필립스의 循環的 成長모델

邊 衡 尹

I

A. W. 필립스는 「필립스」曲線으로서 有名하다. 그는 1958年의 論文 "The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1861-1957" (*Economica*)에서 貨幣賃金上昇率과 失業率 間에 트레이드・오프 關係가 成立함을 밝혔는데 이 關係를 表示하는 曲線이 다름아닌 「필립스」曲線이다.(1) 그러나 그는 景氣循環論에서도 注目을 받고 있다. 그는 1954年의 論文 "Stabilization Policy in a Closed Economy" (*Economic Journal*)에서 그의 乘數—加速度係數모델을 提示하고 있다. 그의 모델은 乘數—加速度係數結合型이라는 점에서 「싸뮤엘슨」, 「힉스」 등의 모델과 동일하지만 그들의 모델의 目的이 景氣循環現象의 理論的 分析에 있었던 것에 대해서 合理的인 經濟安定化政策의 方式의 探究에 目的을 두고 있는 점에서는 相異하다. 그의 모델의 最大의 特徵은 바로 여기서 찾아진다.(2) 그는 또 1961年의 論文 "A Simple Model of Employment, Money and Prices in a Growing Economy" (*Economica*)에서 그의 循環的 成長모델을 提示하고 있다. 本論稿에서는 바로 이 循環的 成長모델이 다루어진다.

II

「필립스」의 모델은 循環과 成長의 綜合 뿐 아니라 實質的 數量과 貨幣的 數量의 綜合도 아울러 마련해 주기 위한 單純한 總量모델이다. 그는 이 모델에 正常能力產出高라는 概念을 導入하고 있다.(3)

(1) 이 「필립스」曲線은 貨幣賃金上昇率과 物價上昇率 그리고 經濟成長率과 失業率 간에는 적어도 經濟的으로는 密接한 관계가 있으므로 최근에 와서는 더 나아가서 失業率과 物價上昇率 乃至 經濟成長率과 物價上昇率간의 트레이드・오프 관계를 表示하는 것으로도 解釋되고 있다. 그러나 「토빈」에 의하면 「필립스」 自身은 이 曲線과 관련된 學說의 提唱者가 아니라고 한다. (J. Tobin, Inflation and Unemployment, *The American Economic Review*, March 1972, p. 4.)

(2) 本論稿의 附註2를 參照하라.

(3) 以下에서는 產出高는 實質槪念이다.

이것은 企業이 어떤 數年의 期間동안에 가장 만족스러운 平均利用率(百分比)이라고 생각하는 利用可能한 物的資源의 利用率(百分比)로 稼動하고 있다고 하면 얻어질 產出高를 말한다. 이 槪念은 精密한 것은 아니지만 失業과 成長을 論議할 때에는 不可欠한 것이라고 한다. 그는 正常能力產出高는 生產資源을 改善하는데 있어서의 投資의 結果 繼續的으로 增加하는 것으로 假定하고 있으며 이 正常能力產出高의 變化率을 經濟成長率로 보고 있다. 그리고 그는 現實產出高는 正常能力產出高의 比率로써 表示되는 것으로 보고 있다. 따라서 現實產出高의 變化率이라는 槪念이 또 存在하게 된다. 그러나 이 외에 그는 期待成長率 즉 企業家에 의해서 期待되는 成長率이라는 槪念을 또 使用하고 있다.

또 그의 모델에 있어서는 物價水準의 變化率은 正常能力產生高에 대한 現實產出高의 比率과 生產性의 變化率에 依存하고 利子率은 貨幣數量, 現實產出高 및 物價水準에 의존하는 것으로 假定되고 있으며 投資需要는 正常能力產出高에 대한 現實產出高의 比率, 期待成長率 및 利子率의 函數로 다루어지고 있다.

그리고 그는 어떤 變數를 通常的인 經濟變數의 對數 혹은 比率로 定義하고, 行動方程式[(4)]에 있어서의 連續的으로 配分된 時差[(5)]를 假定하고, 線形的인 接近을 行하므로써 그의 모델을 1次微分方程式 體系로 表示할 수 있게 하고 있다.

그리고 또 그는 勞動에 대한 需要 즉 雇傭水準은 現實產出高의 一定比率이라고 假定하고 있다.[(6)]

그의 모델은 正常能力產出高와 함께 4個의 變數 즉 現實產出高, 資本量(資本스톡), 物價水準 및 利子率을 갖고 있다. 이제 이들을 나타내는 式을 中心으로 하여 그의 모델을 表示하면 다음과 같다.[(7)]

$$y_n = DY_n/Y_n = D\log Y_n \cdots\cdots ① \cdots\cdots (1)$$

$$Y_n = vK \cdots\cdots ② \cdots\cdots (2)$$

$$y_n = k \cdots\cdots ③ \cdots\cdots (3)$$

$$C = (1-s)Y \cdots\cdots ④ \cdots\cdots (4)$$

(4) 行動方程式의 例는 需要函數, 供給函數 등에서 찾아진다.

