

제한적 합리성 하에서 통화정책의 효과와 動學的 安定性: 模擬實驗에 의한 分析⁽¹⁾

金 載 永 · 盧 成 昊 · 羅 承 薰

본 논문에서는 제한적 합리성(bounded rationality) 하에서 통화정책의 효과성에 관한 수치적 분석을 통해 이 문제에 관한 논의를 소개한다. 새 케인즈학파(new Keynesian)의 IS-필립스곡선으로 이루어진 거시경제 모형에서 민간 부문은 제한적 합리성을 가지고 행동하고 있으며, 중앙은행은 이러한 상황에서 거시경제의 안정성을 달성하기 위해 통화정책을 수행한다. 본 논문에서는 이러한 상황에서 민간 부문이 주요경제변수(인플레이션 및 국민소득)의 기댓값을 형성하는 과정을 ‘再歸的 最小自乘 學習方法(recursive least square learning rule)’으로 모형화하고 모의실험(simulation)을 수행하였다. 모의실험 결과, 제한적 합리성 하에서의 바람직한 통화정책은 완전 합리성 하에서의 최적통화정책과 다르다는 기존의 연구결과를 수치적으로 확인하고, 그 동학과정 — 정책수행과 민간의 반응, 경제안정성 — 에 대한 함의를 얻을 수 있었다. 즉, 제한적 합리성을 가진 민간이 적응적 학습을 통해 기대를 형성하는 상황에서 이러한 민간의 기대행위를 중앙은행이 정책함수에 적극적으로 반영하는 것이 경제의 안정성을 달성하는 데 도움이 된다는 사실을 확인하였다.

1. 序 論

바람직한 통화정책의 방향 및 그 효과성에 대한 논쟁은 오랜 역사를 지닌 경제학의 주요 연구과제 중 하나이다. 중앙은행이 통화정책의 목표를 효과적으로 달성하기 위해서 정책함수를 어떻게 책정해야 하며 그로부터 유도된 통화정책은 어떠한 것인지를 문제가 이 연구의 핵심 주제이다. Kydland and Prescott(1977), Taylor(1993), Woodford(2001) 참조. 완전 합리성(rationality) 하에서는 경제의 기초여건(fundamental)만을 고려한 통화정책에 의해 경제안정화를 달성할 수 있다는 것이 그동안 이 연구에 대한 주요 결론이었다. 그러나 만약 민간이 완전 합리성을 갖지 못한 상황에서 기대를 형성하게 되면 어떻게 될 것인가? 본 논문에서는 제한적 합리성(bounded rationality) 하에서의 통화정책에 관한 연구를 소개하

(1) 본 연구는 재단법인 서울대학교 발전기금 연구비 지원을 받아 이루어졌다.

고, 각기 다른 통화정책에 관한 모의실험을 통하여 바람직한 통화정책의 동학적 성격을 알아보고자 한다.

경제학에서 제한적 합리성에 관한 논의는 Sims(1988)와 Chung(1990) 등에 의해 시작되었으며, Sargent(1993)에서 제한적 합리성에 관한 다양한 상황과 접근법이 소개되고 있다. 제한적 합리성 하에서의 기대행위를 설명하는 모형으로 학습모형(learning model)이 주목을 받아왔고 정책분석 등에 활용되고 있다. 즉, 경제주체가 경제상황에 대한 완전한 정보를 갖지 못한 상황에서 최적화를 도모하는 경우를 상정하고, 이때 새로운 정보가 주어지면 경제주체는 적응적으로 경제상황을 좀 더 잘 알아가면서(learning) 의사결정을 하는 상황을 설명하는 모형이다. 이러한 학습모형은 Marcet and Sargent(1989)에서 처음 정립되었다. 이후 Cho and Matsui(1995), Sargent(1999) 등에 의해 통화정책을 분석하는데 적용되기 시작하였고, Bullard and Mitra(2002), Cho, Williams, and Sargent(2002), Evans and Honkapohja(2003), Bullard and Cho(2005) 등에 의해 여러 상황에서의 통화정책의 효과성 분석에 사용되었다. 특히, Evans and Honkapohja(2003)에서는 적응적 학습(adaptive learning) 상황 하에서 정책당국이 경제의 기초여건만을 고려한 통화정책과 민간의 기대를 반영한 통화정책의 두 가지를 고려하고 있는데, 이 두 정책의 경제안정화 효과가 차이를 해석적(analytically)으로 설명하고 있다.

본 논문에서는 Evans and Honkapohja(2003)가 연구한 문제를 실제의 모형을 가지고 모의실험(simulation)을 수행한다. 이러한 모의실험의 수치적 분석을 통하여 통화정책의 경제안정화 효과가 실현되는 동학과정을 분석한다. 그 분석 결과의 중요한 함의는, 제한적 합리성을 가진 민간이 적응적으로 기대를 형성하는 상황에서 민간의 기대행위를 중앙은행이 정책에 적극적으로 반영하는 것이 경제의 안정화를 달성하는 데 도움이 된다는 사실이다.

본 논문의 논의는 다음과 같은 순서로 진행된다. 제2장에서는 Evans and Honkapohja(2003)의 분석에 따라 새 케인즈학과 거시경제모형과 민간의 재귀적 최소자승 학습방법 및 중앙은행의 정책함수를 설명한다. 제3장에서는 중앙은행이 경제의 기초여건만 고려하여 정책금리를 결정하는 경우와 민간의 기대행위를 정책결정에 적극적으로 반영하는 경우 각각에 대해 수치적 모의실험을 통하여 그 동학적 효과를 확인한다. 제4장에서는 결론을 맺고 있다.

