生産技術의 規模特性과 平均費用曲線의 構造

李 承 勳*

〈目 次〉

I. 序 論

생산기술의 規模特性과 기업의 平均費用曲線의 형태가 서로 특정하게 관련되어 있음은 일찍부터 인식되어 왔다. 즉 생산기술이 規模의 經濟, 規模에 따른 不變報酬, 또는 規模의 不經濟 등의 規模特性을 각각 나타낼 경우에 그 平均費用曲線의 형태는 각각 右下向하는 水平的인, 또는 右上向하는 기울기를 갖게 되는 것으로 알려져 있는 것이다. 그러나 극히 최근에 이르기까지 이와 같은 상호관계는 同次的 生產函數로 나타낼 수 있는 生產技術에 대해서만 論證되었을 뿐, 보다 일반화된 생산기술에 대해서는 立證되지 못하고 있었으며, 또는 퍼그슨〔3〕과 같이 생산기술의 規模特性을 「規模의 彈力性」의 크기로 定義할 때에 局限하여 證明되어 있었을 뿐이다. 다만 1977년에 이르러서야 비로소 일반적인 規模의 經濟的 생산기술에 대하여 그 平均費用曲線이 右下向하는 기울기를 갖게 됨이 보몰〔1〕에 의하여 證明되었으며, 또한 생산기술의 規模特性과 그 「規模의 彈力性」의 크기가 퍼그슨의 分類와 일치하게 되는 경우가 판자르와 윌리그〔7〕에 의하여 究明되었다. 그러나 보몰의 연구 및 판자르와 윌리그의 연구에서는 물론 지금까지 발표된 어느 누구의 연구에서도 일반적인 規模의 不經濟的 생산기술에 대하여서는 그 平均費用曲線의 右上向性이 論證된 바는 없는 실정이다.

本論文에서는 일반적인 規模의 不經濟的 생산기술에 대하여 그 平均費用曲線이 右上向하는 기울기를 갖게 됨을 보이려고 한다. 또한 規模特性에 대한 통상적인 定義와 「規模의

* 本研究所 研究員, 서울大學校 經濟學科 助教授

彈力性」의 크기를 기준으로 하는 퍼그슨의 定義가 서로 어떻게 관련되어 있는가를 究明하려고 한다. 그리고 多種産出의 생산기술을 보유한 기업에 대하여서도 이와 같은 規模特性이 그대로 擴大 適用될 수 있음을 보이려고 한다.

本節의 序論에 이어 다음 第II節에서는 單一種産出의 생산기술에 대하여 그 一般的인 規模特性과 平均費用曲線의 구조 간의 關係를 究明하였다.

第III節에서는 生産技術의 規模特性에 대한 一般的 定義와 「規模의 彈力性」의 크기를 기준으로 하는 퍼그슨의 定義 사이의 관계를 究明하였다.

第IV節에서는 多種産出이 동시에 얻어질 수 있는 生産技術에 대하여 그 規模特性을 分析할 것이다. 판자르와 윌리그가 規模特性의 정도를 측정하기 위하여 고안한 「一般化된 規模의 彈力性」의 指標를 훨씬 단순한 방법으로 導出하고 吟味할 것이다.

마지막 第V節의 結論에서는 多種産出의 生産技術에서 문제가 되고 있는 平均費用의 概念에 대하여 살피고 또한 生産技術의 規模特性과 부합하는 형태를 갖는 平均費用의 概念에 대하여 展望할 것이다.

II. 單一種産出 生産技術의 規模特性

單一産出・n投入의 생산기술에 대하여 생각해 보자. 産出物의 수량은 y로 표시하고 投入物의 수량은 n벡터 $\mathbf{x}$로 나타내기로 한다. 그리고 投入 $\mathbf{x}$로부터 産出 y를 얻을 수 있는 경우에 生産函數 f에 의하여

$$y=f(\mathbf{x}) \tag{1}$$

의 관계가 성립한다고 하고, 그 역도 성립한다고 하자.

이제 $\alpha>1$이라고 하자. 要素結合 $\mathbf{x}$와 $\alpha\mathbf{x}$를 서로 비교하면, $\alpha\mathbf{x}$는 $\mathbf{x}$를 投入으로 사용하는 생산에 비하여 그 규모를 α배로 확장한 경우의 생산에 사용되는 投入으로 파악될 수가 있다. 이와 같은 의미로 생산의 규모를 α배 확장시킬 때 생산량이 원래 수준의 α배 이상으로 증가하거나, 정확히 α배만큼 증가하거나, 또는 증가하기는 하되 α배에 미치지 못하는 경우에 우리는 生産規模의 擴張이 각각 有利, 同等 또는 不利하다고 말할 수가 있을 것이다. 드브루〔2〕, 랭카스터〔4〕, 맨스필드〔5〕 및 멩거〔6〕 등은 이와 같은 사실을 정리하여 생산기술의 規模特性으로서 다음과 같이 定義하였다.