(5) 連續的으로 配分된 時差에 대해서는 附註 1을 參照하라.

(6) R.G.D. Allen, *Macro-Economic Theory*, 1967, p. 388;
한편 「버그스트롬」은 「필립스」의 모델이 「雇傭되는 勞動力의 比率은 오로지 資本量(資本스톡)에 대한 產出高의 比率과 관계를 갖고 있을 뿐이다」라고 假定하고 있는 것으로 해석하고 있다. (A.R. Bergstrom, "A Model of Technical Progress, the Production Function and Cyclical Growth," 1962, (*Economica*) p. 358.)

(7) (*)표를 한 式은 「알렌」이 그의 1967年 著書에서 들고 있는 것을 表示한다. 그리고 以下에서는 式 뒤에 있는 ( )內의 番號는 「필립스」의 論文上의 番號를 表示한다. 즉 (1)은 그의 論文上의 式(1)을 表示한다.

$Y=I/S$ ··⑤·········(6)

$I=DK$ ··⑥·········(7)

$x=Y/Y_n$ ··⑦·········(9)

$\frac{I}{K}=\left(\frac{N\lambda}{D+N\lambda}\right)^N\{\alpha g+\gamma(x-1)+\rho(c-r)\}$ ·················⑧·········(12)

$g=\frac{\eta}{D+\eta}y$ ··⑨·········(13)

$y=D\log Y$ ··⑩·········(14)

$(*)p=\beta(x-1)-y_n+g$ ···⑪[8]······(21)

$p=D\log P$ ··⑫·········(22)

$(*)r=\kappa+\mu(\log Y+\log P-\log M)$ ··································⑬·········(23)

$\log Y=\log Y_n+(Y-Y_n)/Y_n$ ··⑭·········(24)

⑤, ⑥에서

$(*)\ DK=sY$ ··⑮

⑧에서 $N=1$의 경우

$(*)\ D\log K=\left(\frac{\lambda}{D+\lambda}\right)\{\alpha g+\gamma(x-1)+\rho(c-r)\}$ ···············⑧′

但 Y_n: 正常能力產出高, t: 時間, y_n: 經濟成長率(正常能力產出高의 變化率), D: 微分演算子 $\left(\frac{d}{dt}\right)$, K: 資本量(資本스톡), v: 產出高資本比率, k: 資本量의 成長率, Y: 現實產出高, s: 貯蓄率 혹은 限界貯蓄性向, I: 實質純投資, x: 正常能力產出高에 대한 現實產出高의 比率, g: 期待成長率(企業家가 期待하는 成長率), r: 利子率, c: 正常能力產出高에 있어서의 資本의 限界生產性, α: 期待의 確實度를 나타내는 플러스의 小數値를 갖는 常數, γ: 利子率의 投資에 대한 影響을 나타내는 플러스의 常數, ρ: 利子率과 資本의 生產性의 投資에 대한 影響을 나타내는 플러스의 常數, λ: 反應速度를 나타내는 플러스의 常數, N: 플러스의 整數, y: 現實產出高의 變化率, η: 反應速度를 나타내는 플러스의 常數, P: 物價水準, p: 物價水準의 變化率, β: 未利用能力이 있을 때의 物價減少率 즉 價格效果를 나타내는 플러스의 常數, δ: 現實產出高가 正常能力 產出高와 같을 때의 要素價格變化率 즉 要素價格 效果를 나타내는 플러스의 常數, M: 通貨量, κ: 「마샬」의 k를 δ로 나눈 値를 나타내는 플러스의 常數, μ: 利子率과 通貨量간의 反應을 나타내는 플러스의 常數

(8) 이 式의 y_n은 勞動力과 正常的인 勞動時間이 一定한 경우에는 生產性의 變化率의 尺度가 될 것이다.

⑥에서

$$I/K=DK/K=k \cdots\cdots ⑯ \cdots\cdots (8)$$

혹은 $I/K=D\log K=k \cdots\cdots$ ⑯'

②, ⑤ 및 ⑯에서

$$x=DK/svK=k/sv \cdots\cdots ⑰ \cdots\cdots (10)$$

③ 및 ⑰에서

$$y_n=svx \cdots\cdots ⑱ \cdots\cdots (11)$$

이제 g는 一定, $N=1$이라고 하면 ⑯, ⑰, ⑱ 및 ⑧에서 1次微分方程式

$$\{D+\lambda(1-r/sv)\}y_n=\lambda\{\alpha g-\gamma+\rho(c-r)\} \cdots\cdots ⑲ \cdots\cdots (15)$$

및

$$\{D+\lambda(1-r)/sv\}x=\lambda\{\alpha g-\gamma+\rho(c-r)\}/sv \cdots\cdots ⑳ \cdots\cdots (16)$$