2. 模型

2.1. 새 케인즈學派 巨視經濟模型

우리는 기본 모형으로 Evans and Honkapohja(2003)에서 다른 새 케인즈학과 모형을 고려하기로 한다. 이는 Calvo(1983), Clarida *et al.*(1999) 등에서도 사용한 모형으로서 소비자 및 기업의 개별적인 최적화 과정에서 도출된 오일러방정식(Euler equation)을 均齊狀態(steady state)에서 로그-선형화(log-linearization)한 모형이다.

$$(2.1) \quad x_t = -\varphi(i_t - \hat{E}_t \pi_{t+1}) + \hat{E}_t x_{t+1} + g_t$$

$$(2.2) \quad \pi_t = \lambda x_t + \beta \hat{E}_t \pi_{t+1} + u_t$$

여기서 변수 x_t 와 π_t 는 각각 GDP 갭과 인플레이션을 나타내는데, GDP 갭이란 실제국민소득(actual GDP)과 잠재국민소득(potential GDP) 간의 차이를 말한다. 또한, i_t 는 명목이자율로서 중앙은행이 통화정책을 수행하는 수단, 즉 통제변수(control variable)이다. 식 (2.1)은 기대 인플레이션이 경제의 총생산에 미치는 영향을 나타낸 식으로, 새 케인즈학과 IS 곡선이다. 이는 소비자의 효용극대화 문제의 오일러방정식을 선형화하여 얻어진다. 식 (2.2)는 새 케인즈학과 필립스곡선이라고 불리며, 균제상태에서의 인플레이션과 기대 인플레이션, 그리고 총생산 사이의 관계를 나타낸다. 이는 독점적 경쟁기업들의 이윤 극대화 과정에서 도출된 식이다. Clarida *et al.*(1999)을 참조.

위 모형에서 β , λ , φ 는 모수인데, β 는 주관적인 시간 할인율(time discount) 모수이며 그 값은 $0 < \beta < 1$ 의 범위에 있고, φ 는 실질이자율의 변화에 대하여 경제의 총생산이 어느 정도 변화하는가에 대한 민감도를 나타내는 계수이다. Clarida *et al.*(1999)에 따르면 위험회피적인 효용함수를 가진 소비자에게 φ 는 항상 양의 값을 가진다. 마지막으로 $\lambda(> 0)$ 는 총생산의 변화가 인플레이션에 미치는 영향을 측정하는 모수이다. β 를 제외한 λ 와 φ 는 모두 가계와 기업의 최적화 문제에서 정의된 모수들의 함수로서 얻을 수 있다. 도출과정은 Clarida *et al.*(1999)을 참조. $\hat{E}_t x_{t+1}$, $\hat{E}_t \pi_{t+1}$ 은 각각 t 시점에서 민간이 기대하는 $t + 1$ 시점의 GDP 갭과 인플레이션에 대한 기댓값인데, 그 형성과정은 합리적 기대(rational expectation)를 따르지 않고 제한적 합리성 하에서 학습(learning)을 통해 형성된다. 그 과정은 뒤에 자세히 후술한다.

한편, 로그-선형화 과정에서 발생하는 잔여항 g_t 와 u_t 는 다음과 같은 1차 자기회귀

(AR(1)) 확률과정으로 주어진다고 하자.

$$g_t = \mu g_{t-1} + \varepsilon_{g,t} \quad u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_{u,t}$$

이때 $|\mu| < 1$, $|\rho| < 1$ 이고 $\varepsilon_{g,t} \sim w.n.(0, \sigma_g^2)$, $\varepsilon_{u,t} \sim w.n.(0, \sigma_u^2)$ 로 가정한다(단, 여기서 $w.n.$ 는 백색잡음(white noise)의 약자임). 위의 g_t 와 u_t 는 경제주체들의 최적화 행위에 의해 결정되는 변수들 외에 외생적으로 주어지는 거시경제적 영향이라는 점에서 基礎與件(fundamental)이라고 정의할 수 있다. 모형에서 t 기에 기초여건 g_t 와 u_t 가 관측되고, 민간의 기댓값인 $\hat{E}_t \pi_{t+1}$, $\hat{E}_t x_{t+1}$ 과 중앙은행의 정책변수인 i_t 가 정해지면 상태변수 π_t, x_t 가 실현된다.

2.2. 中央銀行

통화정책을 결정하는 중앙은행의 목적은 '안정된 인플레이션 하에서의 지속적인 성장'이라고 요약할 수 있다. 이를 달성하기 위해 중앙은행은 다음과 같은 손실함수(loss function)를 극대화하고자 한다.

$$(2.3) \quad -\frac{1}{2} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\alpha(x_t - \bar{x})^2 + (\pi_t - \bar{\pi})^2]$$

여기서 $\bar{\pi}, \bar{x}$ 는 각각 중앙은행이 목표로 하는 인플레이션 및 GDP 겹의 수준이다. 중앙은행은 매기마다 실현되는 물가와 총생산의 수준을 목표치에 가장 근접하도록 함으로써 목적함수를 극대화할 수 있다. 이때 α 는 중앙은행의 정책이 총생산을 관리하는데 어느 정도의 비중을 두고 있는지를 의미하는 상수로서, 순수하게 물가 목표제(inflation-targeting)만을 추구하는 중앙은행의 경우엔 $\alpha = 0$ 이 된다. 여기서는 보다 일반적인 상황을 상정하기 위해 α 를 임의의 상수로 두기로 한다. 결과적으로 중앙은행의 최적화 문제는 제약식 (2.1)과 (2.2)가 주어진 상황에서 목적함수 (2.3)을 극대화하는 $\{\pi_t, x_t, i_t\}$ 를 결정하는 문제로 정의할 수 있다.

이제, 문제를 풀기 위해 중앙은행이 재량적인 정책을 집행하는 경우를 생각해 보자. 이 경우 매기의 정책을 결정함에 있어 민간의 기댓값과 경제의 기초여건(fundamental)이 주어진 것으로 파악하게 되며, 다기간 최적화 문제는 다음과 같은 1기간 최적화 문제의 연속으로 축약될 수 있다.

$$\max -\frac{1}{2} [\alpha(x_t - \bar{x})^2 + (\pi_t - \bar{\pi})^2] + R_t$$

$$\begin{aligned} \text{subject to } \pi_t &= \lambda x_t + S_t \\ x_t &= -\phi i_t + F_t \end{aligned}$$

이때 R_t , S_t , F_t 는 각각 손실함수 (2.3)과 제약식 (2.1), (2.2)에서 중앙은행의 결정변수와 관련이 없는 잔여항을 나타낸다. 이 문제에서 중앙은행의 최적화 일계조건으로부터 우리는 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$(2.4) \quad \alpha(x_t - \bar{x}) + \lambda(\pi_t - \bar{\pi}) = 0$$

한편, 중앙은행이 정책변수로 채택하는 명목이자율(i_t)을 결정하는 방식에 관하여서는 Clarida *et al.*(1999), Woodford(2001), Evans and Honkapohja(2008) 등에서 많은 연구가 이루어져 왔다. 이 중 가장 간단한 것으로 다음과 같이 기초여건에 대한 선형함수로서 명목이자율을 결정하는 경우를 생각할 수 있다.

