대해서도 $Y_{\pi(i)}(g^{\pi}, v^{\pi}) = Y_i(g, v)$임을 의미한다. 이는 네트워크에서 경기자가 차지하고 있는 위치가 중요할 뿐 그 경기자의 이름(label)은 중요하지 않다는 것이다.

2.4. 安定性

네트워크의 安定性을 분석하기 위해 Jackson and Wolinsky(1996)는 相互安定性(pairwise stability)을 제시하였다. 이는 (i) 모든 $ij \in g$에 있어 $Y_i(g, v) \geq Y_i(g - ij, v)$이고 $Y_j(g, v) \geq Y_j(g - ij, v)$, (ii) 모든 $ij \notin g$에 있어 $Y_i(g, v) < Y_i(g + ij, v)$이면, $Y_j(g, v) > Y_j(g + ij, v)$가 충족되는 경우

네트워크 g가 價値函數 v와 配分規則 Y에 대해 相互安定的이라고 정의한다. 만약 (i)을 만족시키지 않는 경우, $g-ij$가 g보다 우월하다고 하고, (ii)를 만족시키지 않는 경우 $g+ij$가 g보다 우월하다고 한다.

例 2: 네트워크의 相互安定性 〔Jackson(2004)〕

경기자 집합 $N=\{1,2,3,4\}$이 형성하는 네트워크에서 경기자들의 보수는 다음과 같이 주어져 있다.

$g^1=\emptyset$일 때, 모든 $i\in N$에 대해 $Y_i(g^1)=0$;

$g^2=\{ij\}$일 때, $Y_i(g^2)=Y_j(g^2)=7,\ Y_k(g^2)=Y_l(g^2)=0$;

$g^3=\{ij, jk\}$일 때, $Y_i(g^3)=Y_k(g^3)=11,\ Y_j(g^3)=6,\ Y_l(g^3)=0$;

$g^4=\{ij, jk, kl\}$일 때, $Y_i(g^4)=Y_l(g^4)=13,\ Y_j(g^4)=Y_k(g^4)=8.$

어떤 링크도 형성하지 않은 네트워크의 경우, 경기자 1과 2가 링크 12를 형성하면 서로의 보수를 높일 수 있기 때문에 상호안정적이지 않다. 그들 간에 링크를 형성하여 네트워크 {12}가 된다 하더라도 다시 경기자 3과 4가 링크를 형성할 여지가 있으므로 이 네트워크 역시 상호안정적이지 않다. 즉, 네트워크 {12, 34}는 {12}보다 우월하다. 하지만 {12, 34}가 형성되더라도 다시 경기자 2와 3은 링크 23을 형성할 유인을 가진다. 그러나 이 경우 다시 경기자 3이 4와의 링크를 끊어서 이득을 볼 수 있다. 이와 같은 과정을 반복하면 이러한 배분규칙하에서 g^2는 g^1보다, g^3는 g^2보다 우월하며 $\{g^2, g^3, g^4, g^3, g^2\}$에서 각 네트워크는 순환적으로 바로 앞의 네트워크보다 우월하므로 相互安定的인 네트워크가 존재하지 않음을 알 수 있다. ■

例 2에서 보는 바와 같이 상호안정성에 따라 네트워크가 변화하기도 하는데 Jackson and Watts(2002)에서는 이를 네트워크의 動的인 變化(dynamics of network formation)라고 정의하며, 그 과정을 改善經路(improving path)라고 지칭하였다. 개선경로에 따라 더 이상의 변화할 유인이 없는 경우 安定狀態(stable state)라고 하는데, 위의 例에서처럼 개선경로가 循環(cycle)할 수도 있다.

2.5. 安全性과 效率性의 關係

이제 네트워크가 상호안정성과 효율성을 동시에 충족시킬 수 있는지에 대해 살펴보도록 한다. 하지만 定理 1에서 보여 주듯이 안정성과 효율성이 양립하기는 어렵다.

定理 1 〔Jackson and Wolinsky(1996)〕: $|N| \geq 3$일 때, 익명성과 요소 균형성을 충족시키고 각 v에 대하여 적어도 하나의 효율적인 네트워크를 상호안정적이도록 하는 배분규칙 Y는 존재하지 않는다.

이 定理에서 익명성과 요소 균형성도 중요한 역할을 하는데, 익명성과 요소 균형성 중 적어도 하나를 포기한다면, 안정성과 효율성을 동시에 만족시킬 수 있다. 요소 균형성을 포기하는 경우, 3.3절에서 살펴볼 平等規則(egalitarian rule), 즉 네트워크의 총 가치를 경기자들이 균등하게 나누어 가지는 방식이 나머지 세 조건을 만족시키는 배분규칙으로 제시될 수 있다. 한편, 익명성을 포기하는 경우는 Dutta and Mutuswami(1997)가 보여 준 바와 같이 효율적인 네트워크가 상호안정적이면서 동시에 요소 균형성을 만족시키도록 배분규칙 Y를 정의할 수 있다.

3. 네트워크 게임의 配分規則과 그 特性

이제 네트워크 게임에서 배분규칙으로 사용되고 있는 마이어슨 밸류, 포지션 밸류, 평등규칙, 그리고 Jackson(2005)에 의해 소개된 새로운 배분규칙을 소개하고 그 특성에 대해 살펴보도록 한다.