가 求해진다. $t\geq 0$일 때의 ⑲와 ⑳의 解는

$$y_n(t)=y_{ns}+\{y_n(o)-y_{ns}\}exp\{-\lambda(1-\gamma/sv)t\} \cdots\cdots ㉑ \cdots\cdots (17)$$

및

$$x(t)=x_s+\{x(o)-x_s\}exp\{-\lambda(1-\gamma/sv)t\} \cdots\cdots ㉒ \cdots\cdots (18)$$

이다. 但

$$y_{ns}=sv\frac{\alpha g-\gamma+\rho(c-r)}{sv-\gamma} \cdots\cdots ㉓ \cdots\cdots (19)$$

및

$$x_s=\frac{\alpha g-\gamma+\rho(c-r)}{sv-\gamma} \cdots\cdots ㉔ \cdots\cdots (20)$$

解 $y_n(t)$, $x_n(t)$와 주어진 初期條件을 利用하여 $Y_n(t)$ 및 $Y_{(t)}$의 解는 ① 및 ⑦에서 求해질 수 있다.

y_{ns} 및 x_s는 各各 ⑲ 및 ⑳의 「成長均衡」解라고 불리우며 $y_n(t)-y_{ns}$ 및 $x(t)-x_s$는 短期解라고 불리울 것이다. 正常能力產出高의 「成長均衡」解 $Y_{ns}(t)$, 現實產出高의 「成長均衡」解 $Y_s(t)$ 및 現實產出高 變化率의 「成長均衡」解 y_s는 ①, ⑦ 및 ⑩에서 類推하므로써 各各 $y_{ns}=D\log Y_{ns}(t)$, $Y_s(t)=x_sY_{ns}r(t)$ 및 $y_s=D\log Y(t)$로서 定義된다. 이들 定義로 해서 y_{ns}는 「해로드」의 自然成長率, y_s는 그의 適正成長率과 같으며, y는 現實產出高의 變化率이다. ㉒ 및 ㉔에서 $r=c$, $\alpha=1$, $g=sv$ 일 때에는 $y_{ns}=sv$ 및 $x_s=1$이며, 따라서 「해로드」의 適正成長率과 동일한 $y_s=sv$ 임을 알 수 있다.

㉑과 ㉒에서 一定의 利子率을 갖는 體系는 $\gamma<sv$ 일 때에만 安定的이라는 것을 알 수 있

다. $\gamma > sv$ 일 때에는 現實產出高의 그 成長均衡經路에서의 乖離는 그 經路에서 더욱 더 乖離하는 累積運動을 惹起시킬 것이다.

$g=sv$라는 假定이 ⑨에 의해서 代替될 때에도 $r=c$, $\alpha=1$이면 「成長均衡」解는 $y_{ns}=y_s=sv$ 및 $x_s=1$이다. 그러나 體系는 以前보다 더욱 더 不安定的이다. 安定條件의 하나는 $\gamma < sv \cdot (1-\alpha)$이다. 但 그것은 $\alpha=1$ 일 때에는 充足될 수 없는 條件이다.

역시 g를 一定, $N=1$이라고 하면 ⑬을 ⑳에 代入하고 ⑪, ⑫, ⑭를 利用하므로써 x에 관한 微分方程式

$$[D^2+\lambda\{1-(\gamma-\rho\mu)/sv\}D+\lambda\rho\mu/sv]x=\lambda\rho\mu(m-\delta+\beta)/sv \cdots\cdots ㉕ \cdots\cdots\cdots (25)$$

이 求해진다. 但 m은 通貨量의 變化率이다. y_n 및 p에 관한 微分方程式은 ⑱과 ⑪을 利用하여 ㉖에서 쉽게 誘導된다. 여기서 m은 一定으로 假定된다.

D를 0으로 놓고 x, y_n 및 p 관해서 풀면 이들의 「成長均衡」解 x_s, y_{ns} 및 p_s가 求해진다.

$$x_s=1+(m-\delta)/\beta \cdots\cdots ㉖ \cdots\cdots\cdots (26)$$

$$y_{ns}=svx_s \cdots\cdots ㉗ \cdots\cdots\cdots (27)$$

및

$$p_s=m-y_{ns} \cdots\cdots ㉘ \cdots\cdots\cdots (28)$$

$m=\delta$이면 ㉖에서 $x_s=1$ 즉 正常能力產出高는 經濟가 「成長均衡」經路上에 머물러 있는 限 維持된다는 것을 알 수 있다. 그리고 또 $y_{ns}=y_s=sv$ 즉 「成長均衡」 成長率은 해로드의 適正成長率과 같으며 $p_s=\delta-y_{ns}$ 이다. $m=y_{ns}$ 이면 物價水準은 規則的成長 즉 「成長均衡」 成長狀態에서 一定하다. 이 경우에는 ㉖과 ㉗에서

$$x_s=(\beta-\delta)/(\beta-sv) \cdots\cdots ㉙ \cdots\cdots\cdots (29)$$

가 求해진다. 이에서 正常能力產出高는 $\delta=sv$일 때에 限해서 一定의 物價水準과 兩立한다는 事實을 알 수 있다. 「成長均衡」利子率 r_s도 ⑧′, ⑯′, ⑰ 및 ㉖에서 求해진다.