$$(2.5) \quad i_t = \phi_0 + \phi_u u_t + \phi_g g_t$$

식 (2.5)는 정책변수인 이자율을 결정하는 정책함수로서 경제 기초여건에 의해서만 이자율을 결정한다는 점에서 fundamental-based rule(FBR)이라고 부른다. 식 (2.5)는 다음과 같이 구할 수 있다. 먼저, 모형 (2.1)-(2.2)로부터 다음의 관계식, $\pi_t = a_1 + d_1 u_t$ 와 $x_t = a_2 + d_2 u_t$ 을 얻을 수 있다. 이로부터 우리는 합리적 기대하에서 $E_t \pi_{t+1} = a_1 + d_1 \rho u_t$ 와 $E_t x_{t+1} = a_2 + d_2 \rho u_t$ 을 얻고 이를 (2.1), (2.2)와 (2.4)에 대입하여 (2.5)를 구할 수 있다. 여기서 정책함수의 모수 (ϕ_0 , ϕ_u , ϕ_g)는 모형 (2.1)-(2.4)에 있는 모수들의 함수로 주어진다. Evans and Honkapohja(2003)를 참조.

한편, 제약식에서도 볼 수 있듯이 경제의 상황은 민간의 기댓값에 영향을 받는데, 이를 반영하여 명목이자율을 결정하는 정책은 식 (2.1), (2.2)와 (2.4)를 이자율에 관해 풀어서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(2.6) \quad i_t = \delta_0 + \delta_\pi \hat{E}_t \pi_{t+1} + \delta_x \hat{E}_t x_{t+1} + \delta_g g_t + \delta_u u_t$$

식 (2.6)은 민간의 기댓값을 직접적으로 반영하고 있는 정책함수로서 expectation-based rule(EBR)이라고 부른다. 식 (2.5)와 (2.6)의 두 가지 정책함수는 각기 상반되는 특성을 가

진다. 식 (2.5) FBR의 경우 직접관측이 가능한 기초여건만을 정책에 반영하는데, 이러한 정책하에서는 민간의 기대형성 행위와 중앙은행의 정책 사이에 부조화가 발생하여 경제가 불안정하게 될 수 있다. 반면 식 (2.6) EBR에 의한 정책하에서는 민간의 행동과 중앙은행의 정책 사이에 공조가 이루어져 결과적으로 경제의 안정화가 이루어질 수 있다. 이를 다음 절 2.3에서 자세히 보도록 하자.

2.3. 기댓값과 安定性

모형 (2.1)-(2.2)에서 알 수 있듯이 민간의 기대는 물가와 소득수준에 영향을 미친다. 여기서, 우리는 민간이 합리적 기대이론(rational expectation theory)에 의한 기대를 형성하지 못하고 제한적 합리성을 갖는 상황을 상정한다[Sargent and Marcet(1989)]. 즉, 민간은 모형의 일부인 모수의 참값을 모르는데, 주어진 정보를 이용하여 모수를 추정하고 이를 기대형성에 사용한다. 우선 민간의 경제상황에 대한 판단근거가 되는 균제상태를 구해보면 다음과 같다.

$$(2.7) \quad \pi_t = \bar{a}_1 + \bar{d}_1 u_t \quad x_t = \bar{a}_2 + \bar{d}_2 u_t$$

식 (2.7)은 식 (2.5)와 같이 이자율 정책함수가 경제 기초여건에 대한 함수로 주어져 있을 때 식 (2.1), (2.2)에 균제상태 $\pi_t = \bar{\pi}$, $x_t = \bar{x}$ 를 대입하여 이들이 u_t 의 선형함수가 되는 사실로부터 얻을 수 있다. 여기서 계수벡터 $(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{d}_1, \bar{d}_2)$ 는 모수 $\alpha, \beta, \varphi, \lambda$ 와 정책함수를 구성하는 모수들의 함수로써 결정된다.

제한적 합리성 하에서 민간이 할 수 있는 최선의 선택은 제한적 정보를 활용하여 모수를 추정하는 일일 것이다. 이제, 추정을 위한 간단한 접근법으로 추정하고자 하는 계수벡터가 모수들과 어떠한 함수관계를 가지고 있는지에 대한 사전정보가 없는 경우를 상정하자. 이 경우 민간은 다음과 같은 추정식을 통하여 계수벡터를 추정할 수 있다.

$$(2.8) \quad \pi_i = a_{1,i} + k_{1,i} u_i + \eta_{1,i} \quad x_i = a_{2,i} + k_{2,i} u_i + \eta_{2,i} \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, t-1$$

단, $\eta_{1,i}, \eta_{2,i}$ 는 오차항이다. 만약, 모수가 시간에 따라 변하지 않고 상수로 주어진 경우, 균제상태에서의 계수 $(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{d}_1, \bar{d}_2)$ 또한 상수가 된다. 이러한 상황에서는 t 기에서 주어진 정보 $\{(\pi_i, x_i, u_i)\}_{i=0}^{t-1}$ 에서 최소자승 추정법을 이용하여 계수를 추정할 수 있고 그 추정된 계수 $a_{1,i}, a_{2,i}, k_{1,i}, k_{2,i}$ 는 바람직한 성질을 갖는 추정량이 된다. 민간은 이렇게 구한 계수의 추정값을 의사결정에 필요한 계수값으로 사용한다. 이는 민간이 마치 계량경제학자와 같이

현 시점에서 주어진 정보를 가지고 모수를 추정하고 이를 의사결정에 필요한 계수값으로 사용함을 의미한다.

이렇게 구한 계수의 추정치 $a_{i,t}, k_{i,t} (i = 1, 2)$ 는 시간에 따라 상태변수 x_t, π_t 에 대한 새로운 관측치를 얻으면서 갱신(update)하게 되는데, 이때 적용되는 메커니즘을 다음과 같이 정리할 수 있다. Sargent(1993) 참조.

$$(2.9-1) \quad c_{1,t} = c_{1,t-1} + t^{-1} R_{t-1}^{-1} z_{t-1} (\pi_{t-1} - c_{1,t-1}' z_{t-2})$$

$$(2.9-2) \quad c_{2,t} = c_{2,t-1} + t^{-1} R_{t-1}^{-1} z_{t-1} (x_{t-1} - c_{2,t-1}' z_{t-2})$$

$$(2.9-3) \quad R_t = R_{t-1} + t^{-1} (z_{t-1} z_{t-1}' - R_{t-1})$$

단, $c_{1,t} = (a_{1,t}, k_{1,t})'$, $c_{2,t} = (a_{2,t}, k_{2,t})'$, $z_t = (1, u_t)'$ 임. 식 (2.9-1)과 (2.9-2)는 최소자승법에 의한 추정을 재귀적 알고리즘(recursive algorithm)으로 정리한 것이다. 식 (2.9-1)과 (2.9-2)는 적절한 초깃값이 주어져 있을 때 민간의 기대가 변화하는 과정을 나타내고 있다.

