成長模型에 있어서의 貿易政策*

——高速道路定理와 關聯하여——

金　　信　　行**

目　次

I. 머 릿 말

發展途上에 있는 大部分의 國家들은 經濟發展計劃에 있어서 輸出擴大政策과 輸入代替政策을 그 主要 內容으로 삼고 있다. 輸出擴大政策은 發展途上國에 있어서 重要한 隘路(bottleneck)의 하나인 外貨의 不足을 打開해 나가면서 케인즈의 所得理論에 따른 所得 및 雇傭增大의 効果를 이루고자 하며, 輸入代替政策 역시 輸入을 減少시킴으로써 外貨를 節約하고 輸入에만 依存하던 工產品의 國內生產을 增加시켜 工業化를 통한 經濟發展을 圖謀하고자 한다. 그러므로 輸出擴大政策과 輸入代替政策은 國際收支를 向上시키고 所得을 向上시키는데에 그 主要 目的이 있다는 점에서 一脈 相通한다. 이와 같이 兩貿易政策은 國際收支 및 所得効果와 같은 巨視經濟的인 立場에서는 그 比較가 不明確하여지며 事實上 現在의 大部分의 開發途上國의 經濟計劃에서는 이 兩貿易政策이 混合되어 使用되고 있다.

*本稿는 *The Seoul National University Economic Review*(December 1970)에 發表되었던 筆者의 學位論文 "新古典學派成長模型에서의 適正關稅(Optimum Tariff in the Two-sector Neoclassical Growth Model)"에서 마지막 章의 「高速道路定理」에 관한 部分을 擴大 發展시킨 것이다.
** 서울大學校商科大學 講師

그러나 우리는 持續的인 輸出擴大政策이나 持續的인 輸入代替政策은 반드시 바람직한 政策이 될 수 없다는 것을 생각해 볼 수 있다. 持續的인 輸出擴大政策은 어느 期間이 흘러간 후에는 輸出交易條件을 惡化시켜 오히려 所得의 減少를 招來할 憂慮가 있으며 持續的인 輸入代替政策은 外貨不足의 障壁에 부딪치며 오히려 資源의 非効率的인 配分으로 인한 所得의 減少를 가져올 수 있는 것이다. 따라서 輸出擴大政策과 輸入代替政策이 어떻게 調和를 이루며 配合되어야 하는가 하는 것이 문제로 대두된다.

本稿에서는 輸出擴大政策과 輸入代替政策을 巨視經濟的인 側面에서보다 微視經濟的인 側面에서 比較하고자 한다. 이 兩貿易政策은 巨視經濟的인 側面에서는 그 効果가 類似하나 微視經濟的인 側面에서는 相反된 効果를 미치게 된다. 輸出擴大政策은 輸入可能商品에 대한 輸出可能商品의 生産混合(output-mix)을 增加시키는 반면에 輸入代替政策은 輸出可能商品에 대한 輸入可能商品의 生産混合을 增加시킨다. 生産混合의 變化는 所得의 再分配를 가져오게 되며, 所得의 再分配는 다시 貯蓄性向의 假定에 따라 經濟內의 貯蓄性向의 變化를 가져온다. 貯蓄性向의 變化는 資本蓄積率과 經濟成長率에 變化를 가져온다. 따라서 輸出擴大政策과 輸入代替政策은 商品空間에서 각기 다른 生産混合의 經路를 그리게 하며 이 生産混合經路上에서의 貯蓄性向과 成長率도 달라진다. 그러므로 輸出擴大政策과 輸入代替政策은 成長模型에 있어서 貯蓄性向과 成長率에 미치는 効果가 달라진다. 이러한 점에서 經濟成長模型과 貿易政策이 聯關된다. 우리는 여기서 商品空間에서 生産混合의 經路로 하여금 最適의 成長經路를 밟게 하는 貿易政策이 最適의 貿易政策이며 이것은 「高速道路定理」(turnpike theorem)에 立脚해 볼 때 「추의 軌跡」(catenary trajectory)의 經路를 밟게 하는 貿易政策이라는 것을 豫見할 수 있다.

高速道路定理에 의하면 商品空間(commodity space)에 있어서 주어진 期初와 期末의 點간의 最適成長經路(optimal growth path)는 最適均衡成長經路(optimal balanced growth path)인 高速道路에 대해서 「추의 軌跡」의 性質로서 나타난다. 本稿에서는 이러한 高速道路定理에 있어서의 「추의 軌跡」의 經路와 發展途上國의 貿易政策과의 相關關係를 考察하였다.

本稿에서 發見된 結果에 의하면 最適의 貿易政策은 「高速道路定理」에 있어서와 마찬가지로 商品空間에서 生産混合으로 하여금 「추의 軌跡」을 밟게 하는 貿易政策이며 이것은 다시 自由貿易의 初期均衡點의 商品空間에서의 位置에 따라 다음의 세 가지 境遇로 區分된다.

(1) 初期貿易均衡點이 高速道路上에 있을 경우에는 自由貿易政策이 最適의 貿易政策이다

(2) 初期貿易均衡點이 高速道路上에 있지 않을 경우에는 初期貿易均衡點의 狀況에 따라 다음 두 가지 경우로 나누어진다

i) 高速道路上에 到達할 때까지 持續的인 輸入代替政策이 最適의 貿易政策이다.

ii) 初期의 要素賦存度(factor endowment ratio)에 符合하는 均衡成長經路에 이를 때까지 持續的인 輸出擴大政策이 最適의 貿易政策이며 均衡成長經路에 到達한 以後부터는 高速道路에 到達할 때까지 持續的인 輸入代替政策이 最適의 貿易政策이다.

本稿에서는 最適成長經路를 發見하기 위해서 「폰트리아긴(Pontryagin)의 極大化原則(Maximum Principle)」을 使用하였다. 「폰트리아긴의 極大化原則」에서는 變數를 狀態變數(state variable)와 調整變數(control variable)의 두 가지로 區分하며 調整變數는 調整可能한 常數로서 이 常數의 調整이 狀態變數의 軌跡을 그리게 된다. 「폰트리아긴의 極大化原則」은 狀態變數空間에서 주어진 두 개의 점간에 狀態變數의 軌跡時間을 極小化하는 原則이다. 이 極大化原則은 靜態問題에 있어서의 線型計劃(linear programming)의 原則과 類似하나 「폰트리아긴의 極大化原則」에 있어서는 制約條件에 動態方程式이 나타난다는 데에 그 差異點이 있다.

第II節에서는 經濟成長模型의 假定을 說明하였고 第III節에서는 經濟模型에서의 輸入代替政策과 輸出擴大政策의 役割을 說明하였으며 第IV節에는 最適均衡成長經路의 性質을 說明하였으며 第V節에서는 高速道路定理와 貿易政策의 關係를 說明하였고 마지막 VI節에서 結論을 맺었다.

II. 經濟成長模型의 假定

假定 1) 經濟內에는 投資財(X_I)와 消費財 (X_C) 두 財貨만 存在하며 各 財貨는 資本(K)과 勞動(L)의 生産要素의 結合에 의해서 생산된다. 數式으로서는

$$X_I(t)=F_I(t)(K_I(t),\ L_I(t)) \tag{2.1}$$

$$X_C(t)=F_C(t)(K_C(t),\ L_C(t)) \tag{2.2}$$

으로 表示되며 "K_C," "K_I," "L_C," "L_I"는 각각 消費財와 投資財의 生産에 使用된 資本과 勞動의 量을 나타낸다.

假定 2) 計劃期間에 걸처서 모든 期間 "t"에 生産要素 "$K(t)$"와 "$L(t)$"는 完全雇傭된다.

數式으로서는

$$K_I(t)+K_C(t)=K(t) \tag{2.3}$$

$$L_I(t)+Lc(t)=L(t) \tag{2.4}$$

으로 表示되며 "$K(t)$"와 "$L(t)$"는 "t"期에 있어서의 資本과 勞動의 賦存量을 나타낸다.

假定 3) 投資財와 消費財의 生產函數 "$F_I(t)$"와 "$Fc(t)$"는 時間에 따라 變化하지 않고 規模에 대한 收益이 不變인 新古典學派類型의 生產函數이다 (즉 F_I', $Fc'>0$ 이며, $F_I''<0$, $F_c''<0$이다).

假定 4) 投資財는 모든 要素價格의 比率에서 消費財보다 더 資本集約的인 方法으로 生產된다 (즉 $\frac{K_I}{L_I}>\frac{K_C}{L_C}$이며, 要素集約度의 逆轉이 發生하지 않는다).

假定 5) 今期의 資本과 勞動의 賦存量은 前期의 所得의 一定한 比率인 常數 "μ_1"에 의해서 決定된다. 數式으로서는

$$\dot{K}(t)=\mu_1 Y(t) \tag{2.5}$$

$$\dot{L}(t)=\mu_2 Y(t) \tag{2.6}$$

로 表示되며 여기서 "$\mu_2=c(1-\mu_1)$"이다. 常數 "μ_1"은 所得의 資本形成으로의 흐름을 나타내며 케인즈의 貯蓄性向과 同一한 意味를 가지고 있다. 勞動의 흐름을 決定짓는 常數"μ_2"는 總所得中에서 資本의 흐름을 決定하고 남은 部分에 대한 一定한 比率"c"로서 나타나 있다. 恒數(parameter) "c"는 말서스(Malthus)의 最低賃金水準에 該當한다. 所得 "$Y(t)$"는 消費財의 單位로서 表示된다. 즉 $Y(t)=p(t)X_I(t)+Xc(t)$이며 "$p(t)$"는 消費財로 表示한 投資財의 "t"期에서의 價格이다.

假定 6) 投資財와 消費財에 대한 靜態厚生函數(static welfare function) "U"에 있어서 $\frac{\partial U}{\partial X_I}$, $\frac{\partial U}{\partial X_C}>0$이며; $\frac{\partial^2 U}{\partial X_I^2}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial X_C^2}<0$이다. 따라서 "$X_I$"와 "$X_C$"는 劣等財가 아니며 厚生函數는 "$X_I$"와 "$X_C$"의 商品空間에서 原點에 대하여 볼록하다.