定義 1: $\alpha>1$이라고 하자. 임의의 要素結合 $\mathbf{x}$에 대하여 항상

$\alpha f(\mathbf{x})>f(\alpha\mathbf{x})$이면 規模의 不經濟(diminishing returns to scale),

$\alpha f(\mathbf{x})=f(\alpha\mathbf{x})$이면 規模에 따른 報酬不變(constant returns to scale), 그리고

$\alpha f(\mathbf{x})<f(\alpha\mathbf{x})$이면 規模의 經濟(increasing returns to scale)라고 한다.

이 定義를 생산함수가 m次同次인 경우에 대하여 整理하여 보면 다음과 같다. m次同次인 생산함수에 대해서는 항상

$$\alpha^m f(\mathbf{x})=f(\alpha\mathbf{x}) \tag{2}$$

의 관계가 성립한다. 이제 $\alpha>1$이라고 하자. 그러면 $m \gtreqless 1$일 때 $\alpha^m \gtreqless \alpha$의 관계가 항상 성립하고 그 逆도 성립한다. 그러므로 생산함수가 m次同次이면 $\alpha>1$인 경우에

$$m \gtreqless 1 \Leftrightarrow \alpha f(\mathbf{x}) \gtreqless \alpha^m f(\mathbf{x})=f(\alpha\mathbf{x}) \tag{3}$$

의 관계가 성립하고, 따라서 $m>1$이면 規模의 經濟, $m=1$이면 規模에 따른 報酬不變, 그리고 $m<1$이면 規模의 不經濟가 나타나게 된다.

다른 한편으로는 생산기술의 規模特性을 그 平均費用曲線의 형태에 의하여 分類하기도 한다. 즉 要素價格벡터 $\mathbf{w}$의 값이 일정하게 주어진 상태에서 生產量 y를 생산하는 데 所要되는 平均費用을 $AC(\mathbf{w},y)$로 나타낸다면, 생산기술의 規模特性을 다음과 같이 定義할 수도 있는 것이다.

定義 2: 임의의 두 生產量 y_1과 y_2(단 $y_1<y_2$)에 대하여 항상

$AC(\mathbf{w},y_1)>AC(\mathbf{w},y_2)$이면 規模의 經濟,

$AC(\mathbf{w},y_1)=AC(\mathbf{w},y_2)$이면 規模에 따른 報酬不變, 그리고

$AC(\mathbf{w},y_1)<AC(\mathbf{w},y_2)$이면 規模의 不經濟라고 한다.

이 定義에서와 같이 平均費用曲線의 構造를 기준으로 하는 規模特性의 分類는 原論水準의 教科書에서 널리 사용되고 있다. 그러므로 위의 兩定義가 서로 부합하는가라는 문제는 반드시 究明되어야 할 필요가 있다. 현재까지 究明된 바에 의하면 生產函數가 同次函數이거나, 또는 規模의 經濟일 경우에 定義 1이 定義 2를 含意하게 되는 것으로 알려져 있다.

식(1)의 생산함수에 대하여 우리는 다음과 같이 가정하기로 한다.

假定 1: $0=f(\mathbf{o})$.

假定 2: $\mathbf{x}>\mathbf{x}'$이면 $f(\mathbf{x})>f(\mathbf{x}')$이다.

假定 3: f는 連續이다.

이 假定들은 극히 통상적인 假定들로서 그 意味는 自明하다고 말할 수 있다. 이제 定義 2가 定義 1로부터 導出됨을 증명하여 보자.

(가) **規模의 濟經**: 임의의 두 生產量 y_1과 y_2에 대하여 $y_1<y_2$이면 항상 $AC(\mathbf{w},y_1)>AC(\mathbf{w},y_2)$임을 보이면 된다. 이제 요소결합 $\mathbf{x}_1^o$을 고용하여 생산량 y_1을 생산할 때 費用最小化가 이루어진다고 하자. 생산기술이 규모의 경제적이면, 위 假定에 의하여, $y_2=f(\alpha\mathbf{x}_1^o)$의 관계를 성립시키는 實數 $\alpha(>1)$가 存在하고, 동시에

$$\alpha y_1=\alpha f(\mathbf{x}_1^o) < f(\alpha\mathbf{x}_1^o)=y_2 \tag{4}$$

의 관계가 성립한다. 그러므로

$$AC(\mathbf{w},y_1)=\frac{\mathbf{w}\cdot\mathbf{x}_1^o}{y_1}=\frac{\alpha\mathbf{w}\cdot\mathbf{x}_1^o}{\alpha y_1}>\frac{\mathbf{w}\cdot\alpha\mathbf{x}_1^o}{y_2}\geq\frac{C(\mathbf{w},y_2)}{y_2}=AC(\mathbf{w},y_2) \tag{5}$$