식 (2.9-1)과 (2.9-2)에서 알 수 있듯이 $c_{1,t}$ 와 $c_{2,t}$ 를 추정하는 회귀식의 독립변수가 $u_t (i = 1, \dots, t-1)$ 로 동일하므로, 독립변수의 제곱합을 식 (2.9-3)과 같이 공통적으로 정의할 수 있다. 이때 $t^{-1} R_{t-1}^{-1}$ 을 흔히 획득수열(gain sequence)이라 하는데, 모든 t 에 대해서 $R_t < \infty$ 일 때, t 가 증가함에 따라 이 수열이 0으로 수렴함을 알 수 있다. 이는 모수의 추정치를 갱신함에 있어 민간은 시간이 지남에 따라 새로운 정보에 대한 상대적인 가중치를 점점 더 감소시킴을 의미한다.

이제, t 기에서의 추정치가 구해진 다음, $t+1$ 기의 GDP 갭과 인플레이션에 대한 민간의 기대는 다음과 같이 형성된다.

$$(2.10) \quad \hat{E}_t \pi_{t+1} = a_{1,t} + k_{1,t} u_t \quad \hat{E}_t x_{t+1} = a_{2,t} + k_{2,t} u_t$$

이와 같은 상황에서 통화정책의 안정성(stability)은 거시경제의 주요 변수인 인플레이션과 GDP 갭이 균형 과정인 식 (2.7)로 수렴하는지의 여부에 달려 있다. 그런데 (π_t, x_t) 는 중앙은행의 정책에 대한 민간의 반응에 의해 결정되고 이때 민간의 반응이란 기댓값으로 나타나므로, 결국 민간의 기댓값 식 (2.10)이 합리적 기대 하에서의 확률과정인 식 (2.7)로 수렴할 수 있는지가 안정성을 결정하는 요인이 된다.

민간의 기대가 시계열적으로 어떠한 움직임을 보이는지에 대하여 보다 자세히 알아보자. 편의상 식 (2.10)을 다음과 같이 간단하게 표현하도록 하자.

$$(2.11) \quad \hat{E}_t y_{t+1} = \mathbf{a}_t + \mathbf{k}_t u_t$$

단, $y_t = (\pi_t, x_t)'$, $\mathbf{a}_t = (a_{1,t}, a_{2,t})'$, $\mathbf{k}_t = (k_{1,t}, k_{2,t})'$ 임. 식 (2.11)은 민간이 인지하고 있는 경제의 상태를 나타내고 있다는 점에서 PLM(perceived law of motion)이라 하자. 반면, 실제로 거시경제변수가 형성되는 과정, 즉 ALM(actual law of motion)은 식 (2.11)과 다르게 형성되는데, 이는 다음과 같이 구할 수 있다. 우선, (2.1)과 (2.2)에 정책함수를 대입하면 다음과 같은 축약형(reduced form)을 얻는다.

$$(2.12) \quad y_t = \mathbf{q} + \mathbf{M}\hat{E}_t y_{t+1} + \mathbf{b}u_t$$

식 (2.12)에서 각 계수벡터는 중앙은행의 정책함수에 따라 다음과 같은 형태를 가지게 됨을 확인해 볼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{FBR 下에서} \quad \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\varphi a_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \beta + \lambda\varphi & \lambda \\ \varphi & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 - \lambda\varphi\phi_u \\ -\varphi\phi_u \end{bmatrix} \\ \text{EBR 下에서} \quad \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} -\varphi\delta_0\lambda \\ -\varphi\delta_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{\beta\alpha}{\lambda^2 + \alpha} & 0 \\ -\beta\alpha & 0 \\ \lambda^2 + \alpha & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 - \lambda\varphi\delta_u \\ -\varphi\delta_u \end{bmatrix} \end{aligned}$$

식 (2.11)을 축약형 (2.12)에 대입하고 기댓값을 취하면 다음과 같이 ALM을 얻을 수 있다.

$$(2.13) \quad \hat{E}_t y_{t+1} = (\mathbf{q} + \mathbf{M}\mathbf{a}_t) + \rho(\mathbf{b} + \mathbf{M}\mathbf{k}_t)u_t$$

이제 PLM에서 ALM으로 가는 사상 T 를 다음과 같이 정의하자.

$$(2.14) \quad T(\mathbf{a}, \mathbf{k}) = (\mathbf{q} + \mathbf{M}\mathbf{a}, \rho(\mathbf{b} + \mathbf{M}\mathbf{k}))$$

식 (2.14)의 사상 T 는 t 기에서 민간의 추정값 $(\mathbf{a}_t, \mathbf{k}_t)$ 가 주어지 있을 때, 이 값이 모형 (2.1), (2.2)와 이자율 정책 (2.5) 또는 (2.6) 하에서 실제로 어떻게 균형점으로 실현될 것인지를 나타내고 있다. 특정 시점에서 민간이 추정한 계수가 균형점이 된다는 것은 PLM과 ALM이 일치하는 상황이다. 즉, 추정치 $(\mathbf{a}^*, \mathbf{k}^*)$ 가 균형점이라 함은 이 점이 T 의 고정점(fixed point), 즉 $T(\mathbf{a}^*, \mathbf{k}^*) = (\mathbf{a}^*, \mathbf{k}^*)$ 를 만족하는 점이 되는 것이다. 여기서 계수 추정치의 시계열 과정이 특정한 고정점 $(\mathbf{a}^*, \mathbf{k}^*)$ 로 수렴한다고 할 때, 이 점이 균형으로서 안정성을 갖는지의 여부가 중요하다.