3.1. 마이어슨 밸류와 그 特性

네트워크를 감안한 대표적인 配分規則으로는 Myerson(1977)이 샤플리 밸류를 네트워크 게임에 응용한 마이어슨 밸류를 들 수 있다. Myerson은 價値函數를 샤플리 밸류에서처럼 聯合에 대해서 정의하였으나, 그 가치함수에 그 연합의 구성원들이 서로 연결되었는지를 반영하였다. 그는 이러한 상황을 通信狀況(communication situation)으로 정의하였으며, 여기에 샤플리 밸류를 적용하여 이를 특성화하였다. 이 경우 경기자들이 연결되어 있는지의 여부는 반영되나 그들이 연결되어 있는 구조는 반영되지 못한다. 따라서 Jackson and Wolinsky(1996)는 가치함수를 연합 대신 네트워크 g에 대해 정의함으로써 네트워크의 구조를 마이어슨 밸류에 반영하고, 이러한 상황을 네트워크 게임(network game)이라 하였다. 이 논문에서는 네트워크 게임에서의 마이어슨 밸류를 정의하고 특성화하겠다.

연합 $S \subseteq N$에 대해 $g|s$를 S 내에 있는 경기자들 간의 링크만으로 구성된 g의 하부네트워크, 즉, $g|s = \{ij \mid ij \in g \text{ and } i \in S, j \in S\}$로 두면, 경기자 i의 마이어슨 밸류 Y_i^{MV}는 다음과 같이 정의된다.

$$Y_i^{MV}(g,v) = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} (v(g|_{S \cup \{i\}}) - v(g \mid s)) \frac{|S|!(|N|-|S|-1)!}{|N|!}$$

例 3에서는 이러한 마이어슨 밸류를 계산하여 보도록 한다.

例 3: 네트워크 게임의 마이어슨 밸류

경기자 집합 $N = \{1, 2, 3\}$이 $g = \{12, 13, 23\}$을 형성하고 있으며, 가치함수 $v(g)$가 $v(\emptyset) = 0$; $v(\{13\}) = v(\{23\}) = 6$; $v(\{12\}) = v(\{12, 13\}) = v(\{12, 23\}) = v(\{13, 23\}) = v(\{12, 13, 23\}) = 12$로 주어져 있다. 이 네트워크하에서 마이어슨 밸류에 따라 경기자 1의 보수를 계산해 보도록 한다. 우선 세 명의 경기자가 네트워크에 참여하는 순서는 총 123, 132, 213, 231, 312, 321의 6가지다. 경기자 1이 참여했을 때 이미 참여한 경기자들의 연합으로부터 추가적으로 얼마만큼의 가치를 창출해내는지 계산하고, 이를 1/6의 확률로 가중합하면 마이어슨 밸류를 구할 수 있다. 즉, (1/6)(0 + 0 + 12 + 6 + 6 + 6) = 5이 경기자 1의 보수이다. 네트워크 게임에서의 마이어슨 밸류의 정의에 따라 계산하면,

연합	$v(g\|_{S\cup\{1\}}) - v(g\|s)$;	$\frac{\|S\|!(\|N\|-\|S\|-1)!}{\|N\|!}$
$S = \emptyset$;	$v(\emptyset) - v(\emptyset) = 0 - 0 = 0$;	$\frac{2!}{3!}$
$S = \{2\}$;	$v(\{12\}) - v(\emptyset) = 12 - 0 = 12$;	$\frac{1}{3!}$
$S = \{3\}$;	$v(\{13\}) - v(\emptyset) = 6 - 0 = 6$;	$\frac{1}{3!}$
$S = \{2,3\}$;	$v(\{12,13,23\}) - v(\{23\}) = 12 - 6 = 6$;	$\frac{2!}{3!}$

으로부터 $Y_1^{MV} = 12 \cdot (1/6) + 6 \cdot (1/6) + 6 \cdot (1/3) = 5$이다. 마찬가지 방법으로 나머지 경기자들의 보수도 계산하여 보면 경기자들은 $Y^{MV} = (5, 5, 2)$만큼 배분받는다. ■

Jackson and Wolinsky(1996)는 동등교섭력을 도입하여 마이어슨 밸류를 특성화하였다. 배분규칙 Y가 동등교섭력을 충족시킨다는 것은, g에 속하는 임의의 링크 ij를 제거할 때, 그 링크와 직접적으로 연관된 경기자 i와 j의 보수의 변화분이 동일하다는 것을 의미한다.

同等交涉力(equal bargaining power) : 모든 요소 가산적인 가치함수 v와 모든 네트워크 $g \in G$에 대해, $Y_i(g) - Y_i(g - ij) = Y_j(g) - Y_j(g - ij)$이다.

이 공리를 이용하여 Jackson and Wolinsky(1996)는 마이어슨 밸류를 다음과 같이 특성화하였다.

定理 2 [Jackson and Wolinsky(1996)] : 마이어슨 밸류는 모든 네트워크 $g \in G$와 요소 가산적인 가치함수 v에 있어, 要素 均衡性과 同等交涉力을 만족하는 유일한 배분규칙이다.

