# 價格消費曲線, 需要曲線 및 오퍼曲線의 幾何學的 關係

鄭 基 俊*

〈目 次〉



## I. 序 論

價格消費曲線(price-consumption curve)은 힉스[7, p. 30]에 의해 그것이 創案된 이래 消費者行動理論에서 個別需要曲線(individual demand curve)을 導出하는데 重要한 역할을 하고 있다.

通常的으로 幾何學的으로 다룰 때 그러한 것처럼 두 財貨에 限定해서 생각하면 價格消費曲線과 (個別)需要曲線은 同一한 現象을 다른 視點에서 본 別個의 像에 불과하다. 그리고 그 둘 사이의 關係는 數學的으로 볼 때 대단히 明瞭하다. 그러나 그 둘 사이의 관계를 幾何學的으로 明瞭하고 만족스럽게 밝힌 文獻은 아직 없는 듯 하다. 어떤 책에서는 단지 價

* 本研究所 研究員, 서울大學校 經濟學科 助教授

格消費曲線으로부터 需要曲線을 誘導할 수 있다고만 말하고 있다.(1) 그러나 구체적으로 어떻게 誘導하는지는 밝히지 않고 다만 非數量的인 說明에 그치고 있다. 또 다른 책들은 價格消費曲線으로부터 需要曲線을 誘導하는데 幾何學的 方法과 數字例를 쓰는 방법을 混合해서 쓰고 있다.(2) 筆者가 현재 알 수 있기로는 스토니어 • 헤이그의 敎科書〔15, p. 75〕에서만 純粹한 幾何學的 方法으로 價格消費曲線으로부터 需要曲線을 誘導하고 있다. 그러나 그 方法도 별로 짜여져 있지 못하다. 이 論文의 第II節에서는 純粹하게 幾何學的으로 價格消費曲線으로부터 需要曲線을 유도하거나 그 반대로 需要曲線으로부터 價格消費曲線을 유도하는 方法을 提示하고자 한다.

國際貿易理論에서 극히 重要한 槪念인 오퍼曲線(offer curve)은 두 財貨平面 즉 $x$-$y$ 平面上에서 定義된다. 無差別曲線, 消費, 需要, 價格消費曲線 등을 巨視的 槪念으로 해석하면, 價格消費曲線도 $x$-$y$ 平面上에서 定義되므로 이는 오퍼曲線과 類似點이 많을 것으로 기대할 수 있다. 또 價格消費曲線이 需要曲線으로 變換될 수 있는 것과 같이 오퍼曲線도 예컨대 $x$-$p_x$ 平面上에 寫像되어 需要曲線같은 形態를 취할 수 있을 것으로 기대할 수 있다.(3) 第III 節에서는 이러한 問題들을 幾何學的으로 考察해 보고자 한다.

## II. 價格消費曲線과 需要曲線

### 1. 數學的으로 본 價格消費曲線과 需要曲線

우리가 2個의 財貨만을 다루는 경우에 價格消費曲線이 갖는 情報와 (個別)需要曲線이 갖는 情報는 同一하다. 왜냐하면 둘 가운데 어느 하나를 알면 다른 것은 一義的으로 구해지기 때문이다.(4)

두 財貨의 경우만 限定해서 생각하면 한 個人의 效用指標函數(utility index function)는

$$U=f(x, y)$$

로 쓸 수 있다. 단 $U$는 效用指標를 나타내며, $x$와 $y$는 각각 財貨 $X$와 $Y$의 數量을 나타낸

(1) 예컨대 보몰〔3, pp. 218-19〕, 프리드만〔4, pp. 48-55〕, 립시와 스타이너〔7, p. 173〕, 로이드〔8, p. 24〕, 멘스필드〔9, pp. 57-58〕, 네일러와 버논〔11, pp. 33-34〕 등이 그러하다.

(2) 예컨대 趙淳〔2, p. 159〕, 시토브스키〔14, pp. 40-41〕, 밴더뮬렌〔16, p. 318〕 등이 그러하다.

(3) 오니키와 우자와〔12〕는 오퍼曲線을 처음부터 이와 같이 정의하여 特殊目的을 위하여 사용하고 있다. 그러나 이들은 통상적인 오퍼曲線과의 幾何學的 관계에 관해서 전혀 언급이 없다. (金信行〔1, pp. 266-274〕 참조.)

(4) 슈나이더〔13, p. 19〕는 더 나아가서 다음과 같이 말하고 있다. 「• • • 일정한 조건하에서 한 家計의 需要函數들의 體系 각각에는 1對1로 對應하는 無差別曲線體系가 반드시 存在한다.」

다. 또 그 個人의 豫算線은

$$I=xp_x+yp_y$$

로 쓸 수 있다. 단 $I$는 그의 所得(또는 支出)이며, $p_x$와 $p_y$는 각각 財貨 $X$와 $Y$의 價格이다. 이 豫算制約下에서 效用指標 $U$를 極大化하기 위해서는

$$\frac{f_x(x,y)}{p_x}=\frac{f_y(x,y)}{p_y}$$

$$I=xp_x+yp_y$$

라는 두개의 必要條件이 充足되어야 한다. 단 $f_y$, $f_y$는 각각 偏導函數를 나타낸다. 極大化의 充分條件 즉 2階條件이 또한 充足된다고 가정하면, 위의 두 必要條件으로부터 價格消費曲線과 需要曲線을 導出할 수가 있다.

財貨 $X$의 價格 $p_x$의 變化에 따른 效果만을 보기위하여 $p_y$와 $I$가 $p_{y0}$ 및 $I_0$의 水準에서 固定되어 있다고 가정하면 우리는 세 개의 변수 $x, y$ 및 $p_x$에 관한 두개의 方程式을 다음과 같이 얻는다. 즉,

$$p_{y0}f_x(x,y)=p_xf_y(x,y)$$

$$I_0=xp_y+py_x$$

價格消費曲線이란 價格 $p_x$가 변할 때의 $x$-$y$ 平面上에서의 均衡點의 移動자취에 불과하다. 그러므로 價格消費曲線의 式을 얻으려면 위의 두 式에서 $p_x$를 消去하고 $x$와 $y$의 관계를 얻으면 된다. 需要曲線이란 $p_x$가 변할 때의 $x$-$p_x$ 平面上에서의 均衡點의 移動자취이다. 그러므로 需要曲線의 式은 위의 두 式에서 $y$를 消去함으로써 얻어진다. 끝으로 交叉需要曲線 (cross demand curve)은 예컨대 $p_x$가 변할때 $y$-$p_x$ 平面上에서의 均衡點의 移動자취이다. 그러므로 위의 두 式에서 $x$를 消去하면 $p_x$와 $y$간의 交叉需要曲線의 式이 얻어 진다.[5]

예컨대

$$f(x,y)=xy$$

라 가정하면 $f_x(x,y)=y$, $f_y(x,y)=x$가 되므로, 위의 두 方程式은 다음과 같다. 즉,

(5) 엄밀히 말하면 極大化의 2階條件이 充足될 때 陰函數定理(implicit function theorem)에 의해서 需要函數는(交叉需要函數를 포함하여) 반드시 存在하고 또 그 一次導函數가 存在한다. 그러나 價格消費曲線은 $y$가 $x$의 函數로 주어지지 않고 다만 對應(correspondence)으로 주어질 수도 있다.

$$xp_x = yp_{y0}$$

$$I_0 = xp_x + yp_{y0}$$

이 方程式體系로부터 $p_x$를 消去하면 價格消費曲線의 式,

$$y = \frac{I_0}{2p_{y0}}$$

가 얻어지며[(6)], $y$를 消去하면 需要曲線의 式,

$$x = \frac{I_0}{2p_x}$$

가 얻어진다. 또 $x$를 消去하면 交叉需要曲線의 式,

$$y = \frac{I_0}{2p_{y0}}$$

를 얻는다. 이 특수한 경우에 있어서 價格消費曲線은 $x$-$y$ 平面上에서 水平線을 이루며, 需要曲線은 $x$-$p_x$ 平面에서 直角雙曲線이며, 그리고 交叉需要曲線은 $y$-$p_x$ 平面上에서 垂直線이 된다.

### 2. 價格變換曲線

消費者行動에 있어서의 均衡點은 豫算制約을 充足시킨다고 假定하였으므로, 均衡點들의 移動자취인 價格消費曲線과 需要曲線은

$$I_0 = xp_x + yp_{y0}$$

를 만족시킨다. 여기서 一般的인 흥미를 끌 수 있는 문제는, 이 制約을 充足시키는 $x$-$y$ 平面上의 點 또는 圖形의 $x$-$p_x$ 平面上의 像(image)은 무엇일까 하는 문제이다. 예컨대 $x$-$y$ 平面上의

$$y = ax, \quad a \geq 0$$

로 표시되는 射線(ray)의 $x$-$p_x$上의 像은,

$$I_0 = xp_x + axp_{y0}$$

즉 $$p_x = \frac{I_0}{x} - ap_{y0}$$

(6) 이 관계는 $y$는 $x$의 函數이나 $x$는 $y$의 函數가 아니다(註(5) 參照).