민간의 추정치 $(\mathbf{a}_t, \mathbf{k}_t)$ 는 이산적(discrete) 확률과정인데, 그 순간적인 변화 양상을 분석하기 위해 確率的 近似化(approximation)를 고려하자. 즉,

$$(2.15) \quad \frac{d}{dt}(\mathbf{a}, \mathbf{k}) = T(\mathbf{a}, \mathbf{k}) - (\mathbf{a}, \mathbf{k})$$

와 같이 $(\mathbf{a}_t, \mathbf{k}_t)$ 의 순간적인 변화를 상미분 방정식(ordinary differential equation)으로 근사화할 수 있다. Marcet and Sargent(1989)는 보다 일반적인 상황에서 재귀적 모형이 PLM과 ALM 사이의 사상으로서 근사화될 수 있음을 보이고 있다.

확률과정을 상미분 방정식으로 근사화한 모형에서 특정한 균형점의 안정성은 흔히 기대적 안정성(expectational stability)으로 정의된다. 다음 정의는 Evans and Honkapohja(2001)에서 사용된 것으로, 기댓값이 명시적으로 반영된 재귀적 거시모형에서 일반적으로 응용될 수 있다.

정의 1: (기대적 안정성). 확률변수 $\mathbf{x}(t)$ 가 상미분 방정식 $d\mathbf{x}/dt = f(t, \mathbf{x})$ 를 만족한다고 하자. 이때 $f(t, \mathbf{x}^*) = 0$ 을 만족하는 균형점 \mathbf{x}^* 에서 f 의 자코비안(Jacobian) 행렬 Df 의 모든 고유치(eigenvalue)가 零보다 작으면 \mathbf{x}^* 는 기대적 안정성을 가진다.

앞서 확인하였듯이 민간의 추정치 $(\mathbf{a}_t, \mathbf{k}_t)$ 가 식 (2.15)와 같이 근사화될 때, 그 추정치가 갖는 기대적 안정성은 중앙은행의 채택하는 정책에 따라 다른 양상을 보이게 된다. 다음 명제들을 살펴보자(증명은 <附錄 1> 참고).

Proposition 1. 중앙은행의 이자율 정책이 FBR인 (2.5)를 따를 때 민간의 추정값 $(\mathbf{a}_t, \mathbf{k}_t)$ 은 기대적 안정성을 갖지 못한다.

Proposition 2. 중앙은행의 이자율 정책이 EBR인 (2.6)을 따를 때 민간의 추정값 (\mathbf{a} , \mathbf{k})은 기대적 안정성을 갖는다.

위 명제들로부터 우리는 중앙은행이 정책결정에서 민간의 기댓값을 명시적으로 반영하는 정책(EBR)이 안정화에 기여할 것이라는 사실을 알 수 있다. 한편으로 생각하면 이러한 이론적 결과는 당연한 것이라고 생각할 수 있다. 즉, 경제에 중요한 영향을 미치는 민간의 기대행위를 중앙은행이 정책결정에 반영하면 민간과 중앙은행 간에 일종의 공조가 이루어져 경제의 안정화를 달성할 수 있다는 것이다.

그런데 이러한 경제에서 실제 동학적으로 어떠한 상황이 발생할지를 분석 — 특히 정책에 대한 경제변수들의 동학적 반응과정과 함께 정책에 대한 경제의 안정/불안정 상황에 대한 구체적 양태를 분석 — 해보는 것은 유의미한 일일 것이다. 다음 장에서는 모의실험을 통해 경제의 이러한 동학적 반응과정과 안정/불안정의 양상을 수치적으로 분석해보고자 한다.

3. 模擬實驗

3.1. Fundamental-based rule(FBR) 하에서의 政策效果

중앙은행이 식 (2.5)에서처럼 경제의 기초여건만을 정책금리에 반영하고 민간부문의 기댓값을 반영하지 않는 FBR을 사용하는 경우의 모의실험 결과는 <그림 1, 2>와 같다(附錄 2) 참조. <그림 1>에서 볼 수 있듯이, 인플레이션 및 GDP 갭에 대한 기댓값 및 그 실제 실현값은 시간이 지날수록 변동 폭이 커지며 수렴하지 못하고 발산한다. 또한, <그림 2>에서 볼 수 있듯이 기댓값을 결정하는 민간의 학습계수 $a_{1,t}$, $a_{2,t}$, $k_{1,t}$, $k_{2,t}$ 역시 수렴하지 못하고 크게 변동하는 현상이 현상이 관찰되고 있다.

이와 같은 상황은, 2장에서 설명하였듯이 새 케인즈학과 모형에서 경제변수(인플레이션 및 GDP 갭)의 값이 민간의 기댓값에 영향을 받아 결정된다는 사실에 기인한다. 이러한 상황에서 민간의 학습계수 $a_{1,t}$, $a_{2,t}$, $k_{1,t}$, $k_{2,t}$ 의 값이 안정적으로 수렴하지 못하고 발산하게 되면 식 (2.10)에서의 민간의 기댓값 $\hat{E}_t x_{t+1}$, $\hat{E}_t \pi_{t+1}$ 도 같은 양상을 갖게 되고, 결국 식 (2.1)-(2.2)에 의해 경제변수 x_t , π_t 의 실현값이 불안정하게 움직이며 발산하게 될 것임을 짐작할 수 있다. 현실에서 이처럼 국민소득이나 인플레이션 등의 경제 변수값이 불안정하게 발산하는 경우가 발생할 수 있는데 초인플레이션(hyperinflation) 또는 극단적인 공황(crisis) 상태가 그러한 예라고 할 수 있다. 물론, 이러한 극단적인 상황은 민간의 기대 행위뿐 아니라

〈表 1〉 合理的 期待하에서 係數와 Expectation based-rule 하에서 RLS 學習模型의 推定係數

	$a_{1,t}$	$a_{2,t}$	$k_{1,t}$	$k_{2,t}$
RE ⁽²⁾ 계수	3.8095	0.3810	0.4566	-0.9132
RLS 학습계수	3.7809 (0.0145)	0.4300 (0.0277)	0.4483 (0.0087)	-0.8976 (0.0148)

(모의실험 100번 반복, 괄호: 표준편차)

다른 요인들도 복합적으로 작용한 결과일 것이다.

그렇다면, 민간의 학습계수 추정치가 계속 불안정하게 움직이며 수렴하지 못하는 경제학 적인 이유는 무엇인가? 이는 식 (2.5)의 FBR에서 정책당국이 민간의 기대행위를 정책결정 과정에 전혀 반영하고 있지 않기 때문이다. 이러한 상황에서는 시간이 지날수록 민간의 기대 행위와 정책당국의 정책결정 사이에 부조화가 심해지고 민간은 더욱 극단적인 기댓값을 가지게 되어 결국 경제가 매우 불안한 상황으로 갈 수 있는 것이다.