이제 마이어슨 밸류를 네트워크 게임에서 계산하여 이것이 요소 균형성과 동등교섭력을 만족시킴을 살펴보자.

例 4: 마이어슨 밸류의 要素 均衡性과 同等交涉力

경기자 집합과 이들이 형성하고 있는 네트워크, 그리고 네트워크의 가치함수가 例 3에서처럼 주어졌을 때, 마이어슨 밸류가 요소 균형성과 동등교섭력을 충족함을 살펴보도록 한다. 우선 이 게임에서 $C(g) = \{\{12, 13, 23\}\}$으로 전체 경기자가 하나의 요소를 형성하고 있다. 마이어슨 밸류는 $Y^{MV} = (5, 5, 2)$였으며, 모든 경기자들의 보수의 합은 12로 그들이 형성하고 있는 요소의 가치와 동일함을 확인할 수 있다. 다음으로 마이어슨 밸류가 동등교섭력을 충족시키는지를 살펴보자. 각 경기자들이 맺을 수 있는 모든 짝을 살펴보도록 한다. 우선 경기자 1과 2의 경우, 링크 12가 제거되면 각 경기자들의 보수는 $Y_1^{MV}(\{12, 13, 23\}) - Y_1^{MV}(\{13, 23\}) = 5 - 3 = 2$, $Y_2^{MV}(\{12, 13, 23\}) - Y_2^{MV}(\{13, 23\}) = 5 - 3 = 2$로 동일하게 변화한다. 경기자 2와 3의 경우에도 $Y_2^{MV}(\{12, 13, 23\}) - Y_2^{MV}(\{12, 13\}) = 5 - 4 = 1$, $Y_3^{MV}(\{12, 13, 23\}) - Y_3^{MV}(\{12, 13\}) = 2 - 1 = 1$이고, 경기자 1과 3의 경우도 그 변화분이 1임을 확인할 수 있다.

역으로, 요소 균형성과 동등교섭력을 만족시키는 배분규칙이 마이어슨 밸류와 일치함을 이 例를 통하여 살펴보도록 한다. 우선 그래프 {12}에서는 同等交涉力에 의해 $Y_1(\{12\}) - Y_1(\emptyset) = Y_2(\{12\}) - Y_2(\emptyset)$이므로 $Y_1(\{12\}) = Y_2(\{12\})$이다. 한편, 要素 均衡性에 의해 이 두 보수의 합은 12가 되어야 하므로 $Y_1(\{12\}) = Y_2(\{12\}) = 6$이다. 다른 경기자들에 대해서도 $Y_2(\{23\}) = Y_3(\{23\}) = Y_1(\{13\}) = Y_3(\{13\}) = 3$임을 알 수 있다. 다음으로 두 개의 링크가 존재하는 네트워크의 경우에도 비슷한 과정을 통해 $Y^{\{12, 23\}} = (4, 7, 1)$, $Y^{\{12, 13\}} = (1, 7, 4)$ 그리고 $Y^{\{13, 23\}} = (5, 5, 2)$임을 알 수 있다. 마지막으로 실제 경기자들이 형성하고 있는 네트워

크 $g = \{12, 13, 23\}$에 대해 동등교섭력과 요소 균형성을 적용하면 $Y_1(g) = Y_2(g) = Y_3(g) + 3$이어야 하므로 이를 만족시키는 보수는 $Y(g) = (5, 5, 2)$이고, 이는 마이어슨 밸류의 보수와 일치하게 된다. ■

마이어슨 밸류는 네트워크가 형성되어 있는 상황에서 네트워크가 더 이상 변하지 않는다는 가정하에 경기자들의 보수를 결정하게 된다. 한편 Jackson(2005)은 네트워크가 주어지지만 다른 네트워크로 변할 수 있는 경우, 다른 네트워크의 가치까지 감안하여 네트워크의 가치를 배분하여야 한다고 주장하였다. 만약 네트워크를 고정된 것으로 간주하는 경우, 마이어슨 밸류를 계산할 때 경기자의 연합 S에 국한된 $g|_S$를 이용하는 것은 설득력이 없다는 것이다. 다음의 例에서 마이어슨 밸류가 가치함수의 차이를 적절하게 반영하지 못할 수도 있다는 것을 보여 주고자 한다.

例 5: 마이어슨 밸류가 價値函數의 차이를 반영하지 못하는 경우 〔Jackson(2003)〕

경기자 집합이 $N = \{1, 2, 3\}$으로 주어지고, 이들 사이에 $g = \{12, 23\}$의 네트워크가 형성되어 있다. 가치함수는

$$v^1(\{12\}) = v^1(\{23\}) = v^1(\{12, 23\}) = 1$$

이며, 다른 네트워크의 가치는 0으로 가정한다. 한편 또 다른 가치함수 v^2는 하나 이상의 링크가 형성된 네트워크에 대해서는 1의 가치를, 그 외 네트워크에 대해서는 0의 가치를 준다고 가정한다. 이때 각 가치함수에 대해 Y^{MV}를 구해보면 v^1과 v^2하에서 동일하게 $Y^{MV} = (\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6})$로 얻어진다. 한편, 경기자들이 네트워크 $g = \{12, 23\}$을 형성했을 때 이 네트워크가 창출해내는 가치를 잘 살펴보면, v^1하에서는 경기자 2가 다른 경기자들에 비해 가치창출에 더 중요한 위치에 있으나, v^2하에서는 모든 경기자가 네트워크 상에서 동등한 지위를 갖고 있음을 알 수 있다. 그럼에도 불구하고 마이어슨 밸류는 v^2하에서도 경기자 2에게 다른 경기자들보다 더 높은 보수를 배분하고 있다. ■