假定 7) 現在의 消費量(C_t)과 次期의 消費量(C_{t+1})에 대한 異時厚生函數(intertemporal welfare function) "$H(t)$"가 存在하며 $\frac{\partial H(t)}{\partial C_t}$, $\frac{\partial H(t)}{\partial C_{t+1}}>0$ 이며 $\frac{\partial^2 H(t)}{\partial C_t^2}$, $\frac{\partial^2 H(t)}{\partial C_{t+1}^2}<0$이다. 그러므로 靜態厚生函數의 경우에서와 마찬가지로 異時厚生函數 "$H(t)$" 역시 "t"期와 "$t+1$" 期의 消費空間에서 原點에 대하여 볼록하다.

假定 8) 異時厚生函數 "$H(t)$"는 時間의 흐름에 따라 변하지 않고 一定하다.

假定 9) 消費財로 表示한 投資財의 價格 "p"은 國際市場價格이며 時間의 흐름에 따라 변하지 않고 一定하게 머물러 있다.

假定 10) 資本家의 貯蓄性向은 勞動者의 貯蓄性向보다 높다.

위에서 假定(1)에서 (5)까지는 成長模型에서의 生產函數에 대한 假定이며 假定 (6)에서 (8)까지는 消費函數에 대한 假定이다. 假定 (9)는 初期의 均衡點(生產混合點)이 完全競爭을 前提로 한 國際市場價格"p"에 의해서 決定되며 調整變數의 變化에 의해서 영향을 받지 않는다는 것을 假定하고 있다. 마지막 假定 (10)은 一般的으로 檢證된 假定은 아니지만 成長理論에서 傳統的으로 채택되고 있는 假定이므로 本稿에서는 이 假定을 그대로 採擇하였다.

위의 生產函數에 대한 假定을 個人當의 變數로 標準化(normalize)하면 規模에 대한 收益不變의 假定과 完全雇傭의 假定에 의해서 다음과 같이 된다.

$$y=f(k)=x_C+px_I \tag{2.7}$$

$$x_I=\frac{k_C-k}{k_C-k_I}f_I(k_I) \tag{2.8}$$

$$x_C=\frac{k-k_I}{k_C-k_I}f_C(k_C) \tag{2.9}$$

여기서 $y=\frac{Y}{L}$, $x_I=\frac{X_I}{L}$, $x_C=\frac{X_C}{L}$, $k=\frac{K}{L}$, $k_I=\frac{K_I}{L}$, $k_C=\frac{K_C}{L}$를 각각 나타낸다.

마찬가지로 生產要素의 흐름을 나타내는 "$\dot{K}$"와 "$\dot{L}$"의 方程式을 標準化하면

$$\dot{k}=(\mu_1-\mu_2k)f(k) \tag{2.10}$$

가 된다.

III. 輸出擴大政策과 輸入代替政策의 比較

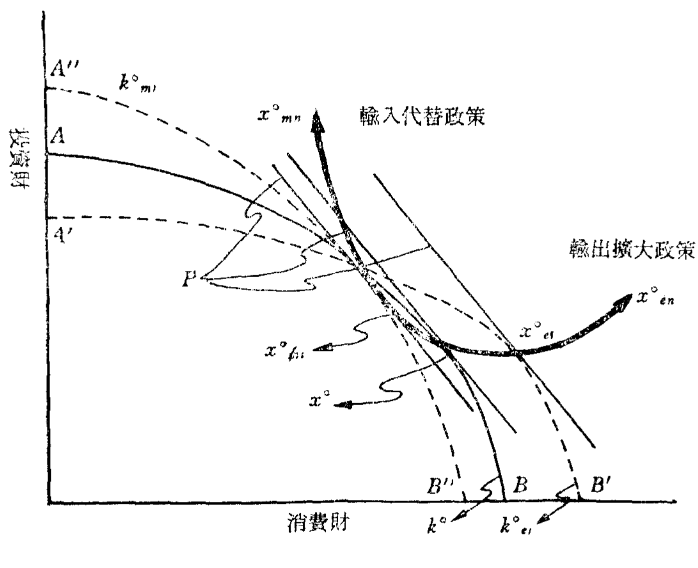
우선 먼저 앞에서 說明한 成長模型에 國家간의 交易을 介入시켜 보자. 傳統的인 헥셔—오린(Heckscher-Ohlin)의 貿易假定에 따라 Ⅰ—國과 Ⅱ—國간의 效用函數(여기서는 靜態및 異時厚生函數를 包含했음)는 同一하고 生產函數도 同一하다. 단 Ⅰ—國과 Ⅱ—國의 要素賦存度($k=\frac{K}{L}$)의 隔差에 의해서 貿易이 發生하게 된다. Ⅰ—國이 Ⅱ—國에 비해서 相對的으로 資本이 豐富한 나라라고 한다면(즉 $k_I>k_{II}$이면) 헥셔—오린의 定理에 따라 Ⅰ—國은 勞動集約的인 商品을 (여기서는 消費財) 輸入하고 資本集約的인 商品(여기서는 投資財)를 輸出한다. 國際市場價格은 兩國의 生產可能性曲線의 볼록性質(convexity property)에 의해서 唯一한 生產混合을 決定한다. 이것을 各各 "x_I°"(X_I°/X_c°), (Ⅰ—國에서의 均衡生產混合) 과 "x_{II}°"$(X_I^\circ/X_c^\circ)_{II}$ (Ⅱ—國에서의 均衡生產混合)이라고 하자. 그러면 앞에 說明한 模型에서 "x_I°"과 "x_{II}°"에 상응하는 資本과에 勞動 대한 收益인 賃料(r°)와

賃金($w°$)이 各各 決定된다. 要素價格均等化의 定理(factor price equalization theorem)에 의해서 交易國間의 賃貸料와 賃金은 同一하게 되나 資本이 相對的으로 豐富한 나라인 Ⅰ—國에 있어서는 Ⅱ—國에 비해 資本集約的인 商品의 生産量이 많으므로 ($x_I°>x_{II}°$) Ⅰ—國에서 Ⅱ—國에 비해 資本家에게 有利하게 所得이 分配된다. 따라서 貯蓄性向의 假定 (10)에 의해서 Ⅰ—國에서의 財蓄性向$(\mu_1°)_I$은 Ⅱ—國에서의 貯蓄性向 $(\mu_1°)_{II}$ 보다 크게 된다. 따라서 앞에 說明한 投資行爲方程式(2.10)에 의해서 Ⅰ—國에서의 個人當投資增加率이 Ⅱ—國에서의 個人當投資增加率 보다 높게 된다(즉 $\dot{k}_I>\dot{k}_{II}$). 兩國의 初期의 國際市場價格에서의 均衡成長經路를 比較하여 보면 Ⅰ—國의 均衡成長經路에 該當하는 要素賦存度는 $k_I° = \left(\frac{\mu_1°}{\mu_2°}\right)_I$ 이고 Ⅱ—國의 均衡成長經路에 該當하는 要素賦存度 $k_{II}° = \left(\frac{\mu_1°}{\mu_2°}\right)_{II}$이며 $k_I°>k_{II}°$이다.

우리는 "$k_I°$"과 "$k_{II}°$"의 均衡成長經路上에서의 一定期間에 걸친 消費流量의 總和를 發見할 수 있다. 앞에 成長模型의 構造에 있어서 "t"期에 있어서의 消費量은 "$(1-\mu_1°-\mu_2°)f(k(t))$"가 된다. 여기서 "$\mu_1°$"과 "$\mu_2°$"은 各各 資本과 勞動의 "t"期에 있어서 要素供給을 위해서 消耗된 所得分이며 나머지 部分 "β"$(=1-\mu_1-\mu_2)$가 所得中에 消費된 部分이다. 그러므로 一定한 期間 "N" 期間에 걸쳐서 割引된 消費流量"V"(現在의 價値로 換算된)는 "$\int_0^N \beta f(k(t))e^{-\delta t}dt$"의 積分으로 나타난다(여기서 割引率은 "$\delta$"로 表示하였다).

우리는 여기서 勞動이 相對的으로 豐富한 Ⅱ—國을 對象으로 하여 貿易政策을 分析한다. 앞에 說明한 經濟成長模型에서 貿易政策은 投資函數方程式 (2.10)에서 個人當投資의 흐름을 調整하는 "μ_1" 常數를 變化시킴으로써 要素賦存度의 變化를 가져온다. 〈圖 1〉에서

〈圖 1〉



AB 曲線은 Ⅱ一國의 要素賦存度($k°_{II}$)에 따른 生産可能性曲線을 나타내고 있다. 주어진 國際市場價格 "p"에서 Ⅱ一國은 AB 生産可能性曲線上의 "$x°$"점에서 均衡을 이룬다. 輸入關稅率의 賦課에 의한 Ⅱ一國에서의 輸入代替政策은 勞動集約的인 商品에 대한 資本集約的인 商品의 生産混合을 增加시킨다. 또한 保護貿易政策은 그 國家의 稀少한 生産要素의 價格을 上昇시킨다는 「스톨퍼一사무엘슨(Stolper-Samuelson)의 定理」에 의해서 關稅率의 賦課는 資本家에게 有利하게 所得을 分配함으로써 貯蓄性向에 관한 假定 (10)을 따르면 經濟內의 貯蓄性向은 增加하게 된다. 貯蓄性向의 增加는 投資函數方程式 (2.10)에서 "μ_1"을 增加시킴으로써 個人當 投資率을 增加시키고 要素賦存者 "$k_{II}°$"의 增加를 가져온다. 資本의 增加는 資本集約的인 商品의 絶對的인 生産量을 增加시키고 勞動集約的인 商品의 絶對的인 生産量을 減少시킨다는 「립진스키(Rybczynski) 定理」에 따라 "$k°_{m1}$"(輸入關稅가 賦課된 以後 第 1期($t=1$)에서의 要素賦存度)에 相應하는 生産可能性曲線은 〈圖 1〉에서 $A''B''$의 點線으로 表示된다. 關稅賦課以後 第一期($t=1$)에서의 生産混合은 다시 國際市場價格 "p"와 새로운 生産可能性曲線 $A''B''$과 接하는 點 "$x°_{m1}$"에서 均衡을 이루게 된다. 이와 같은 方法으로 輸入代替政策의 持續的인 適用은 "$t=2$"期에 있어서 다시 새로운 生産可能性曲線을 導出시키고 이에 따라 새로운 生産混合點 "$x°_{m2}$"이 決定된다. 이와 같이 輸入代替政策의 持續的인 適用은 〈圖 1〉의 商品空間에서 "$x°_{m1}x°_{m2}\ldots x°_{mn}$"의 生産混合經路를 誘發시킨다. 本稿에서는 이 經路를 輸入代替政策의 成長經路라고 부른다.