로 표시되는 雙曲線이다. 만일 價格消費曲線의 전부 또는 一部가 이와 같은 射線으로 표시된다면, 그에 대응하는 需要曲線의 전부 또는 一部는 이 雙曲線의 一部가 된다. 맨더뮬렌〔16, p. 318〕은 이 性質을 利用하여 射線들을 포함하는 꺾인 線分으로 이루어진 價格消費曲線으로부터 需要曲線을 誘導하고 있다. 그러나 一般的인 경우에 이 方法을 쓰는 것은 그리 效果的이라고 할 수 없다. 그러므로 보다 效果的인 方法을 찾아보기로 하자.

$x$-$y$ 平面에서의 $x$軸은 위에 말한 射線중 $a=0$인 특수한 경우라고 볼 수 있다. 따라서 이 $x$軸의 $x$-$p_x$ 平面上에서의 像은

$$p_x=\frac{I_0}{x}$$

로 주어지는 直角雙曲線이다. 한편 $x$-$y$ 平面에서의 $y$軸을 $x=0$로 쓸 수 있으므로, $x$-$p_x$ 平面上에서는 $p_x$ 軸이 像이다.(7) 그러면 $x$-$p_x$ 平面上의 $x$軸은 $x$-$y$ 平面上의 무엇의 像인가? $x$-$y_x$ 平面上의 $x$軸은 $p_x=0$라고 쓸 수 있으므로, 이를 豫算制約式에 代入하면

$$y=\frac{I_0}{p_{y0}}$$

를 얻는다. 이것은 豫算線의 $y$軸의 截片을 지나는 水平線이다. 그러므로 $x$-$y$ 平面상의 이 水平線과 $y$軸과 $x$축으로 둘러싸이는 오른쪽이 터진 直四角形의 $x$-$p_x$ 平面상에서의 像은 $x$軸과 $p_x$軸과 위에 정의된 直角雙曲線으로 둘러싸이는 區域이다.(8) 그리고 價格消費曲線은 $x$-$y$ 平面에서 위에 말한 터진 直四角形을 벗어날 수 없으므로, 需要曲線도 $x$-$p_x$ 平面에서 위에 정의된 區域을 벗어날 수 없다는 事實이 발견된다.

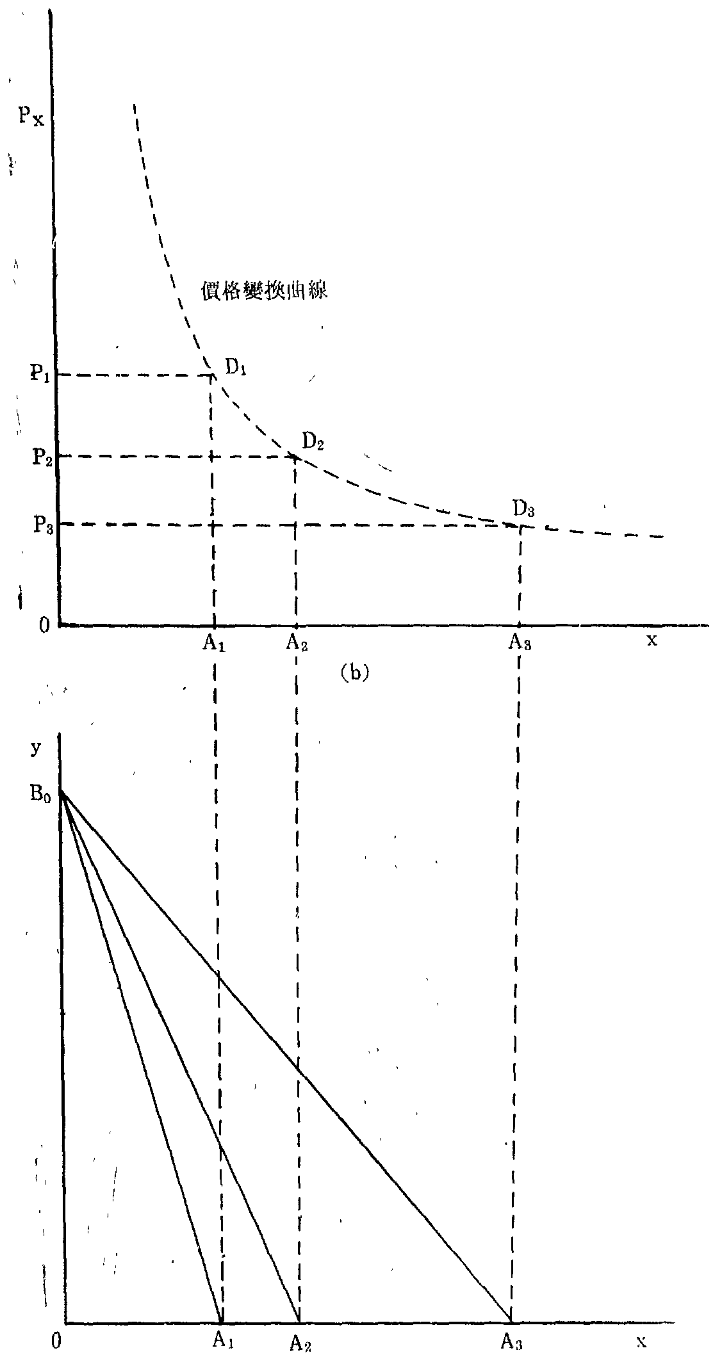
위에 定義된 豫算線중의 하나가 〈그림 1〉에서 $x$-$y$ 平面上에 $B_0A_1$으로 表示되어 있다. 이 線分 $B_0A_1$을 따라서 財貨 $X$의 價格 $p_x$는 同一하다. $p_x$의 값이 변하면 豫算線은 $y$軸의 點 $B_0$를 中心으로 回轉하면서 $x$軸의 截片을 변화시킨다. 이때 $x$軸의 截片과 $p_x$간의 관계는 豫算線의 式에서 $y=0$일 때의 $x$와 $p_x$간의 관계

$$p_x=\frac{I_0}{x}$$

이며 이는 바로 앞에서 본 $x$-$p_x$ 平面上에서의 $x$-$y$ 平面上의 $x$軸의 像이다. 우리는 이 直

(7) 그러나 $y$軸위의 점과 $p_x$軸위의 점은 1對1의 對應이 되지는 않는다. $y$軸상의 한 점은 $p_x$軸의 어떤 점에라도 寫像될 수 있다.

(8) 註(7)에서 말한 $y$軸과 $p_x$軸위의 점들을 제외하면, 이 두 區域內의 점들은 서로 1對1로 對應한다.




〈그림 1〉

角變曲線을 「價格變換曲線」(price conversion curve)이라는 이름으로 부를 수 있을 것 같다. 왜냐하면 $x$-$y$ 平面上에서 豫算線에 의해서 默示的으로 표시되는 $p_x$의 價格이 그 豫算線의 $x$軸의 截片에 대응하는 이 曲線上의 點의 $p_x$座標로 變換되기 때문이다.

〈그림 1〉에서 豫算線 $B_0A_1$, $B_0A_2$, 및 $B_0A_3$에 대응하는 價格變換曲線上의 點들을 $D_1$, $D_2$ 및 $D_3$라고 하고 水平線分 $P_1D_1$, $P_2D_2$ 및 $P_3D_3$를 그리면, 위의 세 豫算線의 $x$-$p_x$ 平面上의 像들은 각각 이 水平線分들임을 알 수 있다.[9] 예컨대 點 $B_0$를 제외한 $B_0A_1$ 상의 한 點의 $x$-$p_x$ 平面상의 像은 그 점의 $x$座標와 동일한 $P_1D_1$ 上의 點으로 一義的으로 決定된다.

### 3. 價格消費曲線으로부터 需要曲線의 誘導

〈그림 2〉는 모든 것이 〈그림 1〉과 동일하며 다만 $x$-$y$ 平面上에 $E_1E_2E_3$로 이어지는 價格消費曲線이 주어졌다고 가정하자. 이 때 우리는 위에 설명된 價格變換曲線 및 寫像의 개념을 利用하여 $x$-$p_x$ 平面에 이 價格消費曲線의 像을 그릴 수 있다. 먼저 點 $E_1$을 보면, $E_1$에 대응하는 豫算線은 $x$-$y$ 平面上에서 $B_0A_1$으로 주어진다. 그리고 $B_0A_1$의 $x$-$p_x$ 平面上의 像은 $P_1D_1$이므로 $E_1$의 像도 이 線分上에 있게 되며 구체적으로 이 像은 $P_1D_1$上의 $E_1$과 $x$좌표가 같은 점 $F_1$이다. 그러므로 $E_1$의 像을 作圖에 의해 구하자면 먼저 $E_1$을 지나는 豫算線 $B_0A_1$을 그리고 $A_1$에서 垂線을 그려 價格變換曲線과 만나는 點 $D_1$을 구하고 $D_1$에서 水平線을 그려 $B_0A_1$의 像 $P_1D_1$을 구하고 마지막으로 $E_1$에서 垂線을 그려 $P_1D_1$과 만나는 點 $F_1$을 구한다. 點 $E_1$은 價格消費曲線上의 한 점이며, 點 $F_1$은 $x$-$p_x$ 平面上에서의 $E_1$의 像이므로 분명히 $F_1$은 위의 價格消費曲線에 대응하는 需要曲線上의 한 點이다.