이와 함께 Jackson(2005)은 마이어슨 밸류의 要素 均衡性에 대해서도 비판하고 있다. 요소 균형성이 충족되지 않으면 하나의 요소에 속해 있는 경기자들이 그들이 구성하고 있는 요소의 가치보다 더 적은 가치를 배분받으므로 전체 네트워크에서 벗어나 그들끼리 하나의 네트워크를 형성함으로써 더 큰 보수를 받을 수 있다. 하지만 요소 균형성이 일

부 경기자들의 聯合的인 離脫行爲(coalitional deviation)를 방지하기 위해 필요한 조건이라면, 요소뿐 아니라 다른 모든 가능한 경기자들의 연합에 대해서도 이탈적 행위의 유인이 있는지 살펴야 한다. 그러므로 코어(core)가 보다 더 합리적인 요구조건이라는 것이다.

3.2. 포지션 밸류와 그 特性

마이어슨 밸류가 네트워크 게임에서 경기자들을 중심으로 네트워크의 가치를 배분하였다면, Borm *et al.*(1992)이 소개한 포지션 밸류(position value)는 링크들을 중심으로 하여 가치를 배분한다.

먼저 네트워크 g에서 경기자 i가 형성한 모든 링크들의 집합을 $g_i = \{ij \mid ij \in g \text{ and } j \in N\}$으로 나타낸다. 이에 따라 링크를 중심으로 한 가치함수를 모든 $g \subseteq g^N$에 대해 $r^v(g) = \sum_{c \in C(g)} v(c)$로 정의하면 네트워크 게임에서의 포지션 밸류 Y^P는

$$Y_i^P = \sum_{ij \in g_i} \frac{1}{2} Y_{ij}^{MV}(g, r^v|_g)$$

로 정의된다. 이제 다음의 例에서 포지션 밸류를 계산하여 보도록 한다.

例 6: 포지션 밸류

경기자 집합이 $N = \{1, 2, 3\}$으로 주어지고, 이들이 네트워크 $g = \{12, 13, 23\}$을 형성하고 있으며, 가치함수가 例 3에서와 같이 주어졌다고 하자. 포지션 밸류를 구하기 위해 네트워크 g하에서 경기자들이 형성하고 있는 링크 12, 13, 그리고 23을 a, b, c로 나타내자. $|g|$를 네트워크 g의 링크의 개수라고 할 때, 가치함수 $r^v(g)$는

$$r^v(g) = \begin{cases} 0, & |g| = 0\text{일 때;} \\ 6, & g \in \{\{b\}, \{c\}\}\text{일 때;} \\ 12, & g \in \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}\text{일 때,} \end{cases}$$

로 정의된다. 이들 링크 a, b, c를 경기자로 간주하여 가치함수 r^v하에서의 마이어슨 밸류를 구하면, a의 마이어슨 밸류는 (1/6)(12 + 12 + 6 + 6 + 0 + 0) = 6이고, b와 c의 마이어슨 밸류는 각각 (1/6)(0 + 0 + 6 + 6 + 0 + 6) = 3, (1/6)(0 + 0 + 0 + 6 + 6 + 6) = 3이다. 이를 이용하여 포지션 밸류를 구해보면

$$Y_1^P = \frac{1}{2}(Y_a^{MV} + Y_b^{MV}) = \frac{1}{2}(6+3) = 4.5,$$

$$Y_2^P = \frac{1}{2}(6+3) = 4.5, \quad P_3 = \frac{1}{2}(3+3) = 3$$

이다. 즉, 이 게임에서 포지션 밸류에 따라 분배한 경기자들의 보수는 $Y^P = (4.5, 4.5, 3)$이 된다. ■

이러한 포지션 밸류는 총위협 균형을 이용하여 Slikker(2005)에 의해 특성화되었다. 총위협 균형 조건은 경기자 i와 j가 있을 때, 경기자 i가 자신이 맺고 있는 링크를 없앰으로써 상대방 j에게 미칠 수 있는 총손실과, j가 자신이 맺고 있는 링크를 없앰으로써 i에게 미칠 수 있는 총손실이 서로 같아지도록 요구한다.

總威脅 均衡(balanced total threats): 모든 네트워크 $g \in G$, 가치함수 v, 경기자 $i, j \in N$에 대해 $\sum_{jk \in g_j} \{Y_i(g,v) - Y_i(g-jk,v)\} = \sum_{il \in g_i} \{Y_j(g,v) - Y_j(g-il,v)\}$이다.

이 공리를 이용하면 포지션 밸류는 다음과 같이 특성화된다.

定理 3〔Slikker(2005)〕: 포지션 밸류는 要素 均衡性과 總威脅 均衡을 만족시키는 유일한 배분규칙이다.