輸出擴大政策의 成長經路 역시 위와 同一한 方法으로 分析할 수 있다. 첫째로 輸出補助金支拂에 의한 輸出擴大政策은 消費財에 대한 資本財의 生産混合比를 初期自由貿易下에서의 生産混合 "$x°$"에 비해 減少시킨다. 生産混合 "$x°$"의 減少는 다시 「스톨퍼一사무엘슨의 定理」에 의해서 勞動者에게 有利하게 所得을 分配시킨다. 다시 貯蓄性向의 假定에 의해서 輸出擴大政策은 經濟內에 貯蓄性向을 減少시키고 資本의 供給이 작아지고 勞動의 供給이 많아진다. 「립진스키의 定理」에 따라 輸出擴大政策은 勞動集約的인 商品(消費財)의 絶對的인 生産量을 增加시키고 資本集約的인 商品(投資財)의 絶對的인 生産量을 減少시킨다. 이에 따라 輸出擴大政策은 〈圖 1〉에서 "$t=1$"期의 要素賦存度 "$k°_{e1}$"에 該當하는 生産可能性曲線 $A'B'$를 導出시키고 生産混合 "$x°_{e1}$"을 決定한다. 持續的인 輸出擴大政策은 〈圖 1〉에서 "$x°x°_{e1}\cdots x°_{en}$"의 成長經路를 誘出시킨다.

그러므로 本節에서는 輸入代替政策과 輸出擴大政策이 國際收支 및 所得效果와 같은 巨視經濟的인 側面에서는 그 效果가 類似할지 모르나 生産混合의 微視經濟的인 側面에서는 그 效果가 相異하며 商品空間에서 各其 反對方向의 成長經路를 誘發시키는 것을 檢討하였다.

IV. 最適均衡成長經路

우리는 앞 節에서 輸入代替政策과 輸出擴大政策은 각기 다른 成長經路를 誘發시키는 것을 檢討하였다. 그러면 問題點은 어느 成長經路가 더 바람직한 成長經路인가 하는 것이다. 이 問題는 大部分의 成長模型의 主要한 問題로 되어 있다. 成長經路의 最適性(optimality)의 問題는 模型에서의 目的函數가 무엇인가에 따라 그 內容이 달라진다. 目的函數는 通常 두가지로 區分되어 세워진다. 그 하나는 經濟成長率이며 다른 하나는 消費流量의 現在價値이다. 폰 노이만(von Neuman)의 成長模型은 經濟成長率이 極大化되는 成長經路의 存在性과 性質을 檢討하고 있으며, 휄프스(Phelps)의 「黃金의 法則」(Golden Rule)은 割引된 消費流量의 總和를 그 目的函數로 세우고 있다. 本稿에서는 이미 說明한 成長模型에서 割引된 消費流量의 總和를 目的函數로 세웠으며 輸入代替政策과 輸出擴大政策의 成長經路의 效率性은 바로 이 目的函數에 基準을 두고 評價된다.

〈圖 1〉의 商品空間에는 실로 수많은 均衡成長經路를 想像하여 볼 수가 있다. 그러면 처음의 問題는 이 均衡成長經路들 가운데에서 割引된 消費流量의 總和를 極大化하는 成長經路는 어느 經路인가 하는 것이다. 本節에서는 本稿의 成長模型에서 割引된 消費流量의 總和를 極大化하는 均衡成長經路를 發見하고 그것의 性質을 分析하고자 한다.

이미 說明한 바와 같이 本稿의 模型에서는 "N"期間에 걸친 割引된 消費流量의 總和 "V"는 "$\int_0^N \beta f(k(t))e^{-\delta t}dt$"로 表示된다. 이 積分에서 알 수 있는 바와 같이 消費流量은 要素賦存度 "$k(t)$"와 貯蓄性向 "μ_1"의 函數로서 나타난다. 貯蓄性向 "μ_1"의 增加는 現在의 消費를 減少시키나 要素賦存度 "$k(t)$"를 增加시킴으로써 未來의 消費를 增加시킨다. 그러므로 貯蓄性向 "μ_1"은 消費流量의 總和에 대해서 現在의 消費와 未來의 消費에 相反되는 作用을 同時에 하고 있다. 따라서 이 相反되는 作用을 評價하기 위한 共通因子가 要求되며 이것이 바로 未來의 消費를 現在消費의 價値로 評價해 주는 割引率이다. 割引率(δ)이 높으면 높을수록 未來消費의 現在價値가 낮아지며 割引率이 낮을수록 未來消費의 現在價値가 높아진다. 따라서 割引率이 높은 經濟에서는 貯蓄性向이 낮으며 資本蓄積率과 經濟成長率이 낮은 반면에 割引率이 낮은 經濟에서는 貯蓄性向이 높으며 資本蓄積率과 經濟成長率이 높을 것이다.

本稿의 目的函數 "V"에 直接的인 영향을 미치는 變數인 要素集約度 "$k(t)$"는 事實上 貯蓄性向"μ_1"의 函數로 나타나 있기 때문에 "V"의 極大値를 決定하는 調整變數는 "μ_1"이며 이 調整變數는 割引率과 關聯되어 決定된다는 것을 說明하였다. 그러므로 여기서 우리는

"V"를 極大化하는 貯蓄性向 "μ_1^*"를 찾기 위해서 다음과 같은 極大化模型을 세운다.

$$\max.\ V=\int_0^N \beta f(k(t))e^{-\delta t}dt \qquad (3.1)$$

$$\text{S.T. } \dot{k}(t)=(\mu_1-\mu_2 k(t))f(k(t))$$

위의 極大化模型에서는 制約條件에 個人當 投資行爲를 나타내는 動態方程式이 있으므로 靜態的인 線型計劃의 라그랑쥬函數로서는 그 解가 不可能하며 우리는 動態的인 線型計劃의 問題를 取扱한 「폰트리아긴의 極大化原則」을 適用한다. 「폰트리아긴의 極大化原則」을 本稿의 極大化模型과 關聯지어 要約하면 다음과 같다:

"k^*"와 "μ_1^*"가 調整問題(control problem)의 解라고 한다면 해밀톤(Hamilton)의 乘數($r\geq o$와 $q(t)$)가 存在하며 다음의 條件을 充足시킨다.

(1) 해밀톤의 乘數, "$q(t)$"는 다음의 微分方程式을 充足시킨다.

$$\dot{q}=-\frac{\partial H}{\partial k}$$

(2) 調整變數, "$\mu_1(t)$"는 모든 時間變數 "t"에 대해서 다음의 條件을 充足시킨다.

$$H(k^*(t),q(t),\mu_1^*(t))=\max_{\mu_1} H(k^*(t),q(t))$$

1. 폰트리아긴 極大化原則의 經濟的인 解釋

위의 「폰트리아긴의 極大化原則」에 立脚해서 우리는 다음과 같은 極大化模型(3.1)에 대한 해밀톤函數를 세운다.

$$H(k(t),q(t),\mu_1(t))=-\gamma\beta f(k(t))+q(t)[\mu_1-\mu_2 k(t)]f(k(t)) \quad (3.2)$$

위의 해밀톤函數는 靜態問題에서의 라그랑쥬函數와 그 成形에 있어서나 乘數의 經濟的인 解釋에 있어서 類似하다. 위의 해밀톤函數는 狀態變數($k(t)$), 調整變數($\mu_1(t)$)와 補助變數($q(t)$)의 函數로 나타나 있으며 그 測定値는 "t"期에 있어서의 總效用으로 나타낸다. 그러므로 "t"期에서 "$q(t)$," "$\mu_1(t)$," "$k(t)$"의 變數의 價値를 알면 "t"期의 總效用의 價値 "$H(t)$"를 알 수 있다. 위의 (3.2)方程式의 오른쪽의 첫 項 "$\gamma\beta f(k(t))$"는 "t"期에 있어서의 總消費量의 效用을 나타내며 "r"는 消費流量單位에 대한 限界效用의 意味를 內包하고 있다. 이 項의 앞에 "負"의 符號를 붙인 것은 「폰트리아긴의 極大化原則」은 元來 極小化問題를 取扱한 것이므로 우리가 現在 다루고 있는 極大化의 問題에 符合시키기 위해서 붙인 것이다. (3.2)方程式의 오른쪽의 두번째 項인 "$q(t)[\mu_1-\mu_2 k(t)]f(k(t))$"는 投資財의 動態方程式 앞에 補助變數 "$q(t)$"를 붙인 것으로서 投資財의 增加가 總效用 "$H(t)$"에 미치는 影響을 나타낸다. "$q(t)$"는 投資財의 「그림자 費用(shadow cost)」으로서 그 測定單位는 "γ"와 마찬가지로 效用의 單位이다. "t"期에서의 投資財의 增加는 "t"期의 "$H(t)$"를 減少시키는 役割을 하므로 그 價値에 있어서는 負의 意味를 默示的으로

지니고 있다($q(t)<0$). 以下에서는 "$q(t)$"를 投資財의 「그림자 費用」 이라고 부르기로 한다. 그러므로 우리는 여기서 總效用을 나타내는 "$H(t)$"는 "t"期의 消費가 總效用에 미치는 項과 "t"期의 消費의 減少(즉 투자의 증가)가 總效用에 미치는 項으로 構成되어 있으므로 이것은 「異時厚生函數」(intertemporal welfare functions)의 의미를 가지고 있으며 이 점에 대해서는 더 자세히 後述되었다.