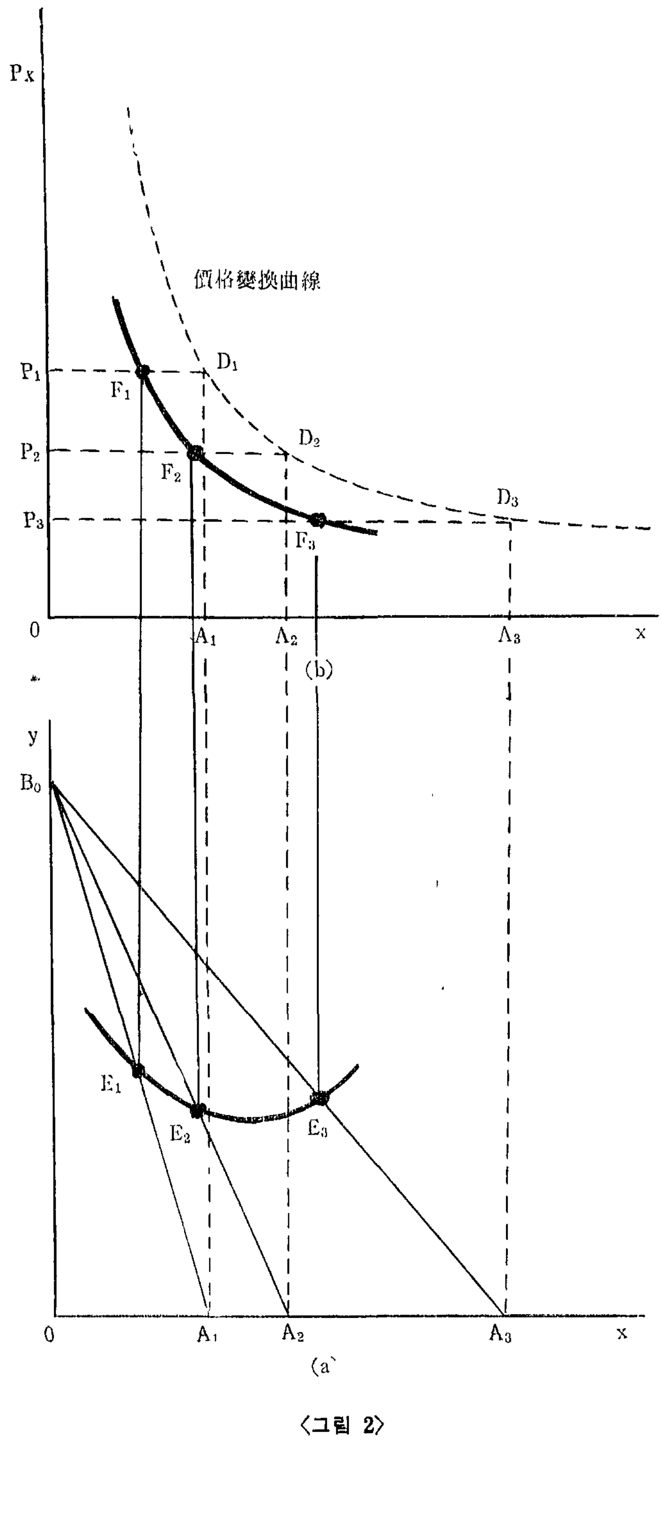
마찬가지 方法으로 價格消費曲線上의 點 $E_2$와 $E_3$의 像 $F_2$와 $F_3$를 作圖할 수 있으며 $F_2$와 $F_3$도 역시 그 需要曲線上의 點들이므로, 點 $F_1, F_2$ 및 $F_3$를 차례로 이으면 需要曲線이 구해진다.

### 4. 需要曲線으로부터 價格消費曲線의 誘導

위에서 우리는 價格消費曲線이 주어졌을 때 需要曲線을 幾何學的으로 誘導하는 과정을 說明하였다. 그러나 두 曲線간의 관계는 一方的인 것이 아니다. 우리는 一定條件下에서 需要曲線이 주어지면 위의 誘導過程을 逆으로 적용함으로써 價格消費曲線을 誘導할 수 있다.[10]

〈그림 2〉에서 點 $F_1, F_2$ 및 $F_3$로 이어지는 需要曲線만이 주어졌다고 가정하자. 이 때 소득 $I_0$가 주어지면 價格變換曲線 $D_1D_2D_3$를 그릴 수 있다. 그리고 이 曲線을 利用하여 $p_x$의 變

(9) 點 $B_0$의 像은 一義的으로 定義되지 않는다.
(10) 註(4) 參照.


Px
價格變換曲線
P1
P2
P3
D1
D2
D3
F1
F2
F3
0
A1
A2
A3
x
(b)
y
B0
E1
E2
E3
0
A1
A2
A3
x
(a)

〈그림 2〉

化에 따른 豫算線의 $x$截片을 $x$-$y$ 平面에서 구할 수 있다. 또 $Y$의 價格 $p_{y0}$가 주어지면 豫算線의 $y$截片 $B_0$를 알 수 있다.

이와 같은 상황에서 需要曲線上의 한 點 $F_1$에 대응하는 價格消費曲線上의 點을 作圖하려면 먼저 $F_1$에서 水平線 $P_1D_1$을 그어 價格變換曲線과 만나는 點을 $D_1$이라하고, $D_1$에서 垂直線을 그어 $x$軸과 만나는 點을 $A_1$이라 하고 $x$-$y$ 平面상에서 $B_0$와 $A_1$을 이어 豫算線 $B_0A_1$을 얻는다. 이제 $B_0A_1$은 $P_1D_1$의 像이다. 따라서 $F_1$의 像은 $B_0A_1$ 위에 있게 되며, 구체적으로는 $F_1$에서 수선을 그려 $B_0A_1$과 만나는 點을 $E_1$이라 하면 $E_1$은 $F_1$의 像이다. 즉 $E_1$은 $F_1$에 대응하는 價格消費曲線上의 點이다.

마찬가지 方法으로 $F_2$ 및 $F_3$의 像, $E_2$ 및 $E_3$를 구하여 $E_1E_2E_3$를 이으면 이 曲線 $E_1E_2E_3$는 우리가 구하는 價格消費曲線이 된다.

## 5. 交叉需要曲線의 誘導

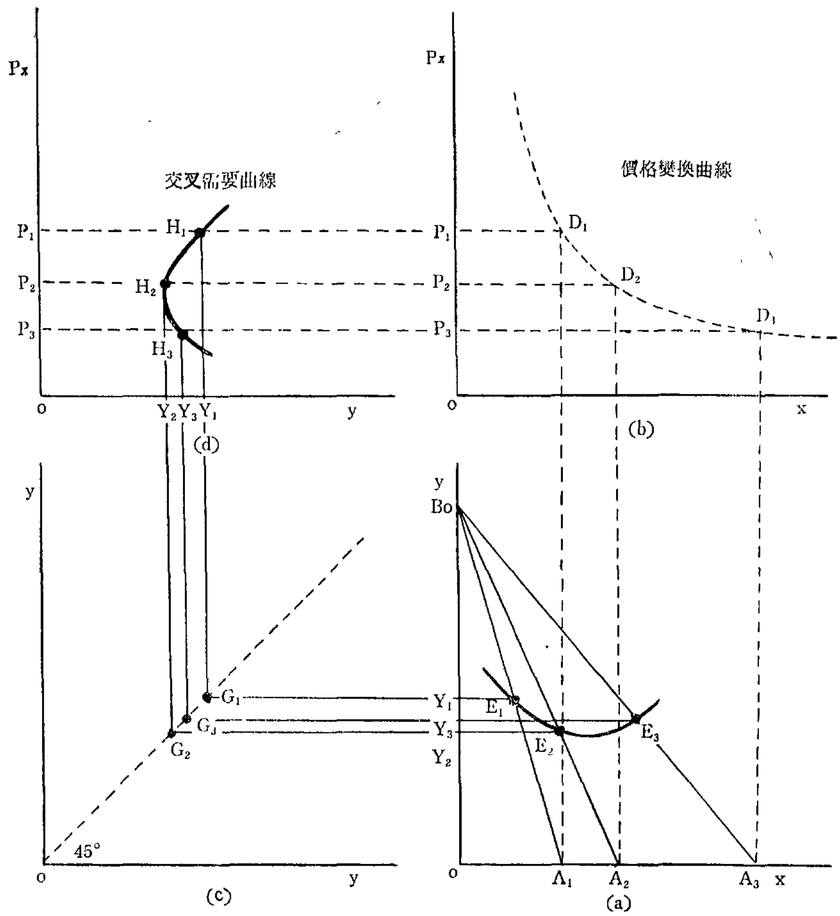
價格消費曲線은 價格이 변하고 있는 財貨에 관한 「直接」需要曲線에 관한 情報만 갖고 있는 것은 아니다. $X$의 價格 $p_x$가 변할 때 $Y$의 需要量 $y$가 어떻게 변하는가를 나타내 주는 「交叉需要曲線」(cross demand curve)의 情報도 가지고 있다.