3.3. 平等規則과 그 特性

Jackson and Wolinsky(1996)는 네트워크 게임에서의 배분규칙으로 평등규칙을 소개하였다. 平等規則은 경기자들이 네트워크에서 어떠한 위치에 있든지 그들이 형성하고 있는 네트워크의 가치를 공평하게 나눠가지도록 하는 것이다. 즉, 모든 경기자 i와 네트워크 g에 대해 평등규칙 Y^E는

$$Y_i^E = \frac{v(g)}{|N|}$$

로 정의된다. 평등규칙하에서 효율적인 네트워크는 반드시 상호안정적이다. 이러한 평등규칙은 匿名性도 만족하지만, 要素 均衡性을 늘 충족시키지는 않는다.

한편, 요소 균형성을 충족시키도록 要素別 平等規則(component-wise egalitarian rule)을 정의할 수도 있다. 이는 요소가 창출해낸 가치를 그 요소를 구성하고 있는 경기자들에게 평등하게 배분하는 규칙이다. 평등규칙 Y^E하에서는 효율적인 네트워크가 형성되는 것이 상호안정적이지만, 요소별 평등규칙하에서는 반드시 그런 것은 아니다. 그러므로 요소별 평등규칙은 요소 균형성을 충족시키기 위해 효율성을 다소 약화시킨 배분규칙이라고 할 수 있다. 요소별 평등규칙은 요소 가산적인 가치함수 v에 대해서

$$Y_i^{CE}(g,v)=\begin{cases}\dfrac{v(g')}{|N(g')|}, & \text{경기자 } i\text{가 속해있는 } g' \in C(g)\text{가 존재할때;}\\ 0, & \text{그렇지 않은 경우,}\end{cases}$$

로 정의되며, 요소 가산적이지 않은 가치함수 v에 대해서는 $Y_i^{CE}(g,v)=\dfrac{v(g)}{|N|}$로 정의된다.

Jackson and Wolinsky(1996)는 두 공리를 사용하여 평등규칙의 특성화 정리를 제시하였다. 먼저, 잠재적 링크에 대한 독립성은 임의의 네트워크 g에서 추가적인 링크가 하나 더 형성된 네트워크를 제외한 다른 모든 네트워크에게 두 가치함수가 동일한 가치를 부여할 때, 네트워크 g에서 두 가치함수에 대한 배분이 동일하기를 요구한다.

潛在的 링크에 대한 獨立性(independence of potential links): 서로 다른 경기자 i, j에 대해 $g+ij$를 제외한 다른 모든 네트워크 g에서 동일한 값을 갖는 가치함수 v, w와 네트워크 g에서 $Y(g,v)=Y(g,w)$이다.

이제 平等規則은 다음과 같이 특성화할 수 있다.

定理 4 〔Jackson and Wolinsky(1996)〕: 配分規則이 익명이고 균형적이며 잠재적 링크에 대해 독립적일 때, 효율적인 네트워크 g하에서의 平等規則은 가치함수 v가 익명적이고 모든 효율적인 네트워크가 안정적이도록 하는 유일한 규칙이다.

한편, 相互單調性(pairwise monotonicity)은 임의의 네트워크가 다른 네트워크보다 우월한 경우, 우월한 네트워크의 가치가 다른 네트워크보다 더 크기를 요구한다.

相互單調性: 네트워크 g'이 g보다 우월할 때 $v(g')>v(g)$이다.

이 공리를 사용함으로써 平等規則의 다른 특성화 정리를 얻을 수 있다.

定理 5 [Jackson and Wolinsky(1996)]: 익명의 가치함수 v에 있어 익명이고 균형적이며 잠재적 링크에 대해 독립적인 동시에 상호단조적인 유일한 배분규칙은 平等規則이다.

한편, 요소별 평등규칙하에서 상호안정성을 만족시키기 위해서는 다음과 같은 알고리즘을 통해 네트워크를 형성해야 한다[Jackson(2003)]. 우선, 경기자 i에 대해, $Y_i^{CE}(g', v)$를 최대화하는 요소 $g' \in C(g)$를 찾아낸 후, 그 다음 단계에서는 나머지 경기자들의 집합 $N \backslash N(g')$에서 다시 이 값을 최대로 만드는 요소를 형성한다. 더 이상 남는 경기자들이 없을 때까지 이를 반복함으로써 얻어지는 요소들이 상호안정적인 네트워크를 형성하게 된다. 이렇게 만들어진 네트워크하에서 要素別 平等規則(component-wise egalitarian rule) Y^{CE}은 상호안정성을 충족시키는 동시에 파레토 효율성을 만족시킨다.

파레토 效率性(Pareto efficiency): 모든 경기자 i에 있어 $Y_i(g', v) \geq Y_i(g, v)$가 성립하고, 적어도 한 경기자에 대해 강부등호가 되도록 하는 네트워크 g'이 존재하지 않는다.

定理 6: 요소 가산적인 가치함수 v하에서, 위에서 정의한 알고리즘에 의해 형성된 네트워크 g^v는 요소별 평등규칙하에서 상호안정적이고 파레토 효율적이다.