投資財의 「그림자 費用」은 資本理論에 따라 두 가지 要素로 構成되어 있다. 첫째 要素는 投資하기 위해서 犧牲한 現在所得減少分에 대한 效用의 喪失이며 둘째 要素는 現在의 投資가 未來에 消費로서 實現되기까지 기다려야 됨으로써 發生하는 效用의 喪失 即 「性急費用」(cost of impatience)이다. 投資財의 「그림자 費用」중에서 「性急費用」은 그 經濟의 割引率(δ) (限界時間選好率)에 따라서 달라진다. 割引率이 높으면 높을수록 投資財의 「그림자 費用」도 높아질 것이며 낮을수록 「그림자 費用」은 낮아질 것이다.

폰트리아긴의 「極大化 原則」에서 補助變數 "$\gamma\geq 0$"가 存在한다는 것은 經濟的인 意味에 있어서는 單位當消費의 限界效用이 "正"이라는 것이며 消費에 있어서 "負"의 限界效用의 領域을 排除하고 經濟的으로 意味있는 消費의 領域으로만 限定한 것이다. 다음으로 補助變數 "$q(t)$"가 "$\dot{q}=-\frac{\partial H}{\partial k}$"의 微分方程式을 充足시킨다는 것은 이미 說明한 바와 같이 "$q(t)$"는 投資財의 「그림자 費用」이라는 意味이다. 왜냐하면 위의 微分方程式의 兩邊을 時間"t"에 대해서 積分을 하면 "$q(t)=-\int_t^{t+N}\frac{\partial H}{\partial k}e^{-\delta t}$"(여기서 "$N$"는 投資財의 存續期間이며 "$\delta$"는 割引率이다)가 되며 이것은 바로 投資財의 「그림자 費用」이다. 本稿의 成長模型에 있어서는 假定(6)에 의해서 投資財(X_I)와 消費財(X_C)의 兩財貨가 모두 今期의 靜態厚生函數"U"에 投入되므로 投資財는 時差없이 消費로의 轉換이 可能하다. 따라서 投資財의 「그림자 費用」 "$q(t)$"는 "$-\frac{\partial H(t)}{\partial k(t)}$"로서 縮小表現된다. 또한 "$q(t)$"가 存在한다는 것은 모든 期間에 걸쳐서 投資財가 稀少한 財貨로서 「그림자 費用」이 있다는 것이며 自由財(free good)가 아니라는 것이다. 마지막으로 "$H(k^*(t), q(t), \mu_1^*(t))=\max_{\mu_1} H(k^*(t),q(t))$"의 極大化條件은 計劃期間의 모든 "$t$"期에 있어서 異時厚生 "$H(t)$"를 極大化시킬 때의 "$\mu_1$"은 最適의 調整變數인 (optimum control) "μ_1^*"가 되며 이 때의 狀態變數 "$k(t)$"와 "$q(t)$" 역시 最適의 狀態變數인 "$k^*(t)$"와 "$q^*(t)$"가 된다.

2. 極大化模型의 解

우리는 이 節의 極大化模型에서 異時厚生 "$H(t)$"를 計劃期間의 모든 "t"期에 대해서 極大化하는 均衡成長經路를 찾으려 한다. 均衡成長經路는 定義에 의해서 要素賦存度 "$k(t)$"가 時間에 대해서 변하지 않는 狀態이다. 그러므로 均衡成長經路上에서는 "$\dot{k}(t)=0$"이며 要素賦存度의 變化에 依存하는 投資財의 「그림자 費用」 역시 時間에 따라 변하지 않고 一定하게 머물러 있을 것이다(즉 $\dot{q}=0$이다).

「極大化原則」의 두가지 充足條件에 의해서 이 節의 極大化模型을 풀면

$$\dot{q}=-\frac{\partial H}{\partial k}=\gamma\beta f'(k)-q[-\mu_2 f(k)+(\mu_1-\mu_2 k)f'(k)] \tag{3.3}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mu_1}=[\gamma(1-c)+q(1+ck)]f(k) \tag{3.4}$$

均衡成長經路의 條件에 의해서 "$\dot{q}=0$"이며 「極大化原則」의 第(2)의 充足條件에 의해서 "$\frac{\partial H}{\partial \mu_1}=0$"이다. 그러므로

$$\dot{q}=\gamma\beta f'(k)-q[-\mu_2 f(k)+(\mu_1-\mu_2 k)f'(k)]=0 \tag{3.5}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mu_1}=[\gamma(1-c)+q(1+ck)]f(k)=0 \tag{3.6}$$

이므로 (3.5)과 (3.6)式에 의해서

$$\frac{kf'(k)}{f(k)}=\frac{c}{k^{-1}+c} \tag{3.7}$$

의 最適均衡成長의 條件이 導出된다. 一定한 計劃期間에 消費流量의 總和를 極大化시키는 均衡成長經路上에서는 要素賦存度"$k(t)$"는 (3.7)式을 滿足시키며 이때의 要素賦存度는 最適要素賦存度 "$k^*(t)$"이다. (3.7)式에서 왼쪽 項은 總所得中에서 資本家에게 分配되는 比率의 常數로 나타나 있으며 오른쪽 項은 勞動의 흐름을 決定하는 말서스의 最低賃金水準에 該當하는 恒數"c"를 이 恒數에 勞動/資本의 比率을 더한 것으로 나누어 준 常數로 나타난다. 即 兩邊은 各各 要素賦存度 "k"(資本/勞動)의 函數이며 이 兩邊을 一致시켜 주는 要素賦存度 "k"가 最適의 要素賦存度 "k^*"이다. (3.5)式과 (3.6)式에 펠프스(Phelps)의 模型을 代入시켜 보면 펠프스의 「黃金의 法則」인 資本家에게 配分되는 所得分配比率의 常數와 貯蓄性向과의 一致가 손쉽게 풀려진다.

(3.7)式의 最適條件을 (3.5)式에 代入함으로써 最適均衡成長經路上에서의 投資財의 「그림자 費用」 "q^*"를 發見할 수 있다. 數式으로는 다음과 같이 表示된다.

$$q^*=\frac{-\gamma(1-c)}{(1+ck^*)} \tag{3.8}$$

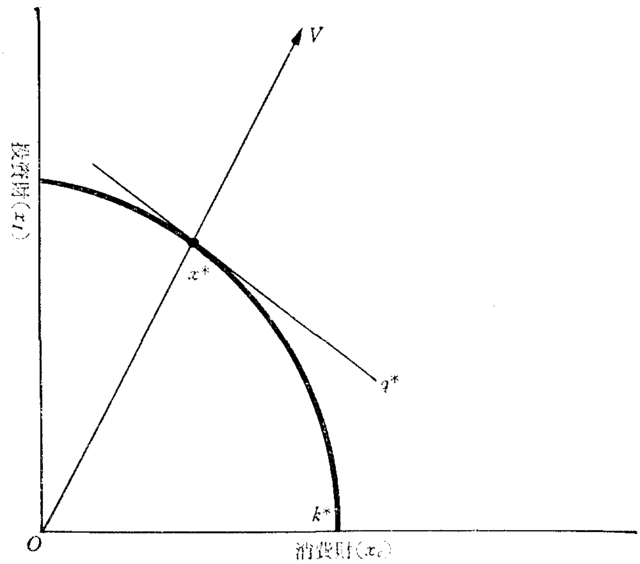
(3.8)式에서 "q^*"는 效用으로 測定되고 있으나 限界效用 "γ"를 消費財單位로 表示할 수

있다면 投資財의 「그림자 費用」 "q^*" 를 〈圖 1〉의 商品空間에 導入하는 것이 可能하다. 그러면 商品空間에서 最適要素賦存度 "k^*"와 投資財의 「그림자 費用」 "q^*"는 最適生産混合經路 "x^*"를 決定한다. 이 成長經路를 〈圖 2〉에서 "O-V"의 放線으로 表示하였고 이 放線이 바로 商品空間에서 最適均衡成長經路이다. 이것은 經濟成長率을 極大化하는 폰노이만의 最適均衡成長經路와 類似한 性質을 가진 成長經路이다. 本稿에서는 〈圖 2〉의 "O-V" 放線을 消費高速道路(consumption turnpike)라고 부른다.

3. 均衡成長經路의 性質

均衡成長經路上에서는 投資財는 더 以上 增加하지도 減少하지도 않는 $\dot{k}=0$인 均衡狀態이다.

〈圖 2〉



만약 投資財의 「그림자 費用」이 「그림자 價値」를 超過한다면 投資財의 增加나 現在 投資水準의 維持는 "$H(t)$"의 減少를 招來할 것이며 投資財는 減少하게 된다(즉 $\dot{k}<0$이다). 반대로 投資財의 「그림자 價値」가 「그림자 費用」을 超過할 경우에 投資財의 增加는 "$H(t)$"를 增加시키므로 $\dot{k}>0$. 그러므로 均衡經路上에서는 주어진 割引率 "δ"에서 投資財의 「그림자 費用」과 「그림자 價値」가 一致하며 投資의 增加나 減少로 인한 均衡成長으로부터의 離脫은 總效用 "$H(t)$"를 오히려 減少시킨다.

「極大化 原則」의 第一條件으로부터 投資財의 「그림자 費用」 ($q(t)$)는

$$q(t)=-\int_t^{t+N}\frac{\partial H}{\partial k}e^{-\delta t}dt \quad \text{이며}$$

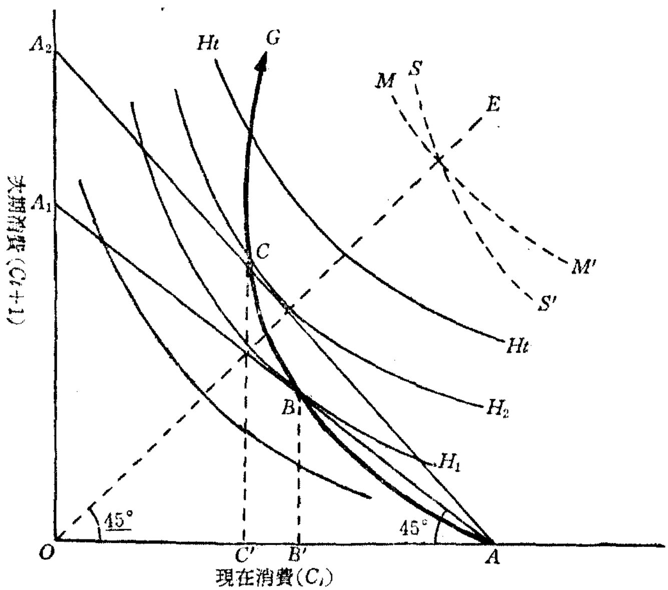
投資財의 「그림자 價値」 ($\psi(t)$)는

$$\phi(t)=\int_{t}^{t+N}\frac{\partial f}{\partial k}e^{-\delta t}dt$$ 이므로

均衡成長經路上에서는 "$\frac{\partial f}{\partial k}$"(投資財의 限界生産性)(marginal productivity of capital)과 "$\frac{\partial H}{\partial k}$"(限界時間選好率) (marginal time preference rate)이 一致한다.