우리는 위에서 설명한 直接需要曲線의 誘導과정을 약간 變形 내지 擴張함으로써 交叉需要曲線을 誘導할 수 있다. 交叉需要曲線은 $y$-$p_x$ 平面上에서 定義되어야 하므로 우선 이 平面을 만들어야 한다.

〈그림 3〉에서 (a)와 (b)는 〈그림 1〉과 같다. 여기서 (a)에는 $y$軸이 있고, (b)에는 $p_x$軸이 있으므로 이 둘로 $y$-$p_x$ 平面을 구성할 수 있다. 다만 둘 다 垂直軸으로 되어 있으므로 $y$를 水平軸으로 바꾸어 줄 필요가 있다. (c)는 45°線에 의해서 垂直인 $y$를 水平인 $y$로 바꾸어 주는 역할을 한다. 이리하여 (d)에는 우리가 원하는 $y$-$p_x$ 平面이 구해졌다. 이제 交叉需要曲線을 구한다는 것은 (a)에 그려진 價格消費曲線 $E_1E_2E_3$의 像을 (d)의 $y$-$p_x$ 平面에 作圖하는 것에 불과하다.

먼저 點 $E_1$의 像을 구해보자. 點 $E_1$에 대응하는 $X$의 價格 $p_x$는 앞에서 본 바와 같이 價格變換曲線 $D_1$의 $p_x$ 좌표가 된다. 또 點 $E_1$에 대응하는 $y$座標는 點 $E$의 $y$座標 자체이나, 이를 水平으로 變換하면 (c)에서 點 $G_1$의 水平인 $y$座標라고 볼 수 있다. 구하는 像은 (d)에서 $y$座標가 $G_1$과 같고, $p_x$座標가 $D_1$과 같은 點 $H_1$이다. 즉 $H_1$은 구하는 交叉需要曲線上의 한 點이다.

마찬가지 方法으로 $E_2$와 $E_3$의 像 $H_2$와 $H_3$를 구하여, $H_1H_2H_3$를 이으면 이 曲線은 바로




〈그림 3〉

우리가 구하는 交叉需要曲線이 된다.

### 6. 여러가지 경우에의 應用

(1) 價格消費曲線이 水平인 경우

價格消費曲線이 水平인 경우에는 〈그림 4〉에서 보는 바와 같이 이에 對應하는 需要曲線은 直角雙曲線이 된다.(11)

---

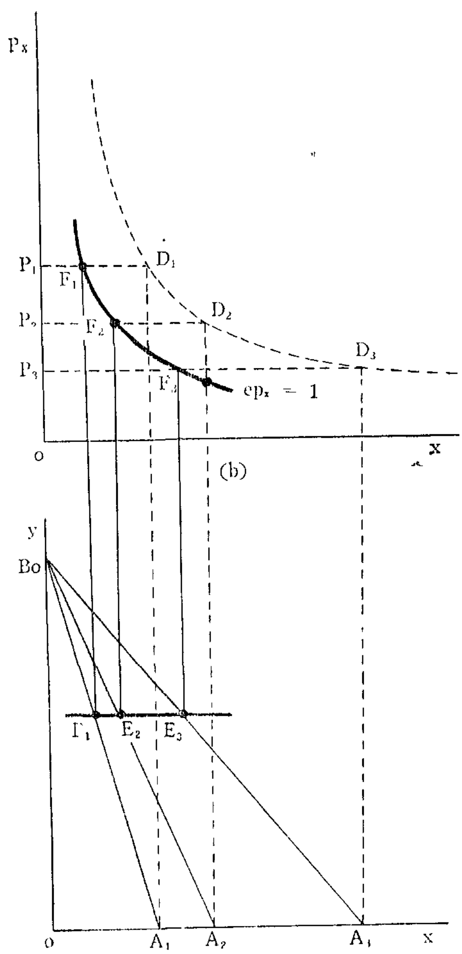
(11) 이때 價格消費曲線의 式은

$$y=a,\ 0\leq a<\frac{I_0}{p_{y0}}$$

로 쓸 수 있다. 이를 $xp_x+yp_{y0}=I_0$에 代入하면

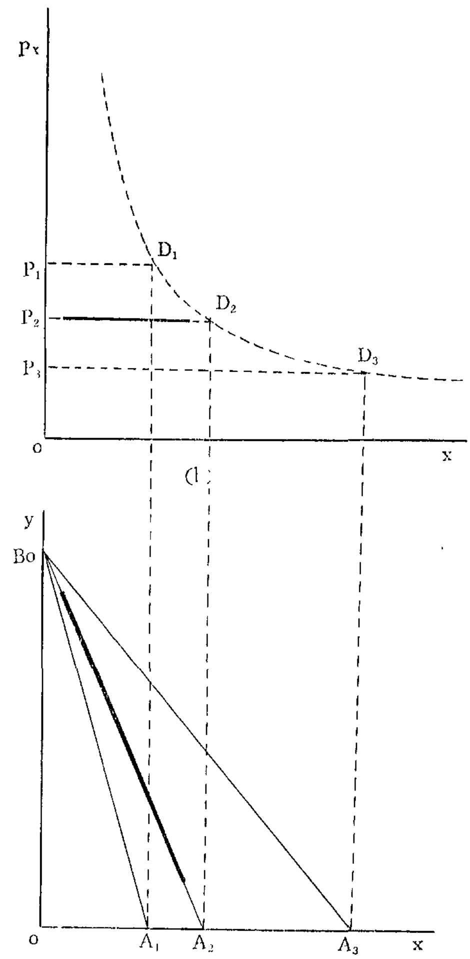
$$xp_x=I_0-ap_{y0}>0$$

이므로 數學的으로도 確認이 된다.



(a)

〈그림 4〉



(a)

〈그림 5〉

(2) 需要曲線이 水平인 경우

需要曲線이 水平인 경우에는 〈그림 5〉에서 보는 바와 같이 이에 對應하는 價格消費曲線은 한 豫算線과 一致한다.(12)