다음 절에서는 중앙은행이 민간의 기댓값을 적극 반영하는 정책인 EBR을 채택하는 상황에서 모형경제에 어떠한 양상이 전개될 것인가 하는 것을 모의실험을 통해 분석해보고자 한다.

3.2. Expectation-based rule(EBR) 하에서의 政策效果

중앙은행이 민간의 기댓값을 반영하여 식 (2.6)과 같이 정책금리를 결정하는 경우에 인플레이션과 GDP 갭의 시계열 자료를 생성한 결과는 〈그림 3〉, 〈그림 4〉와 같다(〈附錄 2〉 참조). 〈그림 3〉에서 우리는 인플레이션과 GDP 갭에 대한 기댓값과 이들의 실제 실현값이 일정 범위 안에서 정상적으로(stationary) 변동함을 확인할 수 있다. 그 이유는 〈그림 4〉에서 확인할 수 있듯이 민간의 학습계수 $a_{1,t}$, $a_{2,t}$, $k_{1,t}$, $k_{2,t}$ 가 시간이 지나면서 일정한 값으로 수렴해가기 때문이다. 민간의 학습계수가 특정한 상수, 가령 a_1^* , a_2^* , k_1^* , k_2^* 로 수렴하면 식 (2.10)에서 $\hat{E}_t \pi_{t+1} = a_1^* + k_1^* u_t$, $\hat{E}_t x_{t+1} = a_2^* + k_2^* u_t$ 가 되어 $\hat{E}_t \pi_{t+1}$, $\hat{E}_t x_{t+1}$ 의 시계열적 변동성은 오직 u_t 에 의해 좌우된다. 즉, 학습계수가 수렴해가면서 다음 기의 경제상황에 대한 민간의 기댓값의 변동성은 금기에서의 경제 기초여건 u_t 에 주로 영향을 받게 되는데, u_t 가 정상적인 AR(1) 확률과정을 따르므로 $\hat{E}_t \pi_{t+1}$, $\hat{E}_t x_{t+1}$ 또한 정상적인 시계열 경로를 따르게 된다.⁽³⁾ 결국, 이러한 상황에서 식 (2.1)-(2.2)의 실제 경제변수 x_t , π_t 또한 정상적인 시계열 경로, 즉

(2) RE는 합리적 기대 가설하에서 주어진 모수값에 근거하여 계산된 계수들의 수치이다. 이때 모수값은 모의실험과 동일한 값으로 사용하였다.

(3) 모의실험 수행시 $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_{u,t}$ 에서 $\rho = 0.9$, 백색잡음 $\varepsilon_{u,t} \sim N(0, 1)$ 로 설정하였다.

안정적(stable)인 동학과정을 따르게 된다.

이처럼 EBR 하에서 민간의 학습계수가 안정적 시계열 경로를 따라 수렴하고 결과적으로 경제가 동학적 안정성을 갖게 되는 이유를 경제학적으로 설명하면 다음과 같다. EBR 하에서 중앙은행은 민간의 기댓값을 반영하여 정책금리를 결정한다. 이러한 상황에서는 자연스럽게 민간과 정책당국 간 기대형성-기대반영이라는 공조가 이루어지며, 초기에 발생한 민간의 기댓값과 실현된 경제변수 간의 괴리는 시간이 지나면서 점진적으로 줄어들게 된다. 이 경우에 민간은 스스로의 예측 오차를 수정해 나갈 수 있고 정책당국은 민간의 그러한 자체 보정행위를 도와주는 상황이 되어 결국 경제는 안정화 국면으로 수렴하게 되는 것이다.

그런데 흥미로운 것은 이와 같은 제한적 합리성 하에서 모형을 구성하는 각 계수들의 수렴값이 합리적 기대 하에서의 균형점과 매우 가깝다는 것이다. <表 1>에서 우리는 \bar{a}_1 , \bar{a}_2 , \bar{k}_1 , \bar{k}_2 의 합리적 기대(RE) 하에서의 값과 적응적 학습상황(RLS) 하에서의 값이 매우 유사함을 확인할 수 있다. 이는 제한적 합리성 하에서의 경제주체의 의사결정이 단기적으로 적응적 학습에 의한 갱신의 과정을 따르지만, 장기적으로 충분한 정보(완전 정보에 가까운)를 얻게 됨에 따라 합리적 기대 하에서의 의사결정과 동일한 결과로 수렴하게 된다는 사실을 보여준다.

4. 結 論

본 연구는 정책당국과 민간의 상호작용이 통화정책의 경제 안정화 효과에 중요한 결정 요인이 되는 상황을 모의실험을 통해 수치적으로 분석하고 있다. 기존의 연구에서 사용되고 있는 새 케인즈학파의 IS-필립스곡선으로 이루어진 모형에서 민간은 제한적 합리성을 갖고 적응적 학습을 통해 기대를 형성한다. 이러한 제한적 정보 상황에서 정책당국은 민간의 적응적 학습에 의한 기대행위의 결과를 정책에 적극적으로 반영할 필요가 있다.

만약 민간의 기대행위를 무시하고 경제의 기초여건(fundamental)만을 고려하여 정책을 수행하면 경제가 불안정하고 그러한 불안정한 상황이 동학적으로 심화됨을 모의실험을 통해 확인할 수 있었다. 이러한 상황은 민간과 정책당국 간 상황인식 및 행위 사이에 상호 불일치(mismatching)가 발생하는 경우로서 양자 간의 부조화에 의해 경제는 동학적으로 불안정하게 되는 것이다. 반면, 정책당국이 민간의 적응적 기대행위의 결과를 정책결정에 명시적으로 반영하는 경우는 민간과 정책당국 간 공조가 이루어지며, 초기에 발생한 민간의 기댓값과 실현된 경제변수 간의 괴리는 시간이 지나면서 점진적으로 줄어들게 되고, 결국 경제는 안정화

국면으로 수렴하게 되는 것이다.

본 연구의 모의실험에서는 기존의 연구에서 사용한 비교적 간단한 모형을 사용하고 있다. 이러한 본 연구의 분석을 보다 현실적인 상황에 확장할 수 있을 것이다. 가령, 정책당국이 민간의 기대행위를 정확히 알 수 없는 경우를 상정해 볼 수 있다. 이러한 경우에 바람직한 정책에 대해 연구해 보는 것은 의미 있는 일일 것이다.