이것은 本稿의 假定(7)의 異時厚生函數(intertemporal welfare function)에 의해서 더욱 明白히 說明될 수 있다. 異時厚生函數는 今期의 消費(C_t)와 次期의 消費(C_{t+1})와의 選好를 나타내는 函數로서 어느 經濟의 時間에 걸친 消費에 대한 本質的인 時間選好(intrinsic time preference)를 나타낸다. 이 本質的인 時間選好函數는 〈圖 3〉에서 "H_tH_t"의 選好曲線

〈圖 3〉 異時厚生函數($H(t)$)

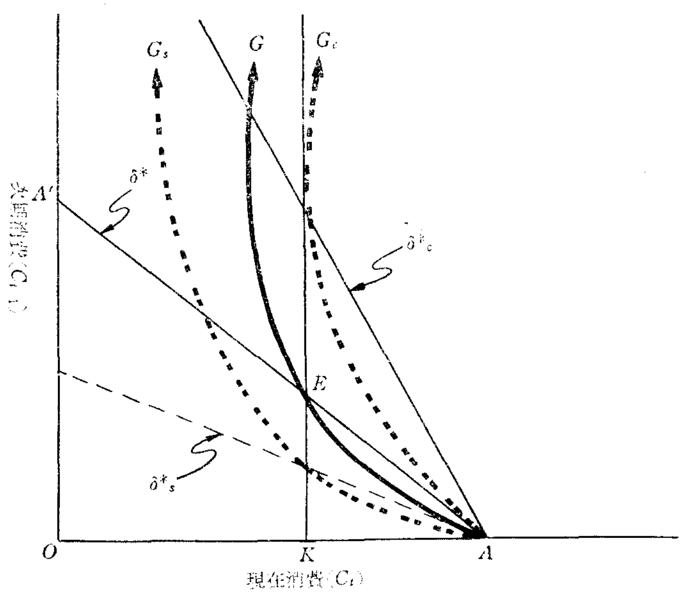


으로 나타난다. 割引率이 "零"이 되어 現在와 次期의 消費가 現時點에서 同一하게 評價된다면 限界時間選好率(marginal time preference rate)은 "1"이 되고 이것은〈圖 3〉에서 "AA_1"의 線으로 表示된다. 〈圖 3〉에서 現在消費로 表示한 現在所得을 "OA"라 하고 이 때의 限界時間選好率이 "1"이(〈圖 3〉에서 "AA_1"직선) 되면 現在 所得中에서 "OB′"을 現在 消費하고 나머지 "B′A"가 未來消費를 위해서 貯蓄되고 이것은 次期의 "BB′"의 消費가 될 때 異時厚生水準은 "H_1"의 水準에서 極大化된다. 다시 限界時間選好率이 높아져서 〈圖 3〉에서 "AA_2"直線이 된다면 "OC′"를 現在 消費하고 나머지 "C′A"가 貯蓄될 때 異時厚生水準은 "H_2"에서 極大化된다. 이와 같은 方法으로 주어진 本質的인 時間選好函數로부터 割引率의

變化에 따른 貯蓄의 供給曲線 "ABCG"를 〈圖 3〉에서 導出한다. "ABCG"上에서 限界時間選好率 $\left(-\frac{\partial H}{\partial k}\right)$ 과 投資의 限界生產性 $\left(\frac{\partial f}{\partial k}\right)$ 이 一致하게 된다. 〈圖 3〉에서 "AA_1"이나 "AA_2"의 直線의 기울기는 現在의 消費의 減少(투자의 증가)가 未來의 消費를 增加시키는 比率 즉 資本의 限界生產性(MPP)을 나타내고 있으며 이것은 "ABCG"線上에서 限界時間選好率 (MTP)과 一致한다. 그러므로 本稿의 成長模型의 均衡成長經路上에서는 投資財의 「그림자 價値」와 「그림자 費用」의 一致는 投資財의 限界生產性과 限界時間選好率의 一致로 나타나며 이것은 또한 〈圖 3〉에서는 "ABCG"線上에 놓이게 되는 條件을 充足시킨다.

마지막으로 우리는 本節의 消費高速道路에 該當하는 最適割引率 "δ^*"를 〈圖 4〉로부터 導出할 수 있다. 〈圖 4〉에서 最適貯蓄性向 "μ_1^*"에 相應하는 "K"점으로 부터 수직선을 그어 貯蓄供給曲線 "AG"와 만나는 "E"점과 "t"期의 所得水準 "A"점을 連結한 直線의 기울기가 最適限界時差選好率이며 이에 해당하는 割引率이 最適割引率인 "δ^*"이다. 最適割引率 "δ^*"는 本質的인 時間選好函數 "$H(t)$"에 따라 달라진다. 〈圖 3〉에서 "SS'"의 時間選好

〈圖 4〉



AEG는 各其 다른 限界時間選好率 (δ)에 따라 異時厚生函數를 極大化하는 現在와 次期의 消費의 配合을 나타낸다. "OA"는 現在 所得을 "AK"는 貯蓄을 "OK"는 現在消費를 각각 나타낸다.

函數는 "MM'"의 時間選好函數에 비해서 現在消費의 價値를 높게 評價하고 있다. 그러므로 "SS'"의 時間選好函數를 가진 經濟에서의 貯蓄供給曲線은 〈圖 4〉에서 "AG_c"로 나타나며 이 때의 最適割引率은 "δ_c^*"로서 "δ^*"보다 높다. 마찬가지로 "MM'"의 時間選好函數를

가진 經濟에서의 貯蓄供給曲線은 〈圖 4〉에서 "AG_s"로 나타나며 이 때의 最適割引率은 "δ_s*"로서 "δ*"보다 작다.

그러므로 주어진 異時函數 "$H(t)$"로 부터 最適割引率 "δ*"는 唯一하게 決定된다.

V. 高速道路定理와 貿易政策

初期의 經濟가 消費高速道路上에 있을 때는 問題가 發生하지 않으나 高速道路上에 있지 않을 경우에는 高速道路上으로 經濟를 進入시키기 위해서 調整變數 "μ_1"의 作用이 要求된다. 이 때에 期初와 期末間에 最適成長經路는 高速道路에 대해서 「추의 軌跡」을 그린다는 「高速道路定理」에 비추어 調整變數 "μ_1"의 最適調整(optimal control)의 性質을 이 節에서 分析하고자 한다.

맥킨지(McKenzie)와 모리시마(Morishima)는 生産活動模型(activity model)에서, 라드너(Radner)와 니까이도(Nikaido)는 新古典學派 類型의 生産函數를 가진 再生産模型에서 각각 最大成長率을 가진 폰-노이만(von Neuman)의 高速道路에 대해서 高速道路定理를 證明하였다. 쯔꾸이(Tsukui)는 生産活動模型에서 一定한 計劃期間에 걸쳐 消費流量의 總和를 極大化하는 成長經路 역시 消費高速道路(consumption turnpike)에 대해서 「추의 軌跡」을 그린다는 高速道路定理를 證明하였다. 우리는 맥킨지, 라드너, 니까이도, 모리시마의 高速道路定理를 「生産高速道路」라고 한다면 쯔꾸이의 高速道路定理를 「消費高速道路定理」라고 부를 수 있다. 本稿에서 다루고 있는 最適成長經路는 消費高速道路이므로 쯔꾸이의 「消費高速道路定理」와 關聯하여 調整變數 "μ_1"의 最適調整의 性質을 分析하고자 한다. 「高速道路定理」에서 「추의 軌跡」은 각기 다른 假定에 따라 다음 두가지의 性質로 區分된다.

(1) 終期의 價格이 高速道路價格이라면 最適成長經路는 時間이 흘러감에 따라 高速道路에 漸次로 가깝게 接近해 간다.

(2) 最適成長經路는 高速道路로부터 "M"期間 以上을 주어진 角距離 "ε"밖으로 離脫하지 않으며 "M"期間은 計劃期間 "N"에 대해서는 獨立的이며 高速道路로부터의 角距離 "ε"에 依存的이다.

위의 (1)의 最適成長經路는 〈圖 5〉에서 高速道路(O-V放線)에 대해서 "x°"의 初期貿易均衡點으로부터 (1)의 成長經路로 表示되며 (2)의 最適成長經路는 同一한 그림에서 (2)의 成長經路로 表示된다. 여기서 角距離"ε"은 "$\left|\frac{x^*}{|x^*|}-\frac{x^\circ}{|x^\circ|}\right|$"으로 定義되며 이 角距離는 規

模에 대하여 不變이다.