(3) 需要曲線이 右下向直線인 경우

---

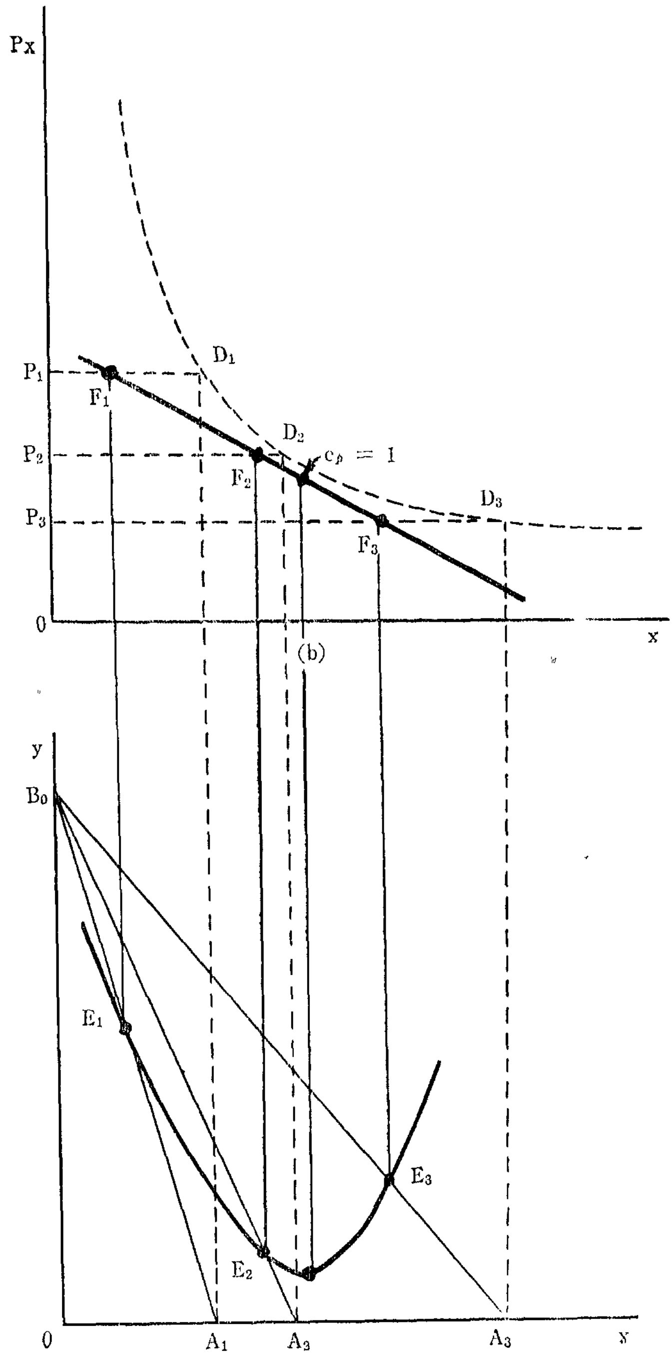
(12) 需要曲線의 式을

$$p_x = p_{x0}$$

라 하면 $xp_x + yp_{y0} = I_0$에 이를 代入하여 $xp_{x0} + yp_{y0} = I_0$ 즉,

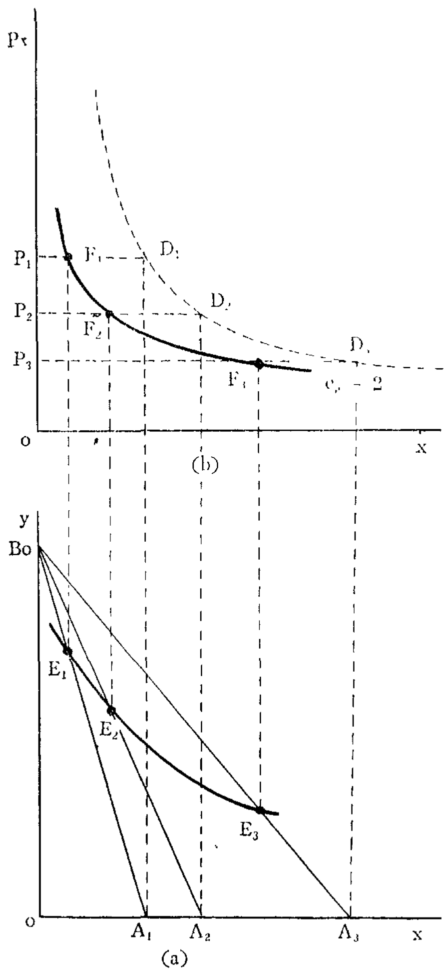
$$y = \frac{I_0}{p_{y0}} - \frac{p_{x0}}{p_{y0}} x$$

라는 價格消費曲線式을 얻은 바, 이는 바로 한 豫算線의 式이다.

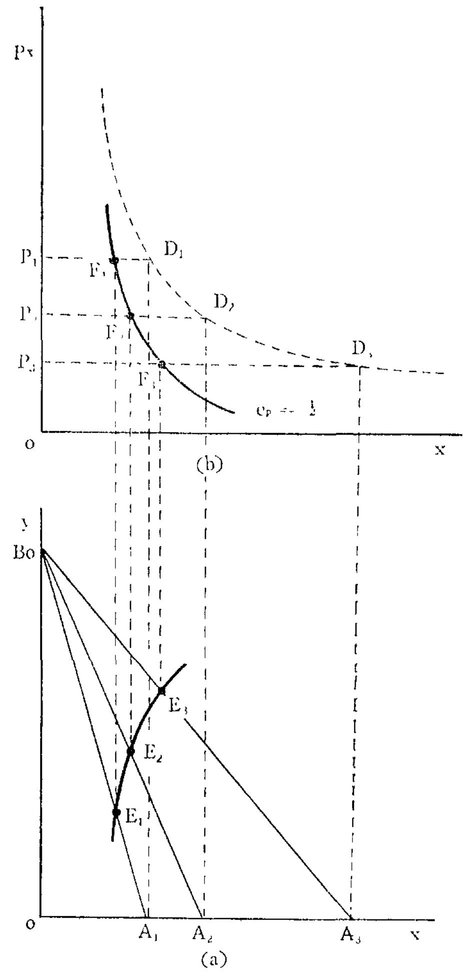



(a)

〈그림 6〉




〈그림 7〉




〈그림 8〉

需要曲線이 下向直線인 경우에는 〈그림 6〉에서 보는 바와 같이 이에 對應하는 價格消費曲線은 拋物線이 된다.[13]

(4) 價格彈力性과 價格消費曲線의 기울기

〈그림 7〉은 價格彈力性이 2인 需要曲線과 그에 대응하는 價格消費曲線을 보여 준다. 그리

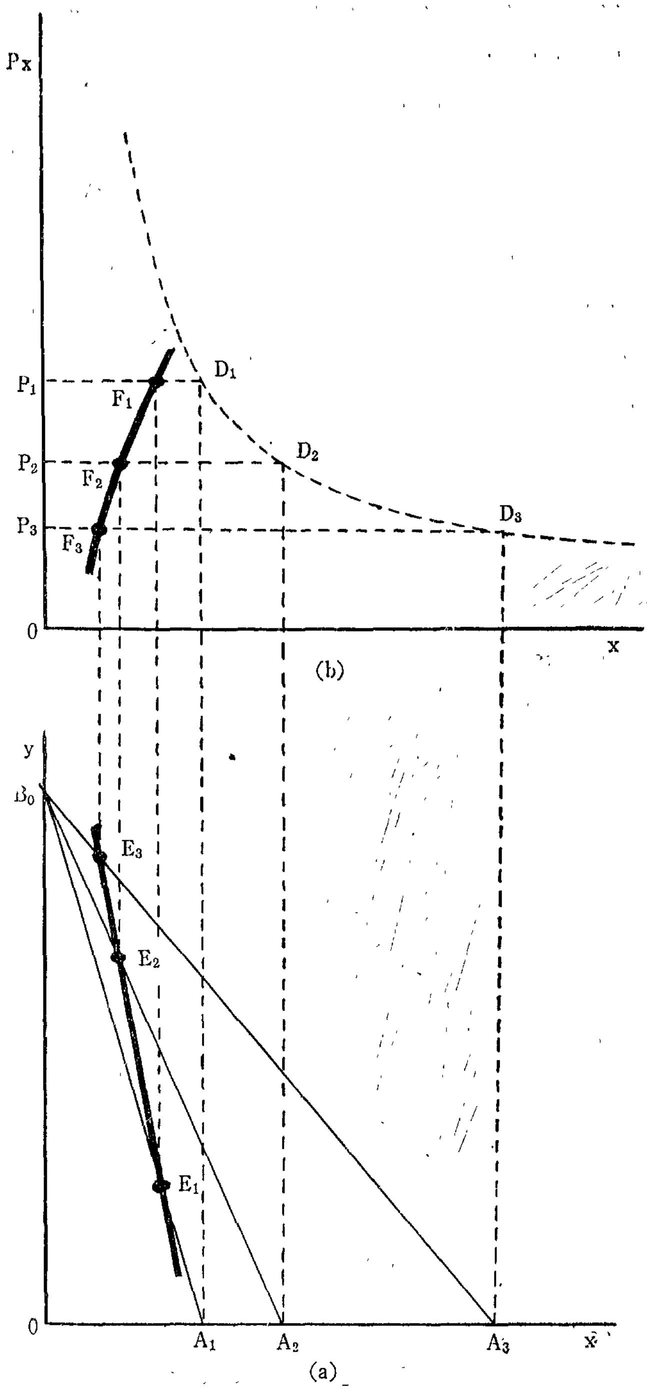
(13) 需要曲線의 式을

$$p_x = a - bx, \quad a, b > 0$$

라 하고 이를 $xp_x + yp_{y0} = I_0$에 代入하면 價格消費曲線은

$$y = \frac{b}{p_{y0}}x^2 - \frac{a}{p_{y0}}x + \frac{I_0}{p_{y0}}$$

로 表示되는 拋物線이 된다.




〈그림 9〉

고 〈그림 8〉은 價格彈力性이 $\frac{1}{2}$인 需要曲線과 그에 대응하는 價格消費曲線이다. 前者의 경우 價格消費曲線의 기울기는 陰이며, 後者의 경우는 陽이다. 일반적으로 優等財의 경우 彈力性이 1보다 크면 價格消費曲線의 기울기는 陰이며, 彈力性이 1이면 價格消費曲線의 기울기는 0, 그리고 彈力性이 1보다 작으면 價格消費曲線의 기울기는 陽이 됨을 보일 수 있다.(14) 앞에서의 抛物線인 價格消費曲線의 最下點은 需要의 價格彈力性이 1인 點에 對應한다.