$$r_s=c+(\alpha g-\gamma)/\rho+(\gamma-sv)(m-\delta+\beta)/\beta\rho \cdots\cdots ㉚ \cdots\cdots\cdots (30)$$

이에서 r_s는 通貨의 絶對量과 獨立的임을 알 수 있다. 그리고 $m=\delta$, $\alpha=1$ 및 $g=sv$이면 $r_s=c$ 즉 「成長均衡」利子率은 資本의 限界生產性과 같음을 알 수 있다.

㉕의 左側에 있는 常數는 모두 플러스이므로 體系의 安定條件은 $\gamma < sv+\rho\mu$ 이라고 할 수 있다. 여기서 $\rho\mu$는 通貨量의 變化의 投資에 대한 影響의 強度를 表示한다. 따라서 貨幣的 影響이 충분히 強하면 體系는 安定的일 것이다. 이 安定條件과 관련해서 〈圖 1〉이 援用되고 있다.

以上에서 N이 1인 경우의 ⑧ 즉 ⑧′의 형태로 指數的으로 配分된 時差가 投資函數에서

다루어졌다. 그러나 이 경우의 時差는 보다 일반적인 時差의 特殊한 경우에 不過하다. 그리하여 $N=2$ 혹은 $N=3$의 경우로 擴大하여 安定領域이 어떻게 달라지는가가 〈圖 2〉를 利用해서 說明되고 있다. 이 경우에는 體系는 보다 더 不安定的이라고 한다. 그리고 다음에 體系의 安定은 그의 經濟安定政策中의 하나인 微分安定化政策[9]의 導入에 의해서 改善될 수 있다는 것이 밝혀지고 있다. 이 때 假定으로 들고 있는 關係式 ㉛이 援用되고 있다.

$$\log M = \log M_s - \theta D x \quad \cdots\cdots ㉛ \cdots\cdots (31)$$

但 M_s는 經濟安定化政策이 存在하지 않았을 때의 通貨量이고, θ는 제로 혹은 플러스의 小數値를 取하는 常數이다. 또 그 다음에 期待成長率 g가 常數 代身에 ⑨에 의해서 定義될 때에는 安定條件이 도리어 보다 더 嚴格해진다는 것이 밝혀지고 있으며 이와 관련해서 〈圖 3〉이 援用되고 있다. 끝으로 消費函數 ④를 代替한 다음의 ㉜와 〈圖 4〉를 援用해서 θ의 値가 주어졌을 때 安定領域이 어떻게 되는가가 다루어지고 있다.[10]

$$\frac{C}{Y_n} = \left(\frac{3}{D+3}\right)^3 \left(1-s\right) \frac{Y}{Y_n} \quad \cdots\cdots ㉜ \cdots\cdots (32)$$

III

以上에서 알 수 있는 바와 같이 「필립스」의 모델은 循環과 成長의 綜合일 뿐 아니라 實質的 數量과 貨幣的 數量의 綜合도 아울러 마련해 주기 위한 單純한 總量모델이다.

또 그의 모델은 가장 單純한 「헤로드—도마」 모델의 展開形態이다.[11] 그리고 또 그의 모델은 勞動에 대한 需要 즉 雇傭水準은 現實產出高의 一定比率이라는 것을 假定으로 하고 있는 모델이다.

그러나 이상의 세 가지를 主特徵으로 하고 있다고 볼 수 있는 그의 모델은 그가 그의 論文의 結論에서 밝히고 있는 바와 같이 가리키는데 있어서 그리고 經濟狀態와 經濟政策에 관한 우리의 생각을 構成하는 것을 도우는데 있어서 어떤 價値를 갖고 있는데 不過하다. 그러나 그 모델은 가장 單純한 혹은 clay-clay 케이스의 vintage model의 展開形態

(9) 附註 2의 2)를 參照하라.

(10) 「알렌」에 의하면 「필립스」 모델이 콤프리트 모델(完全한 모델)이 되기 위해서는 勞動市場에 관한 두 가지 條件式

$$L_s = L + U$$

$$D \log W = \beta' \log(L/L^*),\ \beta' > 0$$ 과 利潤率을 나타내는 式

$$\frac{PY - WL}{K}$$

의 添加가 必要하다고 한다. 但 L_s: 勞動의 供給, L: 勞動에 대한 需要 즉 雇傭水準, U: 失業水準, W: 賃金率, L^*: 勞動供給의 最低水準, β': 플러스의 常數 (R.E.D. Allen, ibid., p. 303.)