3.4. 追加的인 配分規則들과 그 特性

이 절에서는 이외의 배분규칙들로 새로 소개된 Jackson(2005)의 가변 네트워크 배분규칙과 네트워크 중핵을 설명하고 그 특성을 살피도록 한다.

3.4.1. 可變네트워크 配分規則과 그 特性

마이어슨 밸류가 네트워크를 이미 고정된 것으로 가정한 것에 반해 3.1절에서 언급한 바와 같이 Jackson(2005)은 네트워크가 변화하는 것으로 간주하였다. 변화가능한 네트워크에 근거한 배분규칙을 도입하기 위해 그는 單調的 커버(monotonic cover) $\hat{v}$를 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{v}(g) = \max_{g' \subseteq g} v(g').$$

단조적 커버는 제시된 네트워크를 형성하고 있는 링크들로써 만들 수 있는 최대 가치를

의미한다. 이는 네트워크가 제시되었더라도 이것이 고정된 것이 아니라는 가정을 반영하고 있다.

可變네트워크規則(flexible network rules) Y^{FN}는 모든 가치함수 v와 효율적인 네트워크 g에 있어 $Y^{FN}(g, v) = Y(g^N, \hat{v})$로 정의된다. 가변네트워크규칙은 네트워크 g의 변화가능성을 감안하며, 효율적인 네트워크만이 형성된다고 가정하고 있다. 競技者中心의 可變네트워크規則(player-based flexible network allocation rule), $Y_i^{PBFN}(g, v)$는 모든 가치함수 v와 효율적인 네트워크 g에 대해

$$Y_i^{PBFN}(g,v) = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} (\hat{v}(g^{S \cup \{i\}}) - \hat{v}(g^S)) \frac{|S|!(|N|-|S|-1)!}{|N|!}$$

로 정의된다. 경기자중심 가변네트워크규칙 Y^{PBFN}은 마이어슨 밸류와 유사해 보이지만 마이어슨 밸류가 가지고 있는 특성 중 同等交涉力과 要素 均衡性을 충족하지는 않는다. 반면에 이 규칙은 네트워크를 변화가능한 것으로 보기 때문에 단조적 커버를 사용한다는 특징을 가지고 있다. 더 나아가, 비효율적인 네트워크까지 감안한 보다 일반적인 배분규칙을 정의하기 위해 보수 $Y_i(g, v)$가 네트워크의 가치 $v(g)$에 비례한다고 가정하고 경기자중심 가변네트워크규칙을 다음과 같이 확장할 수 있다.

$$Y_i^{PBFN}(g,v) = \frac{v(g)}{\hat{v}(g^N)} \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} (\hat{v}(g^{S \cup \{i\}}) - \hat{v}(g^S)) \frac{|S|!(|N|-|S|-1)!}{|N|!}$$

이제 이러한 경기자중심 가변네트워크규칙을 계산해 보도록 한다.

例 7: 競技者中心 可變네트워크規則 〔Jackson(2005)〕

경기자 집합이 $N = \{1, 2, 3\}$으로 주어지고, 이들 사이에 $g = \{12, 23\}$의 네트워크가 형성되어 있다. 가치함수 $v^1(g)$는

$$v^1(\{12\}) = v^1(\{23\}) = 1; \quad v^1(\{12, 23\}) = w \geq 1$$

이고, 이외의 네트워크의 가치는 0으로 정의하자. 한편, $v^2(g)$는 하나 이상의 링크가 형성된 경우 그 가치가 1이고 그 이외의 가치는 0으로 둔다. 이때 마이어슨 밸류하에서는 $Y^{MV}(\{12,23\},\ v^1) = Y^{MV}(\{12,23\},\ v^2) = (\frac{w}{3}-\frac{1}{6},\ \frac{w}{3}+\frac{1}{3},\ \frac{w}{3}-\frac{1}{6})$로 경기자들의 보수가 결정된다. 반면, 경기자중심 가변네트워크규칙의 정의에 따라 보수를 구해보면

$Y^{PBFN}(\{12,23\},\ v^1)=(\frac{w}{3}-\frac{1}{6},\ \frac{w}{3}+\frac{1}{3},\ \frac{w}{3}-\frac{1}{6})$, 그리고 $Y^{PBFN}(\{12,23\},\ v^2)=(\frac{w}{3},\ \frac{w}{3},\ \frac{w}{3})$로, 가치함수 v^1처럼 가치함수가 익명성을 만족하지 않는 경우에는 마이어슨 밸류와 경기자중심 가변네트워크규칙이 일치하지만, v^2와 같은 익명의 가치함수의 경우 경기자중심 가변네트워크규칙은 이미 형성된 네트워크 g와 관계없이 모든 경기자들이 네트워크를 형성할 능력을 가지고 있다고 보기 때문에 세 경기자들에게 동일한 보수를 배분하게 된다. ■

포지션 밸류처럼 가변네트워크규칙 역시 링크를 경기자로 간주하여 정의할 수 있다. 링크에 대해 단조적 커버를 적용하면 링크中心 可變네트워크規則(link-based flexible network allocation rule)은

$$Y_i^{LBFN}(g,v)=\frac{v(g)}{\hat{v}(g^N)}\sum_{j\neq i}\left\{\sum_{g\subseteq g^N-ij}\frac{1}{2}(\hat{v}(g+ij)-\hat{v}(g))\frac{|g|!\left(\frac{|N|(|N|-1)}{2}-|g|-1\right)!}{\frac{|N|(|N|-1)}{2}}\right\}$$

로 정의된다.