서울대학교 經濟學部

151-746 서울특별시 관악구 관악로 599

전화: (02)880-6390

팩스: (02)886-4231

E-mail: jykim017@snu.ac.kr

〈附錄 1〉

Proposition 1에 대한 증명: 식 (2.15)를 풀어쓰면 아래와 같다.

$$(2.16) \quad T(\mathbf{a}, \mathbf{k}) - (\mathbf{a}, \mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \rho \mathbf{b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M} - I & 0 \\ 0 & \rho \mathbf{M} - I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix}$$

식 (2.16)은 선형함수이므로 $d/dt(\mathbf{a}, \mathbf{k})$ 의 자코비안 행렬은 $\begin{bmatrix} \mathbf{M} - I & 0 \\ 0 & \rho \mathbf{M} - I \end{bmatrix}$ 가 된다. 이 행렬의 모든 고유치가 零보다 작다는 것은 행렬 $\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & \rho \mathbf{M} \end{bmatrix}$ 의 모든 고유치가 1보다 작음을 의미한다. 한편, 행렬 \mathbf{M} 의 고유치를 e_1, e_2 라고 하면 $\rho \mathbf{M}$ 의 고유치는 $\rho e_1, \rho e_2$ 이고, 식 (2.5)에서 (\mathbf{a}, \mathbf{k}) 가 안정적이지 않음을 보이기 위해서는 $e_1, e_2, \rho e_1, \rho e_2$ 중 적어도 하나 이상이 1보다 크음을 보이면 된다.

고유치 e_1, e_2 는 행렬 \mathbf{M} 의 특성방정식의 해로서 구할 수 있는데, 이는 다음과 같다.

$$(2.17) \quad \begin{vmatrix} \beta + \lambda \varphi - e & \lambda \\ \varphi & 1 - e \end{vmatrix} = e^2 - (\beta + \lambda \varphi + 1)e + \beta = 0$$

이때 식 (2.17)은 e 에 관하여 연속이고 미분 가능한 2차 함수이며 $e = 1$ 에서 그 값이 음수임을 알 수 있다. 또한, $e \rightarrow \infty$ 일 때 그 값이 무한대로 발산하므로, 사잇값 정리(intermediate

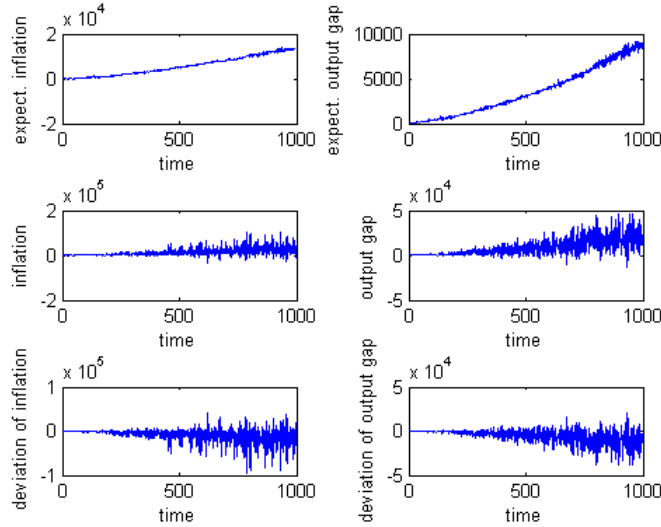
value theorem)에 따라 $e > 1$ 인 해가 적어도 하나 이상 존재한다. 따라서 이 경우 안정성을 보장할 수 없다. ■

Proposition 2에 대한 증명: 앞서 proposition 1에 대한 증명에서와 같이 EBR 식 (2.6)을 대입하였을 때, 행렬 $\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & \rho\mathbf{M} \end{bmatrix}$ 의 고유치를 구해보면 다음과 같다.

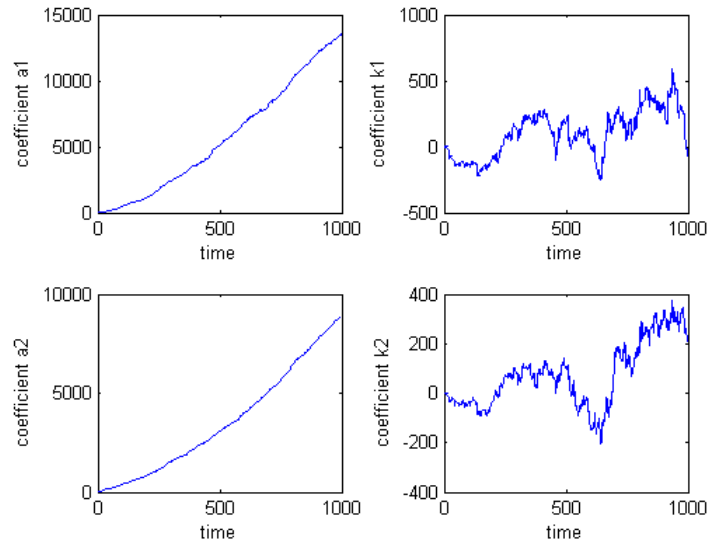
$$e_1 = 0, \quad e_2 = \frac{\beta\alpha}{\lambda^2 + \alpha}, \quad e_3 = 0, \quad e_4 = \frac{\rho\beta\alpha}{\lambda^2 + \alpha}$$

이 값들은 $0 < \beta < 1$ 일 때 임의의 $\alpha > 0$ 에 대해서 모두 1보다 작다. 따라서 expectation-based rule 하에서 민간의 추정값은 기대적 안정성을 가진다. ■