(11) 「알렌」은 이 점을 明文으로 밝히고 있다. (R.G.D. Allen, ibid., p. 387.)

인 「버그스트롬」의 모델[12]에 크게 영향을 미치고 있다. 事實 「버그스트롬」은 그의 1962 年의 論文에서 「필립스」의 모델에 크게 影響을 받았음을 밝히고 있다.[13]

附　　註

1. 動學모델에 있어서의 時差

期間分析에서는 가장 單純한 時差는 1期間의 時差이다. $t=0, 1, 2, \cdots$에 대한 潛在値는 $Z_t=\alpha+aX_t$이며 實際의 時差가 있는 値는 다음의 式에 의해서 附與된다.

$$Y_t=Z_{t-1}=\alpha+aX_{t-1} \quad \cdots\cdots\cdots① $$

時差의 一般的인 形에서는 實際値 Y_t가 前期 뿐 아니라 過去의 全系列의 潛在値에 依存한다.

$$Y_t=\lambda_1 Z_{t-1}+\lambda_2 Z_{t-2}+\lambda_3 Z_{t-3}+\cdots\cdots\cdots② $$

但 $\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\cdots=1$

이것이 配分된 時差의 경우이다. λ의 合計는 1이 되지 않으면 안 된다. 왜냐하면 萬若 Z가 時間과 더불어 變化하지 않는다면 Y도 또 同一한 一定値를 取하지 않으면 안 되기 때문이다. Z_t에 代入해서

$$Y_t=\alpha+a_1X_{t-1}+a_2X_{t-2}+a_3X_{t-3}+\cdots \quad \cdots\cdots\cdots③ $$

但 $a_1+a_2+a_3+\cdots=a$

配分된 時差는 ② 或은 ③의 形으로 表示할 수 있다. 但 $a_1=a\lambda_1$, $a_2=a\lambda_2, \cdots$

特히 重要한 경우는 幾何級數的으로 配分된 時差의 경우이다. ②의 係數는 固定比 r만큼 減少한다. 但 r는 플러스의 小數이며 $(0<r<1)$ 係數는 無限히 繼續하며 그들은

$\lambda, \lambda r, \lambda r^2, \cdots$

但 λ는 最初의 係數이며 그들을 합치면 1이 된다.

$$\lambda+\lambda r+\lambda r^2+\cdots=1$$

즉 $\dfrac{\lambda}{1-r}=1$ 或은 $r=1-\lambda$

위 式은 無限幾何級數의 合計에 대한 公式에 의해서 求해진다. 實際値는

$$Y_t=\lambda(Z_{t-1}+rZ_{t-2}+r^2Z_{t-3}+\cdots) \quad \cdots\cdots\cdots④ $$

④는 定差演算子를 Δ로 하면 다음과 같이 된다.

---

(12) R.G.D. Allen, ibid., p. 387을 참조하라. 그리고 vintage model에 대해서는 同書 第15章을 參照하라.

(13) A.R. Bergstrom, ibid., p. 358.

$$Y_t = \frac{\lambda}{\Delta+\lambda} Z_t \text{ 或은 } \Delta Y_t = -\lambda(Y_t - Z_t) \cdots\cdots ⑤$$

幾何級數的 時差의 解釋은 簡單하다. ⑤에서 보면 어떤 期間에서 다음 期間까지의 實際(時差가 있는)値의 增加(ΔY_t)는 그 期間의 潛在値와 比較했을 때의 實際値의 不足分 $-(Y_t-Z_t)$에 比例한다. 時差가 있는 値 Y_t는 比例的인 速度로 潛在値에 接近한다.

連續分析에 있어서도 時差와 配分된 時差의 區別이 存在한다. 獨立變數 $X(t)$와 從屬變數의 潛在値 $Z(t)$와 實際値 $Y(t)$는 모두 다 連續的으로 變化하는 期間 t의 函數이다. 길이 θ가 固定的인 時間의 時差는 ①과 마찬가지로 다음의 式에 의해서 表示된다.

$$Y(t) = Z(t-\theta) = \alpha + aX(t-\theta) \cdots\cdots ⑥$$

② 或은 ③의 配分된 時差를 連續의 경우로 고치는 것도 쉬운 일이다. 事實 幾何級數의 경우 ④를 ⑤의 形으로 고쳐쓰면 連續的인 경우로 곧 擴張할 수 있다. ⑤에서는 時間의 單位는 便誼上 1期間으로 되어 있다. 萬若 期間의 測定單位가 固定되고 그리고 期間 Δt가 變化할 수 있는 경우에는 ⑤에서 λ代身에 $\lambda\Delta t$를 사용하여 次元을 옳게 維持하지 않으면 안된다. ⑤形의 期間 Δt를 가진 幾何級數的으로 配分된 時差에 대해서는 다음과 같이 된다.