初期의 貿易均衡點 "x°"이 高速道路 "x^*"에 있지 않을 때의 最適成長經路의 模型을 다음과 같이 세운다.

$$\text{Max. } V=\int_0^T \beta f(k)e^{-\delta t}dt \tag{5.1}$$

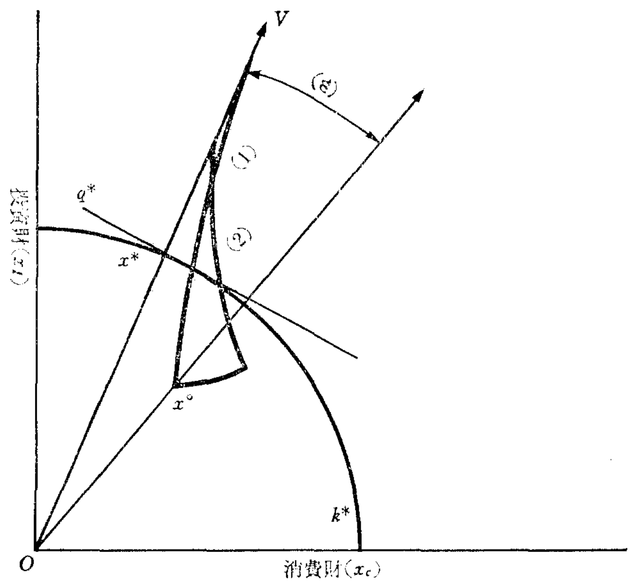
$$\text{S.T. } \dot{k}=(\mu_1-\mu_2 k)f(k) \tag{1}$$

$$x(0)=x^{\circ}<x^* \tag{2}$$

$$x(T)=x^* \tag{3}$$

$$\mu_1-\mu_1^{\circ}\leqq|\bar{\mu}_1| \tag{4}$$

〈圖 5〉



위의 模型은 不均衡成長模型으로 IV의 均衡成長模型에 生產混合 "x"의 期初와 期末의 條件을 制約條件 (2)와 (3)으로 插入한 것이다. 위의 模型에서 調整變數 "μ_1"은 本稿에서 貿易政策을 나타내는 變數이므로 위의 模型을 充足시키는 "μ_1^*"가 바로 最適의 貿易政策이다. 制約條件 (4)에 의해서 調整變數 "μ_1"은 어떤 最大의 常數 $|\bar{\mu}_1|$으로서 制限되어 있으며 이것은 經濟內의 다른 諸般政策과 관련하여 貿易政策이 許容되는 範圍를 나타낸다(또한 常數 "μ_1°"은 初期均衡點 "x°"에 該當하는 貯蓄性向이다). 均衡成長經路에서와 마찬가지로 해밀톤의 函數를 세운 다음에 정돈하면

$$H=[\gamma(1-c)+q(1+ck)]\mu_1 f(k)-[\gamma(1-c)+qck]f(k) \tag{5.2}$$

가 된다. 우리는 앞 節에서 均衡成長經路上에서는 "$\dfrac{\partial f}{\partial k}$"와 "$\dfrac{\partial H}{\partial k}$"가 一致하며 이때에 "$H(t)$"

가 어떤 주어진 割引率 "δ"에 대해서 極大化가 되므로 "$\frac{\partial H}{\partial \mu_1}=0$"가 되는 것을 發見하였다. 그러므로 不均衡成長經路에서는 $\frac{\partial H}{\partial \mu_1}\neq 0$이며 "$\frac{\partial H}{\partial \mu_1}>0$"이면 調整變數가 그것의 最大値의 常數인 "$+\bar{\mu}_1$"에서 適用될 때의 成長經路가 最適의 成長經路이며 "$\frac{\partial H}{\partial \mu_1}<0$"이면 調整變數가 最少値의 常數인 "$-\bar{\mu}_1$"에서 適用될 때의 成長經路가 最適의 成長經路가 된다. 앞의 III에서 輸入代替政策은 貯蓄性向 "μ_1"을 上昇시키며 輸出擴大政策은 "μ_1"을 減少시키는 役割을 한다는 것을 檢討하였다. 그러므로 調整變數 "μ_1"이 "$+\bar{\mu}_1$"가 된다는 것은 輸入代替政策이 그것의 주어진 範圍內에서 最大限度로 遂行된다는 것이다(例를 들어 輸入關稅率이 最大限度로 附加되는 境遇이다). 反對로 調整變數 "μ_1"이 "$-\bar{\mu}_1$"가 된다는 것은 輸出擴大政策이 許容되는 範圍內에서 最大限度로 遂行된다는 것이다(例를 들어 輸出補助金이 最大限度로 支拂되는 境遇이다). 그러므로 이 節의 不均衡成長模型에서 最適成長經路의 決定에 核心的인 役割을 하는 것은 "$\frac{\partial H}{\partial \mu_1}$"의 符號이다. 이 符號를 決定하는 函數를 우리는 폰트리아긴의 「極大化原則」에 있어서의 交替函數(switching function)라고 한다.

(5.2)의 해밀톤의 函數로부터 다음과 같은 交替函數 "$\sigma(t)$"를 찾아 낼 수 있다.

$$\sigma(t)=\gamma(1-c)+q(1+ck) \tag{5.3}$$

위의 交替函數로부터

$$\left.\begin{array}{ll}(1)\ \sigma(t)=0\ \left(즉\ q=\frac{\gamma(1-c)}{(1+ck)}\right)\ 이면 & -\bar{\mu}_1\leqq\mu_1^*\leqq+\bar{\mu}_1\\ (2)\ \sigma(t)>0\ \left(즉\ q<\frac{\gamma(1-c)}{(1+ck)}\right)\ 이면 & \mu_1^*=+\bar{\mu}_1\\ (3)\ \sigma(t)<0\ \left(즉\ q>\frac{\gamma(1-c)}{(1+ck)}\right)\ 이면 & \mu_1^*=-\bar{\mu}_1\end{array}\right\} \tag{5.4}$$

일 경우의 成長經路가 각각 最適成長經路이다. 위의 세가지 條件의 不等號는 (5.1)의 模型의 初期條件을 나타내는 制約條件(2)에 의해서 決定된다. 初期條件으로서 對象國의 要素賦存度 "k°"과 投資財의 國際市場價格 "p"와 이에 따라 決定되는 生產混合 "x°"과 이 生產混合 "x°"에 相應하는 初期의 貯蓄性向 "μ_1°"이 각각 주어진다. 投資財의 國際市場價格 "p"와 投資財의 「그림자 費用」 "q"는 각각 消費財로 測定되어 있으므로 그 相互比較가 可能하다. 따라서 初期의 國際市場價格과 要素賦存度를 위의 세가지 條件에 代入시킴으로써 貿易政策의 方向을 決定할 수 있다. 우리는 우선 먼저 위의 (5.4)에서 第(1)의 條件인 交替函數가 "零"이 될 경우를 分析한다.

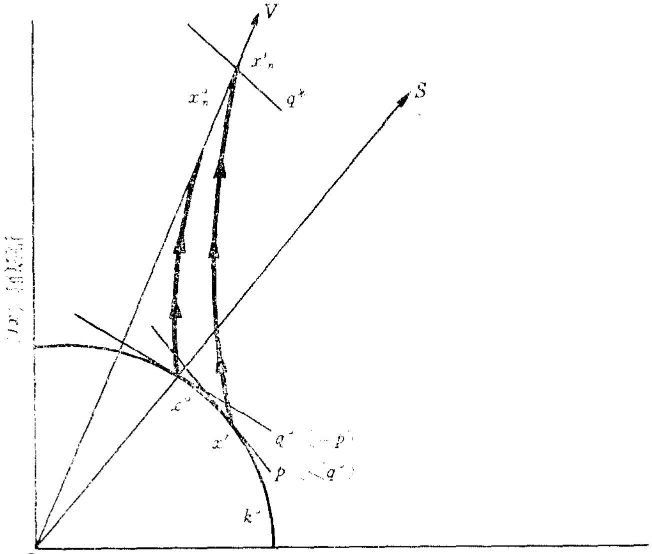
1. 交替函數가 "零"일 경우

이 경우에는 이미 說明한 바와 같이 初期의 條件이 均衡成長經路上에 있을 경우이다.

이 경우에는 調整變數의 作用이 異時厚生(intertemporal welfare)을 增加시킬 수 없는 경우이므로 貿易政策變數의 靜態的인 意味에서의 社會的 費用을 생각할 때 最適의 調整變數 "μ_1*"는 "零"이 되는 境遇이며 最適의 貿易政策은 自由貿易政策이다. 따라서 要素賦存度는 初期에 주어진 "$k°$"이 持續的으로 維持된다. 이 "$k°$"의 均衡成長經路에 該當하는 投資財의 價格 "$q°$"은 (5.4)의 第(1)의 條件에 의해서 $\frac{\text{“}\gamma(1-c)\text{”}}{(1+ck°)}$이다. 따라서 初期의 國際市場價格"$p$"가 要素賦存度 "$k°$"의 均衡成長經路의 維持를 可能케 하는 投資財의 「그림자 費用」 "$q°$"과 一致한다며는 自由貿易政策이 最適의 政策이다. 우리는 또한 〈圖 4〉로부터 初期의 貯蓄性向 "$\mu_1°$"에 該當하는 割引率 "$\delta°$"을 發見할 수 있다. 다음의 〈圖 6〉에서 初期의 要素賦存度 "$k°$"의 均衡成長經路는 放線 "O-S"로서 表示된다.

消費高速道路上("O-V放線")에서 投資財의 價格 "q^*"는 $\frac{\text{“}\gamma(1-c)\text{”}}{(1+ck^*)}$이고 "$k°<k^*$" 이므로 $q^*<q^0$이다. 따라서 調整變數 "μ_1"의 異時效用 "$H(t)$"에 미치는 效果를 "q^*"의 價格에 評價하였을 때에는 $\frac{\partial H}{\partial \mu_1}>0$가 되고 $\sigma(t)>0$이 되므로 最適調整變數 "μ_1*"는 "$+\bar{\mu}_1$"이 되고 最適貿易政策은 最大限度의 輸入代替政策이다(즉 最大限度의 關稅率의 賦課가 要求된다). 이와 같은 輸入代替政策은 消費高速道路에 到達할때까지 持續되며 〈圖 6〉의 商品空間에서 最適生產混合經路는 初期의 "$x°$"점으로부터 消費高速道路 "O-V"放線에 점차로 가까워지는 "$x°\cdots x°_n$"의 經路로서 나타나진다. 이것은 「高速道路定理」에서 第(1)의 「추의 軌跡」과 同一한 性質을 나타낸다.

〈圖 6〉



$\sigma(t)\geqq 0$일 경우에는 最大限度의 輸入代替政策이 最適의 貿易政策이다.