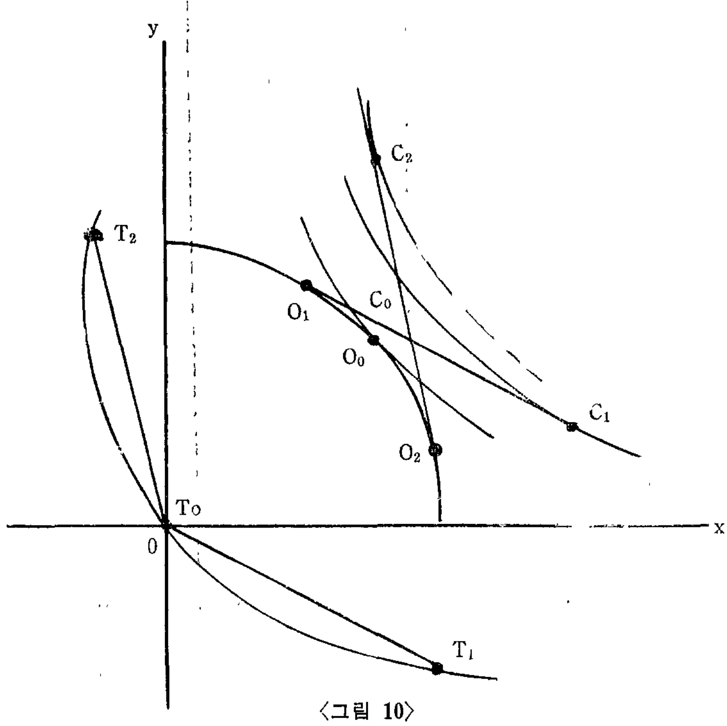
(5) 기펜(Giffen)財의 경우

기펜財의 경우 즉 需要曲線의 기울기가 陽인 경우에는, 〈그림 9〉에서 보는 바와 같이 이에 對應하는 價格消費曲線의 기울기는 陰이다. 그러나 이 때 彈力性이 1보다 큰 경우의 價格消費曲線과 다른 點은 기펜財의 경우는 그 기울기가 그 絶對値에 있어서 豫算線보다도 더 크고, 彈力的인 경우는 더 작다는 것이다.

## III. 價格消費曲線, 오퍼曲線, 輸入需要曲線, 輸出供給曲線

### 1. 오퍼曲線

오퍼曲線은 一國의 輸出入의 오퍼가 輸出入品의 價格比, 즉 交易條件이 달라짐에 따라 어




〈그림 10〉

(14) 이것의 數學的인 설명은 附錄에 있다.

떻게 달라지는가를 나타내는 曲線이다. 이는 一國의 生產可能曲線과 社會無差別曲線의 개념을 써서 다음과 같이 說明할 수 있다.

一國의 生產可能曲線이 〈그림 10〉에서 點 $O_1O_0O_2$를 잇는 曲線으로 주어져 있고 社會無差別曲線들이 $U_0, U_1, U_2$ 등으로 주어지 있다. 貿易이 없이 一國의 厚生을 極大化하기 위해서는 위의 生產可能曲線과 社會無差別曲線이 접하는 點 즉 그림에서 $O_0$에서 生產을 하고 또 그 $C_0(=O_0)$點에서 消費해야 한다. 그리고 이 때 $X$와 $Y$의 國內價格比는 그 點에서의 共通接線의 기울기에 의해서 주어진다.

그러나 $X$財의 價格이 相對的으로 싼 國際價格에서 자유롭게 貿易이 이루어진다면 새로운 國際價格線과 生產可能曲線이 접하는 點 $O_1$에서 生產을 하고 또 社會無差別曲線과 接하는 點 $C_1$에서 消費하는 것이 有利하다. 이는 $Y$財를 輸出하고 $X$財를 輸入한다는 것을 의미하며, 따라서 벡터 $O_1C_1$은 貿易의 類型을 나타낸다.

반대로 $X$財의 價格이 相對的으로 비싼 國際價格에 直面하여 貿易이 이루어진다면, 이 때의 國際價格線과의 接點인 $O_2$와 $C_2$에서 각각 生產과 消費가 이루어지는 것이 有利하며, 벡터 $O_2C_2$는 이때의 貿易類型을 나타낸다. $O_2$보다 $C_2$가 왼쪽에 있는 것은 $X$財를 輸出하고 있음을 의미하고, $O_2$보다 $C_2$가 위에 있는 것은 $Y$財를 輸入하고 있음을 의미한다.

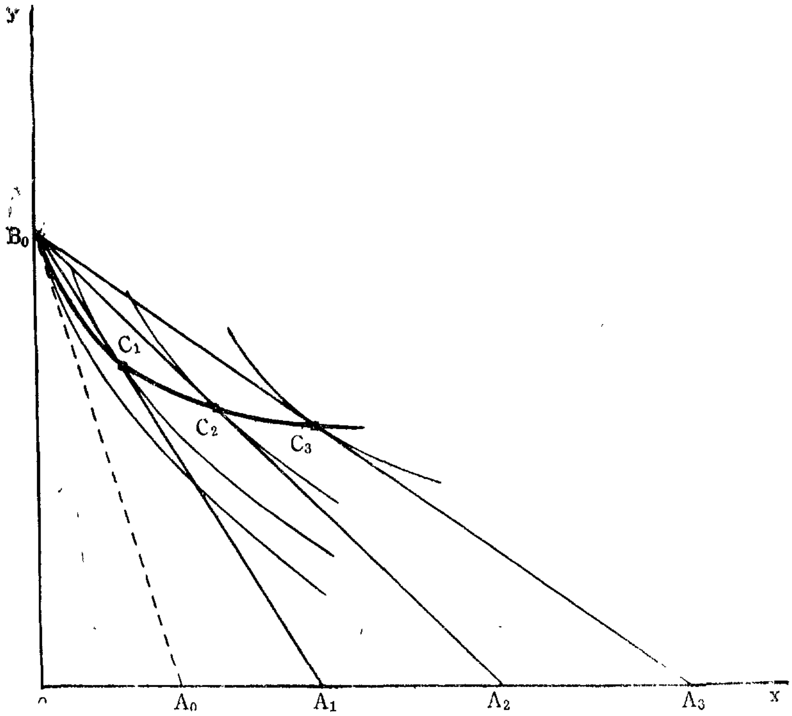
오퍼曲線은 이렇게 얻어지는 벡터들, 즉 $O_0C_0$, $O_1C_1$, $O_2C_2$ 등을, $O_0, O_1, O_2$ 등을 原點 $O$로 이동시켜 놓은 벡터들 즉 $OT_0$, $OT_1$, $OT_2$ 등을 이은 曲線에 불과하다. 오퍼曲線은 이 경우에 제2 및 제4 象限에 그려지게 되는데 $x$軸의 陽의 方向으로는 $X$財의 輸入이 陰의 方向으로는 $X$財의 輸出이 測定되며, $y$軸의 陽의 方向으로는 $Y$財의 輸入이 그리고 陰의 方向으로는 $Y$財의 輸出이 測定된다. 오퍼曲線의 原點에서의 接線의 기울기는 點 $O_0$에서의 共通接線의 기울기 즉 貿易이 없을 때의 國內價格比와 같다.

**2. 오퍼曲線의 특수한 경우로서의 價格消費曲線**

一國의 經濟가 $Y$財만을 生產할 수 있는 경우를 想定해 보자. 그리고 이때 $Y$財의 最大生產可能量이 〈그림 11〉에서 $OB_0$로 주어진다고 가정하자. 그러면 이 經濟의 生產可能曲線은 點 $B_0$로 退化해버리고 만다. 貿易이 없는 경우에는 生產과 消費가 $B_0$에서 이루어지며 또 財貨가 한가지 밖에 없으므로 相對價格은 定義되지 않는다.

일단 貿易이 시작되면 國際價格에 따라 點 $B_0$를 지나는 價格線들이 定義되며, $X$財를 消費할 수 있게 된다. 만일 $B_0$를 지나는 社會無差別曲線의 기울기가 이 그림에서 $B_0A_0$의 기

(15) 미드〔10〕는 貿易無差別曲線을 社會無差別曲線으로부터 誘導하고 다음에 貿易無差別曲線을 써서 오퍼曲線을 導出한다(金信行〔1, pp. 110-113〕 參照). 그러나 우리의 目的을 위해서는 여기서 처럼 社會無差別曲線으로부터 직접 導出하는 것이 더 낫다.