$$\frac{\Delta Yt}{\Delta t} = -\lambda(Y_t - Z_t)$$

$\Delta t \to 0$이 되면 極限에서는 係數의 幾何級數(λ, λr, $\lambda r^2, \cdots$)를 指數函數 $e^{-\lambda}$의 縱座標가 取하는 値가 되며 그리고 時差가 있는 관계(Y의 Z에 대한)는 다음의 式과 같이 된다.

$$\frac{dY}{dt} = -\lambda(Y-Z)$$

즉 $DY = -\lambda(Y-Z)$ 或은 $Y = \frac{\lambda}{D+\lambda} Z \cdots\cdots ⑦$

但 D는 微分演算子 $\frac{d}{dt}$이다. 이것이 連續的으로 配分된 (指數型) 時差의 定式化이다. ⑦의 解釋은 ⑤의 解釋과 全혀 동일하다. 즉 時差가 있는 値 Y의 增加率은 潛在値에 대한 時差가 있는 値의 現在의 不足分에 比例한다. ⑤ 或은 ⑦에 있어서 係數 λ은 時差가 있는 値의 潛在値에 대한 反應速度를 表示한다.

〈圖 1〉은 時差의 세 가지 種類를 表示하고 있다. 그들은 다음과 같다.

(1) 固定時間의 時差 : 期間分析 或은 連續分析의 경우 $Y(t) = Z(t-T)$

(2) 幾何級數的으로 配分된 時差 : 期間 Δt에 대해서 $\Delta Y = -\frac{1}{T}(Y-Z)\Delta t$

(3) 指數型의 時差 : 連續分析의 경우 $\frac{dY}{dt} = -\frac{1}{T}(Y-Z)$

但 各各에 대해서 同一한 時間常數 T를 使用하고 있다($T = \frac{1}{\lambda}$ = 反應速度). 이들은 모두

連續的으로 變化하는 時間 t를 위해서 고쳐쓰여질 수 있다. 期間의 時差는 時間 Δt의 間隔으로 飛躍하는 段階函數로서 表示할 수 있기 때문이다.

〈圖 1〉은 潛在値가 $t=0$에서 一定値 Z_0로 飛躍했을 때의 時差가 있는 値 Y의 反應을 表示하고 있다. $t=0$에 이르기까지 $Y=Z=0$이다. 계속해서 $Z=Z_0$가 되어 Y는 時間과 더불어 그것으로 調整된다. (1)의 경우의 反應은 $t=T$에 있어서 0에서 Z_0으로의 飛躍이다. (2)의 경우의 反應은 $\Delta t=\frac{1}{3}T$ 즉 $\Delta Y=-\frac{1}{3}(Y-Z_0)$의 경우를 表示하고 있다.

t	ΔY	Y
0에서 $\frac{1}{3}T$까지	…	0
$\frac{1}{3}T$에서 $\frac{2}{3}T$까지	$\frac{1}{3}Z_0$	$\frac{1}{3}Z_0$
$\frac{2}{3}T$에서 T까지	$\frac{1}{3}\left(Z_0-\frac{1}{3}Z_0\right)=\frac{2}{3}Z_0$	$\frac{5}{9}Z_0$
T에서 $\frac{4}{3}T$까지	$\frac{1}{3}\left(Z_0-\frac{5}{9}Z_0\right)=\frac{4}{27}Z_0$	$\frac{19}{27}Z_0$

③의 경우의 反應은 曲線

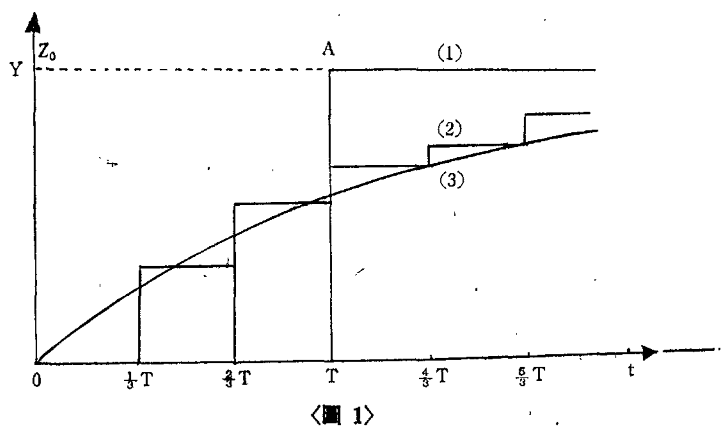
$$Y=(1-e^{\lambda t})Z_0 \qquad \left(\lambda=\frac{1}{T}\right) \cdots\cdots ⑧$$

이다. 이것은 微分方程式의 解이다.