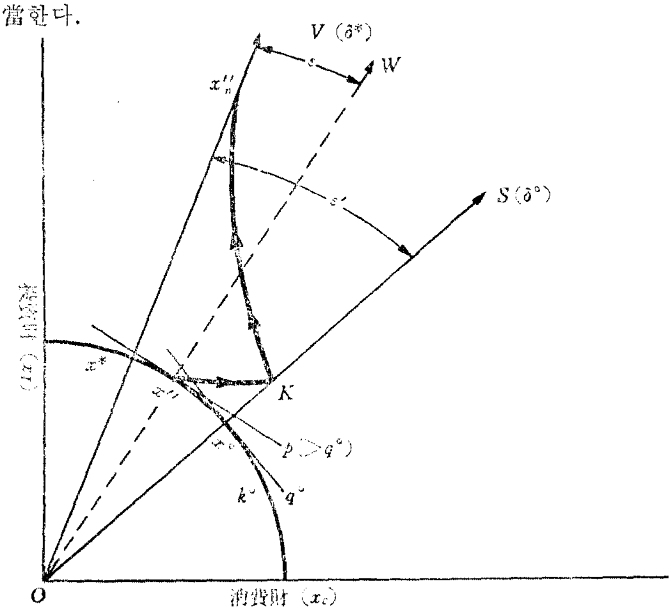
2. 交替函數가 "正"일 경우

이 경우는 投資財의 國際市場價格 "p"가 "$q^{\circ}\left(=\dfrac{\gamma(1-c)}{(1+ck^{\circ})}\right)$"보다 작을 경우이며 初期의 貿易均衡點은 〈圖 6〉에서 "x'"으로 나타나진다. 또한 "$\dfrac{\partial H}{\partial \mu_1}>0$"이므로 最大限度의 輸入代替政策의 持續的인 適用이 最適의 貿易政策이 된다. 이 경우의 生産混合의 最適成長經路는 〈圖 6〉에서 "$x'\cdots x'_n$"으로 나타나지며 이것은 "$\sigma(t)=0$"일 때와 同一하게 「高速道路定理」의 第(1)의 「추의 軌跡」의 性質을 가지고 있다.

3. 交替函數가 "負"일 경우

이 경우는 初期의 國際市場價格 "p"가 "$q^{\circ}\left(=\dfrac{\gamma(1-c)}{(1+ck^{\circ})}\right)$"보다 클 경우이며 初期의 貿易均衡은 〈圖 7〉에서 "x''"으로 나타나 진다. 이 경우는 "$\dfrac{\partial H}{\partial \mu_1}<0$"이며 "$\sigma(t)<0$"이므로 投資의 減少가 오히려 "$H(t)$"를 增加시킨다. 따라서 調整變數 "$\mu_1$"은 "$-\bar{\mu}_1$"에서 適用될 때가 最適이며 이 때의 最適의 貿易政策은 最大限度의 輸出擴大政策이다. 이 輸出擴大政策이 持續됨에 따라 要素賦存度 "k°"은 減少하며 投資財의 「그림자 費用」 "q°"는 增加하여 어느 後期에 가서는 初期의 國際市場價格 "p"와 一致하게 된다(이때에 $p=\dfrac{r(1-c)}{(1+ck'')}$가 되며 $k''<k^{\circ}$이다). 이 때에는 다시 "$\dfrac{\partial H}{\partial \mu_1}=0$"이 되며 生産混合 "$x$"는 均衡成長經路上에 있게 된다. 그리고 이 때의 均衡成長經路는 經濟內에 주어진 均衡割引率 "δ°"에 相應하는 〈圖 7〉의 "O-S"放線에 該當한다.

〈圖 7〉



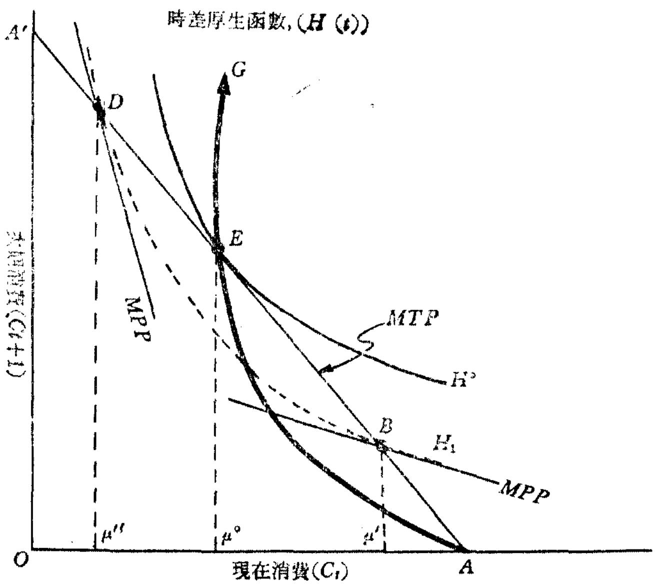
$\sigma(t)<0$일 경우에는 "O-S"放線上의 "K"점에 到達할 때까지 最大限度의 輸出擴大政策이 最適의 貿易政策이며 K점에서 高速道路에 이를 때까지는 最大限度의 輸入代替政策이 最適의 貿易政策이다.

전과 마찬가지로 均衡經路의 "O-S"放線에서 調整變數 "μ_1"이 異時厚生 "$H(t)$"에 미치는 效果를 高速道路 價格 "q^*"에 評價하면 $\frac{\partial H}{\partial \mu_1}>0$가 된다. 왜냐하면 $k''<k^\circ<k^*$이므로 $q^*\left(=\frac{r(1-c)}{(1+ck^*)}\right)<p\left(=\frac{r(1-c)}{(1+ck'')}\right)$이며 $\sigma(t)>0$이다. 다시 (5.4)의 第(2)最適條件에 의해서 最適調整變數 "μ_1^*"는, "$+\bar{\mu}_1$"에서 適用되며 最適의 貿易政策은 最大限度의 輸入代替政策이다. 그러므로 初期의 國際市場價格 "p"가 初期에 주어진 要素賦存度 "k°"을 維持하는 均衡成長經路上의 價格 "q°"보다 클 때는 初期의 生產混合이 均衡成長經路에 到達할 때까지는 最大限度의 輸出擴大政策이 最適의 貿易政策이며 그 以後로는 消費高速道路에 到達할 때까지 最大限度의 輸入代替政策이 最適의 貿易政策이다. 이것을 〈圖 7〉로 표시하여 보면 交替函數가 "負"인 경우의 最適成長經路는 「高速道路定理」의 第(2)의 「추의軌跡」의 性質을 나타내는 것을 알 수 있다. 「高速道路定理」에서는 어느 限界點을 設定함이 없이 最適成長經路는 "x^*"와 "x''"의 角距離 "ε"를 "M"期間 以上 超過하지 않는다고 說明한다. 반면에 本節의 模型에서는 最適成長經路가 高速道路의 "x^*"점으로부터 離脫할 수 있는 角距離가 初期의 要素賦存度 "k°"을 維持할 수 있는 均衡成長經路의 放線 "O-S" 즉 "x^*"와 "x°"의 角距離 "ε'"에 의해서 限定된다. 高速道路의 放線 "O-V"를 해로드(Harrod)의 自然成長率과 比較한다면 均衡成長經路의 放線 "O-S"는 해로드의 適正成長率의 概念에 該當한다고 할 수 있다.

本節에서는 最適貿易政策의 經路를 해밀톤의 函數에 있어서의 交替函數가 "零"일 때, "正"일 때, "負"인 때의 세가지 境遇를 「高速道路定理」와 關聯하여 각각 說明하였다. 우리는 여기서 異時厚生函數와 關聯하여 위의 세가지 경우의 經濟的인 意味를 각각 賦與하고자 한다. 이미 살펴 본 바와 같이 交替函數의 符號는 生產混合의 差異에 달려 있다. 앞에서 說明한 例에서 "x°", "x'", "x''"은 各其 同一한 要素賦存度를 가지고 있으나 生產混合의 差異로 인해서 交替函數의 符號가 달라진다. 그것은 III에서 說明한 論據에 의해서 生產混合의 差異는 貯蓄性向의 差異를 가져온다는 前提에 基因한다. 그러므로 交替函數의 符號의 決定은 異時厚生函數에 있어서 初期의 生產混合에 관련된 初期의 貯蓄性向의 差異로부터 나온 것이다. 그러므로 交替函數 符號決定의 經濟的인 解釋은 異時厚生函數에 의해서 이루어진다. 우리는 여기서 初期의 生產混合 x°, x', x''와 관련된 初期의 貯蓄性向을 각각 μ°_1, μ'_1, μ''_1이라고 하자. 그리고 指數(index number)問題에 의한 問題의 複雜性을 回避하기 위해서 위의 세개의 生產混合은 同一한 水準의 (靜態厚生函數의) 社會無差別曲線上에 各各 있다고 하자. 그러면 效用으로 測定한 위의 세개의 生產混合의 所得은 全部 同一하게 되므로 우리는 〈圖 8〉에서 各其의 生產混合에 該當하는 貯蓄水準을 μ', μ°, μ''으로 現在

消費軸(C_t)에 表示할 수 있다 ($\mu'<\mu°<\mu''$). 그런데 "$\mu°$"는 均衡成長經路上에서의 貯蓄水準이므로 投資의 限界生産性과 限界時間選好率과를 一致시켜 주는 "AEG"線上의 "E"점(〈圖 8〉에서) 수직으로 그어내린 점에 위치한다. 그리고 이 때에 均衡成長經路에서의 限界時間選好率 (MTP)은 "AA'"의 直線이며 異時厚生水準은 "$H°$"이다. III에서의 「스톨퍼—사무엘슨 定理」에 따라 "μ'"에서의 投資의 限界生産性은 "$\mu°$"점에서 보다 낮으며 "μ''"점에서 投資의 限界生産性은 "$\mu°$"점에서 보다 높다. 그러므로 均衡點이 아닌 "μ'"점에서는 投資의

〈圖 8〉



E점에서는 MTP=MPP
B점에서는 MTP>MPP
D점에서는 MTP<MPP

限界生産性 (MPP)이 限界時間選好率 (MTP)보다 낮으며 "μ''"점에서는 投資의 限界生産性 (MPP)이 限界時間選好率 (MTP)보다 높으므로 異時厚生水準은 "H_1"으로서 "$\mu°$"에서의 "$H°$"水準보다 낮게 된다. 그러므로 MPP<MTP일 경우에 $\sigma>0$이 되며 MPP>MTP일 경우에 $\sigma<0$이 되는 것을 알 수 있다. $\sigma>0$일 때의 輸入代替政策은 現在와 次期의 消費構造를 "B"점으로부터 "E"점으로 移動시킴으로써 異時厚生水準을 "H_1"으로부터 "$H°$"으로 向上시키는 役割을 하며, $\sigma<0$일 때의 輸出擴大政策은 "D"점으로부터 "E"점으로 移動시킴으로써 異時厚生을 向上시킨다.