3.4.2. 네트워크 中核과 그 特性

Jackson(2005)은 네트워크의 가변성을 주장함과 동시에 요소 균형성 조건에 대해서도 비판하였다. 3.1절에서 언급한 바와 같이 요소 균형성은 그 요소를 형성하고 있는 경기자들이 따로 연합을 만들어 네트워크에서 이탈할 가능성을 배제하기 위해 요구되는 조건이다. 하지만 그는 이러한 연합적 행위를 방지한다는 의미에서 요소 균형성을 정당화한다면 요소 단위의 연합적 행위뿐 아니라 다른 모든 가능한 연합적 행위에 대해서도 감안하여 코어(core)의 개념를 도입하는 것이 보다 바람직하다고 주장하였다. 반면, 샤플리 밸류 또는 마이어슨 밸류에 의한 보수 배분은 코어에 속하지 않을 수가 있으므로, 코어에 항상 속하는 배분방식을 정의하기 위해 中核(nucleolus)[(3)]을 확장하였다. 알려진 바와 같이 중핵에 의한 보수 배분은 코어가 공집합이 아닌 한 반드시 코어 내에 속한다는 바람직한 특성을 가지고 있다. 가변네트워크규칙과 마찬가지로 네트워크 중핵을 정의할 때에도 네트워크의 변화가능성을 감안하여 단조적 커버를 사용하도록 하며, 이 논문에서는 네트워크에서 코어와 함께 競技者中心의 네트워크 中核(player-based networkolus)을 소개하도록 한다.

(3) 보다 자세한 내용은 Shmeidler(1969)와 김호중 · 전영섭(2001)을 참조.

네트워크의 코어: 네트워크 게임 (N, v)의 코어 $y \in \mathbb{R}^{|N|}$은 모든 $S \subset N$에 있어, $\sum_{i \in N(g)} y_i \leq v(g)$ 그리고 $\sum_{i \in S} y_i \geq \hat{v}(g^S)$를 충족시킨다.

다음의 例 8에서 네트워크 게임에서 코어를 계산해 보도록 한다.

例 8: 네트워크 게임의 코어 〔Jackson(2005)〕

例 7에서와 같이 경기자 집합과 가치함수 v^1이 주어졌으며, 단, $w > 1$로 제한하도록 한다. 이때 네트워크 $g = \{12, 23\}$의 코어는 정의에 따라 다음과 같은 조건을 만족하는 보수 (y_1, y_2, y_3)이다.

$$y_1 + y_2 + y_3 \leq w; \quad y_1 + y_2 \geq 1; \quad y_2 + y_3 \geq 1; \quad y_1 + y_3 \geq 0; \quad y_1, y_2, y_3 \geq 0.$$

예컨대, 보수 $(\frac{w-1}{2}, 1, \frac{w-1}{2})$는 코어에 속함을 확인할 수 있다. ■

코어가 공집합이 아니면, 경기자중심의 네트워크 중핵은 반드시 코어에 속하며, 따라서 다음의 코어일관성을 충족시킨다.

코어一貫性(core consistency): 코어를 공집합으로 만들지 않는 모든 가치함수 v에 대해서 $Y(g, v)$를 코어에 속하도록 하는 네트워크 g가 적어도 하나 존재하는 경우, 配分規則 Y는 코어일관성을 충족시킨다.

경기자중심의 네트워크 중핵을 정의하기 위해 먼저, 단조적 커버 $\hat{v}$에 있어 연합 S에 초과적으로 분배된 보수를 $e_S^p(y) = \sum_{i \in S} y_i - \hat{v}(g^S)$로 정의한다. 그리고 $e(y)$는 각 $S \subseteq N(S \neq \emptyset)$에 대한 $e_S^p(y)$를 모은 벡터로 정의한다. 모든 벡터 x, y에 대해 (i) $x_1 > y_1$이거나 (ii) $k \geq 2$가 존재하여 $x_k \geq y_k$이고 모든 $m \leq k-1$에 대해서 $x_m = y_m$이 성립하면 벡터 x가 辭典編纂式 順序(lexicographic ordering)에 의해 벡터 y보다 선호된다고 하며, 이를 $x \succ_{lex} y$로 표현한다.

가치함수 $\hat{v}$하에서 중핵을 $\phi^{Nuc}(\hat{v})$라고 두었을 때, $y \equiv \phi^{Nuc}(\hat{v})$는 $\sum_i y_i' = \hat{v}(g^N)$인 모든 y'에 대해 $e^p(y) \succ_{lex} e^p(y')$되도록 하는 유일한 균형적인 배분규칙이다. 이로써 경기자중심의 네트워크 중핵은

$$Y^{PN}(g,v) = \frac{v(g)}{\hat{v}(g^N)} \phi^{Nuc}(\hat{v})$$

로 정의된다. 한편 네트워크 중핵 역시 링크를 중심으로 정의할 수 있다. 링크를 경기자로 보고 계산된 중핵을 $\phi^{l\text{-}Nuc}(\hat{v})$라 하면, 링크중심의 네트워크 중핵은

$$Y^{LN}(g,v) = \frac{v(g)}{\hat{v}(g^N)} \sum_{j \neq i} \frac{1}{2}\, \phi_{ij}^{l-Nuc}(\hat{v})$$

로 정의된다.