〈圖 1〉의 (2)와 (3)의 幾何級數型과 指數型의 時差는 配分된 時差의 特殊例에 不過하다. 그들은 쉽게 任意의 型의 配分된 時差로 擴張할 수 있다. 連續型의 時差에 대해서는 特殊한 型의 反應 ⑧은 다음과 같이 一般化할 수 있다.

$$Y=F(t)Z_0 \qquad 但\ F(t)=\int_0^t f(\tau)d\tau$$

여기서 $f(\tau)$는 Y의 Z에 대한 反應의 時間形式이며 $F(t)$는 累積形式이다.



〈圖 1〉

2. 필립스・모델(1954)

1) "Stabilization Policy in a Closed Economy," *Economic Journal*, 64. (1954)에서 提示된 필립스・모델은 乘數—加速度係數 모델이라는 점에서는「싸뮤엘슨—힉스」의 모델과 동일하다. 그러나 다음의 세 가지 점에 있어서 注目할 만하다.

(1) 定差方程式이 아니고 微分方程式이다.

(2) 乘數理論 및 加速度原理에 獨自的인 時差를 導入하고 있다.

(3) 모델을 기초로 하여 安定化政策이 檢討되고 있다.

필립스・모델은 다음의 式으로 表示할 수 있다.

$$Z=C+I+A \cdots\cdots ①$$

$$C=cY=(1-s)Y \cdots\cdots ②$$

$$J=v\frac{dY}{dt} \cdots\cdots ③$$

$$\frac{dI}{dt}=-\kappa(I-J) \cdots\cdots ④$$

$$\frac{dY}{dt}=-\lambda(Y-Z) \cdots\cdots ⑤$$

但 Z: 有效需要, C: 消費, I: 現實純投資

A: 獨立的支出, c: 限界消費性向, s: 限界貯蓄性向

J: 必要純投資, v: 加速度係數 或은 投資係數

κ, λ: 反應速度

①은 有效需要의 定義式이다. ②는 消費가 國民所得의 線形(1次)函數임을 나타내는 消費函數이다. ③은 必要純投資가 國民所得의 變化率의 線形函數임을 나타내는 加速度原理型投資函數이다. ④는 投資活動에 있어서의 連續的으로 配分된 時差 或은 連續的인 指數型의 時差를 定式化한 것이며 現實投資의 必要投資에 比한 不足額($J-I$)에 比例한 率(κ)로 現實投資가 增加함을 나타낸다. ⑤는 供給面에 있어서의 連續的으로 配分된 時差를 定式化한 것이며 現實國民所得=總供給이 有效需要에 比해서 不足할 때에는 그 不足額($Z-Y$)에 比例한 率(λ)로 現實國民所得이 增加함을 나타낸다.

微分演算子를 사용하면 ③, ④ 및 ⑤는 各各 다음과 같이 고쳐쓸 수 있다.

$$J=vDY \cdots\cdots ③'$$

$$DI=-\kappa(I-J) \cdots\cdots ④'$$

$$DY=-\lambda(Y-Z) \cdots\cdots ⑤'$$

④′를 고처쓰면

$(D+\kappa)I=\kappa J$ ……………………………④″

가 되며 ⑤′를 고쳐쓰면

$(D+\lambda)Y=\lambda Z$

$Y=\frac{\lambda}{D+\lambda}Z$ ……………………………⑤″

가 된다.

④″에 ③′를 代入하면

$I=\frac{\kappa}{D+\kappa}vDY$ ……………………………⑥

가 되며 ⑤″와 ①, ②, ⑥에서 다음의 式을 얻는다.

$Y=\frac{\lambda}{D+\lambda}\left\{(1-s)Y+\frac{\kappa v}{D+\kappa}DY+A\right\}$ …⑦

⑦을 整理하면

$(D+\lambda)(D+\kappa(Y=(D+\kappa)\lambda(1-s)Y+\lambda\kappa vDY+\lambda(D+\kappa)A$

$D^2Y+\{(\lambda+\kappa)-\lambda(1-s)-\lambda\kappa v\}DY-\{\lambda x-\lambda\kappa(1-s)\}Y=\lambda(D+\kappa)A$

$D^2Y+\{\lambda s+\kappa(1-\lambda v)\}DY+\lambda\kappa sY=\lambda(D+\kappa)A$

가 되므로 필립스·모델에서 結局 다음의 1次2階微分方程式을 誘導할 수 있다.

$D^2Y+aDY+bY=\lambda(D+\kappa)A$

$a=\lambda s+\kappa(1-\lambda v),\ b=\lambda\kappa s$ ……………⑧

A를 常數로 假定하여 ⑧을 풀면

$Y=\frac{A}{s}+B_1e^{p_2t}+B_2e^{p_1t}$……………………⑨

가 된다. 但 p_1, p_2는 特性方程式

$p^2+ap+b=0$

의 根이며 B_1, B_2는 2개의 初期條件 즉 제로期의 Y와 DY의 値 Y_0와 Y_0'에 의해서 定해지는 任意常數이다.