지금까지는 模型(5.1)의 制約條件(2) ($x(0)<x^*$)에 따라 初期의 要素賦存度 $k°<k^*$인 狀態의 經濟를 對象으로 하여 最適貿易政策의 方向을 硏究하였다. 우리는 $k°>k^*$인 狀況의 經

濟의 最適貿易政策에 관해서도 위와 同一한 方法으로 分析할 수 있다. 다음의 表는 이 兩經濟狀況의 貿易政策을 要約한 것이다.

要素賦存度 / 生產混合	$k^\circ < k^*$			$k^\circ > k^*$		
初期狀況	交替函數	最適貿易政策	備　考	交替函數	最適貿易政策	備　考
$x(0)=x^*$	$\sigma(t)=0$	自由貿易政策	$\delta^\circ=\delta^*$	$\sigma(t)=0$	自由貿易政策	$\delta^\circ=\delta^*$
$x(0)=x^\circ$	$\sigma(t)=0$	輸入代替政策	$\delta^\circ>\delta^*$	$\sigma(t)=0$	輸入代替政策	$\delta^\circ<\delta^*$
$x(0)>x^\circ$	$\sigma(t)<0$	輸出擴大政策 後에 輸入代替 政策으로 交替	MPP>MTP	$\sigma(t)<0$	輸入代替政策	MPP>MTP
$x(0)<x^\circ$	$\sigma(t)>0$	輸入代替政策	MPP<MTP	$\sigma(t)>0$	輸出擴大政策 後에 輸入代替 政策으로 交替	MPP<MTP

VI. 맺는 말

本稿에서는 輸入代替政策과 輸出擴大政策이 生產混合에 미치는 微視的인 效果를 폰－노이만 類型의 擴大再生產 成長模型에서 檢討하였다. 貿易政策의 微視的인 生產效果를 成長模型과 聯關시키는 데에는 古典學派의 貯蓄性向의 假定 및 貿易理論에서의 既存定理인 「립진스키 定理」와 「스톨퍼－사무엘슨 定理」를 使用하였다. 그러나 古典學派의 貯蓄性向에 관한 假定은 그것이 얼마나 現實과 符合되는가에 관한 經驗的인 檢證이 確實하지 않으며 「립진스키 定理」나 「스톨퍼－사무엘슨 定理」 역시 交易條件이 변하거나 「메쯔러 效果」(Metzler effect)가 發生하면 각각 그 妥當性을 잃게 된다. 그러므로 生產混合의 微視的인 分析이 貯蓄性向과 聯關되어 成長模型과 結合되는 데 있어서 이미 相當한 制限을 받고 있다. 이 以外에도 新古典學派生產函數의 "유연한(smooth)" 代替性이라든가 完全雇傭과 같은 非現實的인 假定 역시 本稿의 結論의 妥當性에 制限을 가하고 있다.

그럼에도 불구하고 成長模型에 있어서의 貿易政策의 檢討는 從來의 靜態的인 貿易模型에 있어서의 貿易政策의 分析에 새로운 次元을 提示하여 주고 있다. 貿易理論에 있어서 傳統的인 貿易政策의 分析은 靜態的인 厚生函數(static welfare functions)에 立脚한 「파레토의 最適狀態」(Paretian optimality)를 目的函數로 하여 이루어지고 있다. 이러한 傳統的인 分析에서는 生產에 있어서의 限界代替率(MRT)과 消費에 있어서의 限界代替率(MRS)과 國際市場價格이 一致할 때에 資源이 效率的으로 配分되는 「파레토의 最適狀態」가 達成되며, 이 同等性中에 어느 하나의 條件이라도 喪失되어 歪曲된 資源配分이 이루어질

경우에 貿易政策의 介入이 正當化되며 또한 要求된다. 本稿는 異時厚生函數(intertemporal welfare function)에 立脚하여 資源의 效率的인 配分을 貿易政策과 關聯하여 檢討하였다. 그 결과 異時厚生函數를 目的函數로 한 資源의 效率的인 配分은 投資의 限界生產性 (MPP)과 限界時間選好率 (MTP)이 投資財의 國際市場價格과 一致할 때 이루어지며 이 同等性中에 어느 하나의 條件이라도 喪失되어 歪曲된 資源配分이 이루어질 경우에 貿易政策의 介入이 要求된다는 것을 發見하였다. 그러므로 從前의 貿易政策은 靜態的인 意味에서의 資源配分의 歪曲現象에 그 政策의 根據를 두고 있는 反面에 本稿에서는 異時的인(intertemporal) 意味에서의 資源配分의 歪曲現象에 그 政策의 根據를 두고 있다. 投資의 限界生產性(MPP)이 限界時間選好率 (MTP)보다 클 경우에는 初期의 要素賦存度에 따라 要求되는 貿易政策의 內容은 다음 두가지로 區分된다. 初期의 要素賦存度 (k°)가 消費高速道路에 該當하는 最適要素賦存度 (k^{*})보다 클 경우에는, 高速道路에 到達할 때까지의 持續的인 輸入代替政策이 最適의 貿易政策이 되며, 初期의 要素賦存度가 最適要素賦存度보다 작을 경우에는 輸出擴大政策을 先行한 輸入代替政策이 最適의 貿易政策이 된다. 반대로 投資의 限界生產性 (MPP)이 限界時間選好率 (MTP)보다 작을 경우에는, 初期의 要素賦存度가 最適의 要素賦存度보다 크면 輸出擴大政策을 先行하는 輸入代替政策이, 初期의 要素賦存度가 最適의 要素賦存度보다 작으면 輸入代替政策이 각각 最適의 貿易政策이 된다.

위의 異時厚生函數와 關聯해서 最適貿易政策을 導出해 내는 過程에는 筆者가 恰足하지 못한 채로 남아 있는 몇가지의 難點이 있다. 첫째로는 헤밀톤의 函數에 있어서 投資財의「그림자 費用」"$q(t)$"는 엄밀한 意味에서 效用으로 測定되어야 하겠지만 本稿에서는 이것을 消費財로 表示한 價値로 換算하였다. 둘째로는 初期의 각각 다른 生產混合의 價値를 比較함에 있어서는 指數理論(index number theory)에 立脚하여야 함에도 불구하고 同一한 效用水準으로 假定함으로써 指數問題에 의한 問題의 複雜性을 廻避하였다. 세째로는 貿易政策의 靜態的인 意味에서의 社會的 費用을 考慮치 않았다. 마지막으로, 本稿에서 取扱한 模型은 假定 (3)과 (8)에 의해서 生產函數 "F_t"와 異時厚生函數 "H_t"는 時間에 따라 변하지 않고 一定하므로 엄밀한 意味에서 動態模型이라고 할 수 없으며「異時模型」(intertemporal model)에 不過하다.

本稿의 成長模型의 立場에서 볼 때 持續的인 輸出擴大政策이나 輸入代替政策은 항상 바람직하지는 못하며 어느 限界點(여기서는 高速道路라든가 初期의 均衡成長經路)을 基準으로 하여 適切한 水準에서 政策의 交替가 이루어져야 한다는 것을 발견하였다. 그리고 輸出擴大政策과 輸入代替政策의 最適成長經路는「高速道路定理」의「추의 軌跡」의 性質을 나타

내는 것을 알았으며, 또한「高速道路定理」에서는 提起되지 않았던 適正成長經路(初期의 均衡成長經路)를 說明함으로써 最適成長經路가 高速道路로부터 離脫할 수 있는 限界를 提示하였다.

參 考 文 獻

最適成長模型에 관하여

von Neuman, "A Model of General Economic Equilibrium," *Review of Economic Studies*, Vol. 13, 1945-46

Phelps, E.S., "The Golden Rule of Accumulation; A Fable for Growthmen," *American Economic Review*, Vol. 51 (September, 1961)

Uzawa, H., "Optimal Growth in a Two-Sector Model of Capital Accumulation," *Review of Economic Studies*, Vol. 31 (January, 1964)

貿易政策과 要素賦存度에 관하여

Stolper W. and Samuelson, P.A, "Protection and Real Wages," *Review of Economic Studies*, Vol. 9 (November, 1941)

Rybczynski, T., "Factor Endowment and Relative Commodity Prices, "*Economica, N.S.* Vol. 22 (November, 1955)

Kaldor, N., "Alternative Theory of Distribution," *Review of Economic Studies*, Vol. 23, 1956

「高速道路定理」에 관하여

Atsumi, H., "Neoclassical Growth and the Efficient Program of Capital Accumulation," *Review of Economic Studies*, Vol. 32, 1965

Radner R., "Paths of Economic Growth that are Optimal With Regard Only to Final States; A Turnpike Theorem," *Review of Economic Studies*, Vol. 28, 1961

Tsukui, J., "Turnpike Theorem in a Generalized Input-Output System," *Econometrica*, Vol. 34, April, 1966

________, "The Consumption and the Output Turnpike Theorems in a von Neuman Type of Model —A Finite Term Problem, Farrell, J. and Hahn, F.H. (ed.), *Problems in the Theory of Optimal Accumulation*, Oliver and Boyd, 1967

一般參考書籍으로서는

Dorfman, R., Samuelson, P.A., and Solow, R.M., *Linear Programming and Economic Analysis*, McGraw-Hill, 1958

Lancaster, K., *Mathematical Economics*, McGraw-Hill, 1969

Vickrey, W.S., *Metastatics and Macroeconomics*, Harcourt Brace & World, Inc., 1964

그리고 폰트리아긴의 「極大化原則」에 관하여는

Pontryagin, L.S. et. al., *The Mathematical Theory of Optimal Processes*, New York and London, Interscience, 1962 (Chapter 1)

Hestenes, M.R., *Calculus of Variations and Optimal Control Theory*, Wiley, 1966, Chapter 5

Leitman, G., *An Introduction to Optimal Control*, McGraw-Hill, 1966