〈그림 11〉

울기와 같다면, $X$財의 國際價格이 $B_0A_0$로 주어진 價格보다 비싸면 消費는 여전히 $B_0$에서 이루어진다. 그러나 $B_0A_0$로 주어진 것보다 $X$財의 價格이 싸서 예컨대 價格線이 $B_0A_1$, $B_0A_2$, $B_0A_3$가 된다면, 이에 對應하는 消費點 $C_1, C_2, C_3$는 각각 이 價格線들과 無差別曲線들의 接點으로 決定된다. 이리하여 $B_0C_1C_2C_3$를 이으면 이는 바로 이 經濟의 價格消費曲線이다. 그런데 이 경우 이 曲線의 $B_0$를 原點 $O$까지 平行移動하면 오퍼曲線이 얻어지며, 따라서 오퍼曲線과 價格消費曲線은 같은 形態를 가진다. 그러므로 價格消費曲線은 一國의 經濟가 한가지 交易可能한 財貨만 生產할 경우의 오퍼曲線이라고 설명될 수 있고, 消費者의 경우에도 類似한 의미를 부여할 수 있다.

### 3. 오퍼曲線의 $x$-$p_x$ 平面으로의 寫像——輸入需要曲線과 輸出供給曲線

앞에서 우리는 $x$-$y$ 平面上에서 定義되는 오퍼曲線을 설명하였다. 그리고 이 曲線이 價格消費曲線과 매우 비슷한 개념임을 보았다. 그러면 價格消費曲線이 $x$-$p_x$ 平面으로 寫像되어 需要曲線이 되는 것처럼 오퍼曲線도 이를 $x$-$p_x$ 平面에 寫像시킴으로써 類似한 曲線이 되지 않을까 생각할 수 있다.

이 作業을 위해서 $x$-$y$ 平面상에서의 오퍼曲線의 式을

$$y=f(x)$$

라고 놓자. 오퍼曲線上의 모든 點에서는

$$xp_x+yp_y=0$$

의 관계가 언제나 成立한다. 여기서 편의상 $Y$財의 價格을 1로하여 價格을 測定하기로 하면 오퍼曲線上에서는 언제나

$$y=-xp_x$$

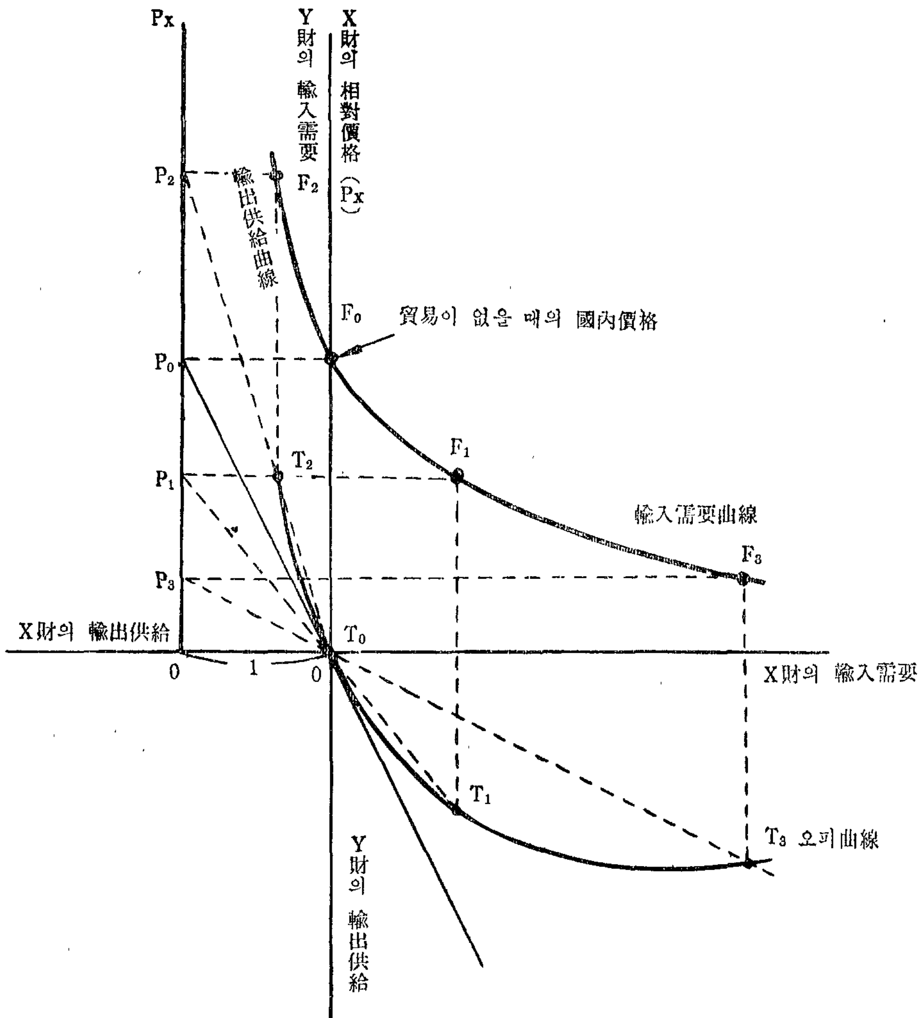
의 관계가 성립한다고 말할 수 있다. 여기서 $y$를 消去하면

$$xp_x=-f(x)$$

즉
$$p_x=-\frac{f(x)}{x}$$

를 얻는데, 이것이 바로 우리가 원하는 $x$-$p_x$ 平面에 寫像된 오퍼曲線의 式이라고 할 수 있다. 오퍼曲線에서 이 曲線을 幾何學的으로 구하기 위해서 〈그림 12〉에서 $y$軸의 왼쪽에 $y$軸에서 거리가 1인 平行線 $O'p_x$를 그린다. 오퍼曲線上의 한 點 $T$의 座標를 $(x, y)$라 하고, $TO$의 延長과 $O'p_x$와의 만난 點을 $P$라 하면, $-\frac{y}{x}=-\frac{f(x)}{x}$는 언제나 $O'P$와 같다. 그러므로 $O'P$는 點 $T$에 대응하는 $X$財의 價格과 같다. 따라서 $x$座標는 $T$와 같고, $p_x$座標는 $O'P$와 같은 點 $F$를 잡으면 $F$는 우리가 구하는 오퍼曲線의 $x$-$p_x$ 平面上의 像의 한 點이다. 예를 들면 그림에서 $T_1$의 像을 구하려면 $T_1$과 $O$를 延長하여 $P_1$을 구하고 $T_1$에서의 垂直線과 $P_1$에서의 水平線이 만나는 點 $F_1$을 구하면 된다. 마찬가지로 $T_2, T_0, T_3$ 등의 像 $F_2, F_0, F_3$ 등을 구하여 $F_2F_0F_1F_3$를 연결하면 이 曲線은 $x$-$p_x$ 平面에 그려진 오퍼曲線이라고 할 수 있다. 단 이 曲線은 $O'p_x$를 따라 $p_x$를 읽는다.

點 $P_0$에서의 $p_x$는 貿易이 없을 때의 國內價格이며 點 $F_0$는 이때 貿易이 없음을 나타내준다($x=0$). $p_x$가 $P_1$으로 주어지면 $F_1$이 얻어지는데 이것은 $X$財의 國際價格이 낮을 때는 $F_1$에 해당하는 만큼 $X$財를 輸入함을 나타낸다. 따라서 $x>0$일 때 그 曲線은 $X$財에 대한 輸入需要曲線이라고 할 수 있다. 그러나 國際價格이 $P_2$에 의해서 주어질 때 曲線上의 點 $F_2$는 $x$가 陰이며, 이것은 $X$財의 國際價格이 높을 때 $X$財는 輸出이 됨을 의미한다. 따라서 $x<0$일 때 즉 $F_0$ 왼쪽의 부분은 輸出供給曲線이라고 할 수 있다.