⑨를 基礎로 하여 다음과 같은 質的分析을 行할 수 있음은 「힉스」등의 경우와 同一하다.

(1) p_1, p_2가 實數일 때에는 Y는 振動하지 않지만 p_1, p_2가 共軛複素數일 때에는 Y는 振動한다.

② p_1, p_2의 實數部分이 마이너스일 때에는 Y는 結局 均衡水準 $\frac{A}{s}$로 收斂하고 體系는 安定的이지만 p_1, p_2의 實數部分이 플러스일 때에는 Y는 時間이 經過함에 따라서(振動하면서든지 振動하지 않으면서) 均衡水準 $\frac{A}{s}$에서 더욱 더 멀리 乖離하며 따라서 體系는 不

安定的이다.

「힉스」등은 景氣循環現象을 解明하기 위해서 景氣循環論을 展開하고 있는데 대해서「필립스」는 그의 모델에서 誘導된 ⑧을 中心으로 하여 經濟安定化政策의 方式을 硏究하고 있다.「힉스」등이 노린 바가 理論的 分析에 있었다고 하면 필립스·모델이 노린 바는 合理的 政策方式의 探究에 있었다고 할 수 있을 것이다. 여기에서 필립스·모델의 最大의 特徵을 찾아볼 수 있다.

2)「필립스」는 經濟安定化政策으로서 세 가지 型을 생각하고 있다. ① 比例的 安定化政策(proportional stabilization policy), ② 積分安定化政策(integral stabilization policy) 및 ③ 微分安定化政策(derivative stabilization policy)의 세 가지가 그것이다.

(1) 比例的安定化政策　　이것은 國民所得 Y가 完全雇傭水準($Y=0$) 以下로 下落하면 그 不足額에 比例하여 政府需要를 增加시킴으로써 有效需要를 創造하는 政策이며 計劃된 政府需要를 $\bar{G}$로 하면 $\bar{G}$는 이 型의 政策에서는 $\bar{G}=-f_pY$로 定式化된다.

(2) 積分安定化政策　　이것은 國民所得의 完全雇傭水準에 대한 不足額의 累積額(積分)에 比例해서 政府需要를 增加시킴으로써 有效需要를 創造하는 政策이며 計劃된 政府需要 $\bar{G}$는 이 型의 政策에서는 $\bar{G}=-f_i\int_0^t Ydt$로 定式化된다.

(3) 微分安定化政策　　이것은 國民所得의 減少率에 比例하여 政府需要를 增加시킴으로써 有效需要를 創造하는 政策이며 計劃된 政府需要 $\bar{G}$는 이 政策에서는 $\bar{G}=-f_dDY$로 定式化 된다.

以上의 세 가지 型의 經濟安定化政策이 同時에 實施될 때에는 計劃된 政府需要 $\bar{G}$는 다음의 式으로 表示될 수 있다.

$$\bar{G}=-(f_pY+f_i\int_0^t Ydt+f_dDY)$$

이 計劃된 政府需要가 現實的으로 有效한 政府需要 G가 되는데 反應速度 β의 連續的으로 配分된 時差 或은 連續的인 指數型의 時差를 隨伴하는 것으로 하면 有效한 政府需要 G는 다음의 式으로 定義된다.

$$DG=-\beta(G-\bar{G})$$

或은 $$G=\frac{\beta}{D+\beta}\bar{G}$$

故로 이와 같은 安定化政策을「빌트·인」한 經濟體系의 모델은 다음의 式으로 表示될 수 있다.

$$Z=C+I+G+A \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ⑩$$

$$C=(1-s)Y \cdots\cdots ⑪$$

$$I=\frac{\kappa}{D+\kappa}vDY \cdots\cdots ⑫$$

$$Y=\frac{\lambda}{D+\lambda}Z \cdots\cdots ⑬$$

$$\bar{G}=-\left(f_pY+f_i\int_0^t Ydt+f_dDY\right) \cdots\cdots ⑭$$

$$G=\frac{\beta}{D+\beta}\bar{G} \cdots\cdots ⑮$$

但 ⑫는 ④″와 ③′에서 誘導된 것이며 ⑬은 ⑤″와 同一하다.

이 모델이 元來의 필립스·모델과 다른 點은 ⑩에 有效한 政府需要 G를 새로운 內生變數로서 하나 追加하고 이 G를 說明하는 式 즉 政府의 政策을 定式化한 式 ⑭와 ⑮를 追加한 것이다.

參 考 文 獻

A.W. Phillips, "A Simple Model of Employment, Money and Prices in a Growing Economy," *Economica*, Nov. 1961.

R.G.D. Allen, *Macro-Economic Theory*, 1967.

R.G.D. Allen, *Mathematical Economics*, 1956.

柴山幸治, 計量經濟學, 1962.

(筆者：서 울 大 學 校 商 科 大 學
韓 國 經 濟 硏 究 所 硏 究 員
서울大學校 商科大學 敎授·學長)