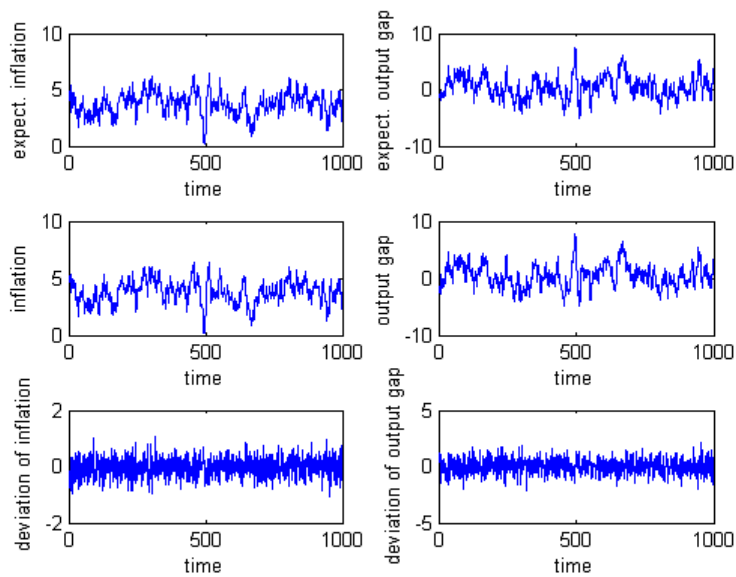
〈附錄 2〉 模擬實驗 結果



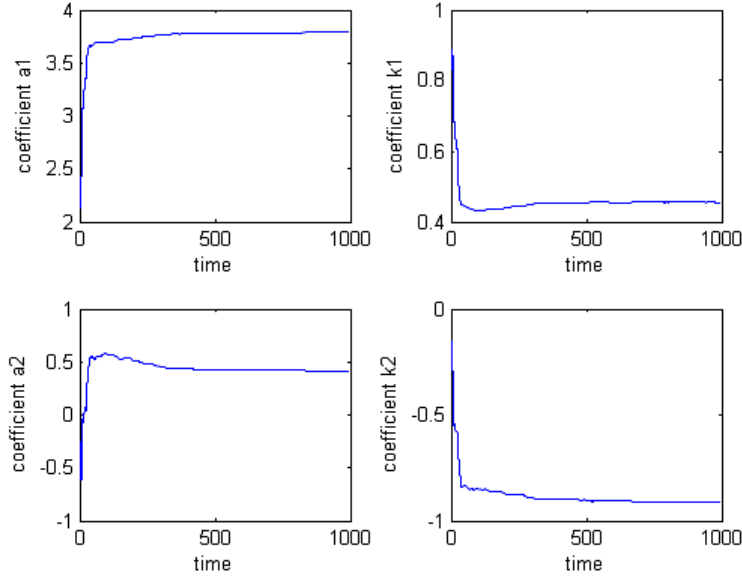
〈그림 1〉 Fundamental based rule 하에서 각 經濟變數에 대한 民間의 기댓값 $\hat{E}_t \pi_{t+1}$, $\hat{E}_t x_{t+1}$ (위), 實際 經濟變數 π_{t+1} , x_{t+1} (중간) 및 그 차 $\pi_{t+1} - \hat{E}_t \pi_{t+1}$, $x_{t+1} - \hat{E}_t x_{t+1}$ (아래)에 대한 時系列 經路($t = 1:1000$)



〈그림 2〉 Fundamental based rule 하에서 $\hat{E}_t \pi_{t+1}$ 을 形成하는 民間의 學習係數 $a_{1,t}, k_{1,t}$ (위) 및 $\hat{E}_t x_{t+1}$ 를 形成하는 民間의 學習係數 $a_{2,t}, k_{2,t}$ (아래)의 時系列 經路($t = 1:1000$)



〈그림 3〉 Expectation based rule 하에서 各 經濟變數에 對한 民間의 기댓값 $\hat{E}_t \pi_{t+1}, \hat{E}_t x_{t+1}$ (위), 實際 經濟變數 π_{t+1}, x_{t+1} (중간) 및 그 차 $\pi_{t+1} - \hat{E}_t \pi_{t+1}, x_{t+1} - \hat{E}_t x_{t+1}$ (아래)에 對한 時系列 經路($t = 1:1000$)



〈그림 4〉 Expectation based rule 하에서 $\hat{E}_t \pi_{t+1}$ 을 形成하는 民間의 學習係數 $a_{1,t}$, $k_{1,t}$ (위) 및 $\hat{E}_t x_{t+1}$ 를 形成하는 民間의 學習係數 $a_{2,t}$, $k_{2,t}$ (아래)의 時系列 經路($t = 1:1000$)

參考文獻

- Bullard, James, and In-Koo Cho(2005): “Escapist Policy Rules,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, **29**, 1841-1865.
- Bullard, James, and Kaushik Mitra(2002): “Learning about Monetary Policy Rules,” *Journal of Monetary Economics*, **49**, 1105-1129.
- Calvo, Guillermo A.(1983): “Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework,” *Journal of Monetary Economics*, **12**, 383-398.
- Cho, In-Koo, and A. Matsui(1995): “Induction and the Ramsey Policy,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, **19**, 1113-1140.
- Cho, In-Koo, Noah Williams, and Thomas J. Sargent(2002): “Escaping Nash Inflation,” *Review of Economic Studies*, **69**, 1-40.
- Chung, Heetaik(1990): “Did Policy Makers Really Believe in the Phillips Curve? An Econometric Tests,” Ph. D. dissertation, University of Minnesota.
- Clarida, Richard, Jordi Gali, and Mark Gertler(1999): “The Science of Monetary Policy: A

- New Keynesian Perspective,” *Journal of Economic Literature*, **37**, 1661-1707.
- Evans, George W., and Seppo Honkapohja(2001): *Learning and Expectations in Macroeconomics*, New York, Princeton University Press.
- _____ (2003): “Expectation and the Stability Problem for Optimal Monetary Policy,” *Review of Economic Studies*, **70**, 807-824.
- _____ (2008): “Expectations, Learning and Monetary Policy: An Overview of Recent Research,” CDMA Working Paper Series **0802**, University of St. Andrews.
- Kydland, Finn E., and Edward C. Prescott(1977): “Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Policy,” *Journal of Political Economy*, **85**, 473-492.
- Marcet, Albert, and Thomas J. Sargent(1989): “Convergence of Least Squares Learning Mechanisms in Self-Referential Linear Stochastic Models,” *Journal of Economic Theory*, **48**, 337-368.
- Sargent, Thomas J.(1993): *Bounded Rationality in Macroeconomics*, Oxford University Press.
- _____ (1999): *The Conquest of American Inflation*, New York, Princeton University Press.
- Sims, Christopher A.(1988): “Uncertainty Across Models,” *American Economic Review*, **78**, **2**, 163-167.
- _____ (1988): “Projecting Policy Effects with Statistical Models,” *Revista de Analisis Economico*, **3**, 3-20.
- Taylor. J.(1993): “Discretion versus Policy Rules in Practice,” *Carnegie-Rochester Conference Series in Public Policy*, **39**, 195-214.
- Woodford, Michael(2001): “The Taylor Rule and Optimal Monetary Policy,” *The American Economic Review*, **91**, 232-237.