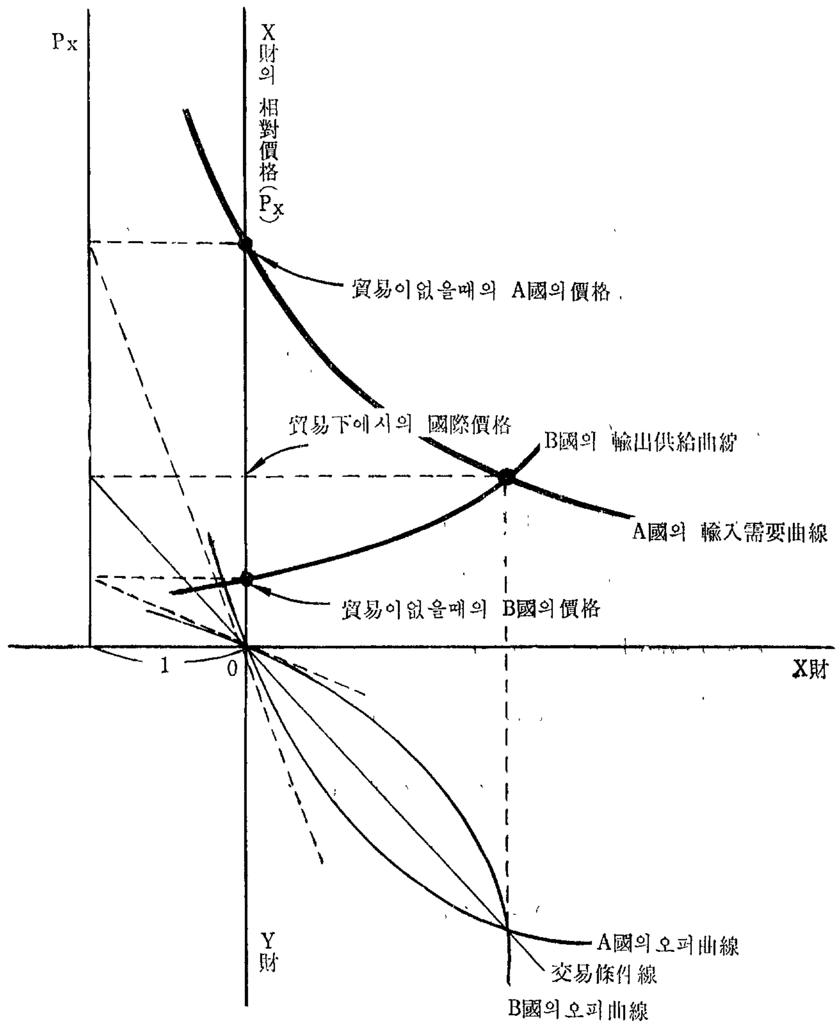



〈그림 12〉

價格消費曲線에서는 需要曲線만이 誘導되었었다. 그러나 오퍼曲線에서는 경우에 따라 輸入需要曲線이 誘導되기도 하고 輸出供給曲線이 誘導되기도 한다.

### 4. 輸入需要曲線과 輸出供給曲線에 의한 交易條件의 決定

2國•2財의 國際貿易模型에서 交易條件 즉 交易의 相對價格의 決定은 흔히 兩國의 오퍼曲線이 交叉하는 點과 原點을 잇는 直線의 기울기로 說明된다. 그러나 一般財貨市場에서의 價格의 決定은 需要曲線과 供給曲線으로 說明된다. 다같이 價格決定을 說明하는데 두 說明方法은 幾何學的으로 볼 때 너무나 判異하다. 그러나 위에 說明한 오퍼曲線의 $x$-$p_x$ 平面




〈그림 13〉

으로의 寫像은 위의 두 判異한 說明方法을 接近시킬 수 있다.

〈그림 13〉에서 보는 바와 같이 $A$國과 $B$國의 오퍼曲線이 주어져 있을 때 이를 위에서 설명한 대로 $x$-$p_x$ 平面上에 寫像시키면 $x>0$ 일 때 $A$國의 오퍼曲線은 $A$國의 輸入需要曲線이 되며, $B$國의 오퍼曲線은 $B$國의 輸出供給曲線이 된다. 그리고 이 曲線들은 通常의 需要曲

線과 供給曲線과 同一한 形態를 가지며, 그 둘이 만나는 點에서 價格 $p_x$ 즉 交易條件이 決定된다.

## 附 錄

價格消費曲線이나 需要曲線이 만족해야 할 條件들은 本文에서 설명된 바와 같이

$$p_x f_y - p_{y0} f_x = 0 \tag{a}$$

$$x p_x + y p_{y0} = I_0 \tag{b}$$

이다. 또 X財의 需要의 價格彈力性을 $e_p$라 하면 $e_p$는 다음과 같이 定義된다.

$$e_p = -\frac{p_x}{x} \cdot \frac{dx}{dp_x} \tag{c}$$

여기서 필요한 導函數 즉 需要曲線의 기울기를 구하기 위하여 (a)와 (b)를 全微分하면

$$(p_x f_{xy} - p_{y0} f_{xx}) dx + (p_y f_{yy} - p_{y0} f_{xy}) dy + f_y dp_x = 0 \tag{d}$$

$$p_x dx + p_{y0} dy + x dp_x = dI_0 = 0 \tag{e}$$

를 얻는다. 여기서 $dy$를 消去하면서 需要曲線의 기울기를 구하면 이는

$$\frac{dx}{dp_x} = \frac{-1}{A} [p_{y0} f_y - x(p_x f_{yy} - p_{y0} f_{xy})] \tag{f}$$

단

$$A = p_{y0}(p_x f_{xy} - p_{y0} f_{xx}) - p_x(p_x f_{yy} - p_y f_{xy})$$

따라서 彈力性은

$$e_p = \frac{1}{Ax} [p_{y0} p_x f_y - x p_x (p_x f_{yy} - p_{y0} f_{xy})] \tag{g}$$

彈力性과 價格消費曲線의 기울기의 관계를 보기 위하여 이 기울기를 구하여 보면, (d)와 (e)에서,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{p_x f_y - x(p_x f_{xy} - p_{y0} f_{xx})}{p_{y0} f_y - x(p_x f_{yy} - p_{y0} f_{xy})} \tag{h}$$

이것만 갖고는 價格彈力性과 價格消費曲線의 기울기의 關係를 알 수 없으므로 이 關係를

優等財의 경우에 限定시켜 고찰하면 다음과 같다. 價格의 變化가 없이 所得만 변할 때의 $X$財의 需要量의 변화를 (d)와 (e)에서 구하면

$$\frac{dx}{dI_0} = \frac{-1}{A}(p_x f_{yy} - p_{y0} f_{xy}) \qquad (i)$$

여기서 $A$는 앞에서 定義된 것으로 2階條件이 충족되면 (즉 無差別曲線이 原點에 대하여 볼록하면) 이 값은 陽이다. (예컨대 헨더슨과 콴트[5, p. 22] 참조) 그러므로 優等財가 되기 위해서는

$$p_x f_{yy} - p_{y0} f_{xy} < 0 \qquad (j)$$

이어야 한다. 따라서 이 경우에 式(h)의 分母는 陽이 되며, 價格消費曲線의 기울기는

$$p_x f_y x \gtreqless (p_x f_{xy} - p_{y0} f_{xx}) \qquad (k)$$

에 따라서 陰이 되거나 0이 되거나 陽이 된다. 條件(j)가 성립하면 彈力性을 나타내는 式(g)의 分母와 分子는 모두 陽이다. 그리고 이 式을 다시 쓰면

$$e_p = \frac{p_y p_x f_y - x p_x (p_x f_{yy} - p_{y0} f_{xy})}{p_{y0} x (p_x f_{xy} - p_{y0} f_{xx}) - x p_x (p_x f_{yy} - p_{y0} f_{xy})} \qquad (l)$$

가 되는데, 이 式의 分母와 分子의 둘째項은 同一하다. 그러므로 첫째項의 相對的 크기

$$p_{y0} p_x f_y \gtreqless p_{y0} x (p_x f_{xy} - p_{y0} f_{xx}) \qquad (m)$$

즉 條件(h)에 따라서 彈力的이거나 單位彈力的이거나 非彈力的이거나 하다. 따라서 優等財의 경우에 價格消費曲線의 기울기와 價格彈力性간의 관계가 導出되었다.

## 參考文獻


〔1〕 金信行, 『國際經濟論——貿易과 收支』, 法文社, 1977.

〔2〕 趙 淳, 『經濟學原論』 全訂版, 法文社, 1977.

〔3〕 Baumol, W. J., *Economic Theory and Operations Analysis*, 3rd ed., Prentice-Hall, 1968.

〔4〕 Friedman, M., *Price Theory*, Aldine Publishing Co., 1962.

〔5〕 Henderson, J. M. and R. E. Quandt, *Microeconomic Theory, A Mathematical Approach*, 2nd ed., McGraw-Hill, 1971.

〔6〕 Hicks, J. R., *Value and Capital, An Inquiry into Some Fundamental Principles of Economic Theory*, Oxford at the Clarendon Press, 1939.

〔7〕 Lipsey, R. G. and P. O. Steiner, *Economics*, 2nd ed., Harper & Row, 1969.

〔8〕 Lloyd, C., *Microeconomic Analysis*, Irwin, 1967.

〔9〕 Mansfield, E., *Microeconomics, Theory and Application*, Norton, 1970.

〔10〕 Mead, J. E., *A Geometry of International Trade*, Allen & Unwin, 1952.

〔11〕 Naylor, T. H. and J. M. Vernon, *Microeconomics and Decision Models of the Firm*, Harcourt Brace & World, 1969.

〔12〕 Oniki, H. and H. Uzawa, "Patterns of Trade and Investment in a Dynamic Model of International Trade," *Review of Economic Studies*, Jan. 1965.

〔13〕 Schneider, E., *Pricing and Equilibrium, An Introduction to Static and Dynamic Analysis*, Macmillan, 1962.

〔14〕 Scitovsky, T., *Welfare and Competition*, revised ed., Irwin, 1971.

〔15〕 Stonier, A. W. and D. C. Hague, *A Textbook of Economic Theory*, John Wiley & Sons, 1973.

〔16〕 Vandermeulen, D. C., *Linear Economic Theory*, Prentice-Hall, 1971.