例 9: 네트워크 中核 〔Jackson(2005)〕

例 7에서와 같이 경기자 집합과 가치함수 v^1가 주어졌으며, 다만 $1 \leq w \leq 3$으로 제한하도록 한다. 이와 같은 가치함수하에서 마이어슨 밸류와 경기자중심의 가변네트워크 배분규칙은 코어일관성을 만족하지 않는다. 하지만 경기자중심의 네트워크 중핵을 계산해보면 $Y^{PN}(g,v) = (\frac{w-1}{2},\ 1,\ \frac{w-1}{2})$이며 이 배분은 例 8에서 살펴본 바와 같이 코어 내에 속한다. ■

4. 맺음말

이 논문에서는 네트워크 게임의 배분규칙을 소개하고, 그 계산법과 공리적인 특성 등을 協調的 게임理論의 관점에서 고찰하여 보았다. 이 논문에서는 경기자 집합이 고정되어 있는 경우만 살펴보았지만, 새로운 경기자가 들어오거나 기존의 경기자가 이탈하는 등 경기자 집합에 변화가 있는 게임도 상정할 수 있다. 그리고 이 논문에서는 경기자들끼리 효용을 일대일로 주고 받을 수 있는 移轉的 效用게임(transferable utility game)에 국한하여 논의를 진행하였지만 非移轉的 效用게임(non-transferable utility game)의 경우에도 네트워크 게임을 정의하고 그 배분방식을 분석할 수도 있다. 또한 이러한 네트워크 게임은 協商(bargaining)의 과정을 거치며 네트워크가 형성되는 동시에 보수도 결정되는 非協調的 게임으로 접근할 수도 있다.(4) 이러한 연구들에 대한 논의는 다음의 과제로 남기면서 논문을 맺고자 한다.

(4) 보다 자세한 내용은 Slikker and Nouweland(2001), Currarini and Morelli(2000) 등을 참조.

서울大學校 經濟學部 教授
151-742 서울특별시 관악구 신림동 산 56-1
전화: (02)880-6382
팩스: (02)886-4231
E-mail: ychun@snu.ac.kr

서울大學校 經濟學部 碩士課程
151-742 서울특별시 관악구 신림동 산 56-1
전화: (02)822-9651
팩스: (02)886-4231
E-mail: hej2000@snu.ac.kr

參 考 文 獻

김호중 · 전영섭(2001): "중핵을 이용한 비용배분의 공평성," 『경제논집』, **40**. **2** · **3**, 서울대학교 경제연구소, 175-195.

전영섭(1991): "샤플리 밸류를 응용한 비용배분의 공평성," 『경제논집』, **30**. **2**, 서울대학교 경제연구소, 231-244.

Borm, P., G. Owen, and S. Tijs(1992): "On the Position Value for Communication Situations," *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, **5**, 305-320.

Currarini, S., and M. Morelli(2000): "Network Formation with Sequential Demands," *Review of Economic Design*, **5**, **3**, 229-249.

Dutta, B., and S. Mutuswami(1997): "Stable Networks," *Journal of Economic Theory*, **76**, 322-344.

Jackson, M. O.(2003): "The Stability and Efficiency of Economic and Social Networks," in Murat Sertel, and Semih Koray(eds.), *Advances in Economic Design*, Springer-Verlag, Heidelberg.

______(2004): "A Survey of Models of Network Formation: Stability and Efficiency," in Gabrielle Demange, and Myrna Wooders(eds.), *Group Formation in Economics; Networks, Clubs and Coalitions*, Cambridge U.K., Cambridge University Press.

______(2005): "Allocation Rules for Network Games," *Games and Economic Behavior*, **51**, **1**, 128-154.

Jackson, M. O., and A. Watts(2002): "The Evolution of Social and Economic Networks," *Journal of*

Economic Theory, **106**, **2**, 265-295.

Jackson, M. O., and A. Wolinsky(1996): "A Strategic Model of Social and Economic Networks," *Journal of Economic Theory*, **71**, **1**, 44-74.

Myerson, R.(1977): "Graphs and Cooperation in Games," *Mathematical Operations Research*, **2**, 225-229.

Schmeidler, D.(1969): "The Nucleolus of a Characteristic Function Game," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, **17**, 1163-1170.

Shapley, L. S.(1953): "A Value for N-person Games," in H. W. Kuhn, and A. W. Tucker(eds.), *Contributions to the Theory of Games*, Princeton, NJ, Princeton University Press, 307-317.

Slikker, M.(2005): "A Characterization of the Position Value," *International Journal of Game Theory*, **33**, **4**, 505-514.

Slikker, M., and A. van den Nouweland(2001): "A One-stage Model of Link Formation and Payoff Division," *Games and Economic Behavior*, **34**, **1**, 153-175.