의 관계를 얻을 수 있다. 식 (5)에서 첫번째의 不等式은 식 (4), 즉 規模의 經濟的 특성에 의한 것이며, 두번째의 不等式은 總費用 $C(\mathbf{w},y_2)$가 요소가격 $\mathbf{w}$에서 생산량 y_2를 생산할 수 있는 最小費用이기 때문에 成立한다. 식 (5)는 바로 定義 2에서 規定하는 規模의 經濟的 特性으로서 우리가 導出하려고 하던 관계이다.

(나) **規模에 따른 報酬不變**: 이 경우는 生產函數가 一次同次인 경우로서 모든 생산량 y에 대하여 $AC(\mathbf{w},y)$가 均一함을 쉽게 보일 수가 있다. 여기서는 이 경우를 더 이상 취급하지 않기로 한다.

(다) **規模의 不經濟**: 임의의 두 生產量 y_1과 y_2에 대하여 $y_1<y_2$이면 항상 $AC(\mathbf{w},y_1)<AC(\mathbf{w},y_2)$임을 보이게 된다. 이제 要素結合 $\mathbf{x}_1^o$을 고용할 때 最小費用으로 生產量 y_1을 생산하게 된다고 하자. 그리고 要素結合 $\mathbf{x}_2^o$을 고용할 때 역시 最小의 費用을 들여 生產量 y_2를 생산하게 된다고 하자. 위의 假定들에 의하면 要素結合 $\mathbf{x}_2^o$의 규모를 적절하게 줄인 要素結合 $\mathbf{x}_1$에서 생산량 y_1을 생산해 낼 수가 있다. 즉 $\alpha>1$되는 實數 α가 존재하여

$$\mathbf{x}_2^o=\alpha\mathbf{x}_1,\quad y_1=f(\mathbf{x}_1) \tag{6}$$

의 관계가 성립하는 것이다. 생산기술의 規模特性이 規模의 不經濟이면 물론

$$\alpha y_1=\alpha f(\mathbf{x}_1)>f(\alpha\mathbf{x}_1)=f(\mathbf{x}_2^o)=y_2 \tag{7}$$

의 관계가 성립한다. 그러므로 우리는

$$\begin{aligned}AC(\mathbf{w},y_1)&=\frac{\mathbf{w}\cdot\mathbf{x}_1^o}{y_1}\leq\frac{\mathbf{w}\cdot\mathbf{x}_1}{y_1}=\frac{\alpha\mathbf{w}\cdot\mathbf{x}_1}{\alpha y_1}<\frac{\mathbf{w}\cdot\alpha\mathbf{x}_1}{y_2}=\frac{\mathbf{w}\cdot\mathbf{x}_2^o}{y_2}\\&=AC(\mathbf{w},y_2)\end{aligned} \tag{8}$$

의 관계를 얻게 된다. 식 (8)에서 첫번째 부등식은 $\mathbf{w}\cdot\mathbf{x}_1^o$이 생산량 y_1을 생산할 수 있는 最小費用이기 때문에 성립하며, 두번째 부등식은 規模의 不經濟的 特性, 즉 식 (7)에 의하여 成立하는 것이다. 식 (8)의 관계는 定義 2에서 規定한 規模의 不經濟로서 바로 우리가 導出하려고 하던 관계이다.

以上의 論議를 要約하면 우리는 다음의 定理를 얻을 수 있다.

定理 1: 생산기술의 規模特性에 대한 定義 2는 定義 1로부터 導出된다.

III. 規模의 彈力性과 規模特性

퍼그슨〔3〕은 「機能係數」(function coefficient), 또는 「規模의 彈力性」(elasticity of scale)의 槪念을 考察하고 이것을 基準으로 하여 생산기술의 규모특성을 분류하였다. 규모의 탄력성 ϵ_s는 (생산함수 f가 微分可能한 경우에)

$$\epsilon_s \equiv \left. \frac{\partial f(s\mathbf{x})}{\partial s} \cdot \frac{s}{f(s\mathbf{x})} \right]_{s=1} \tag{9}$$

과 같이 定義되는 數量으로서 보통

$$\epsilon_s = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} x_i \right) \Big/ f(\mathbf{x}) \tag{10}$$

의 表現으로 整理되어 사용된다. 퍼그슨은 規模의 彈力性 ϵ_s를 사용하여 생산기술의 規模特性을 다음과 같이 分類하여 定義하였다.

定義 3: 어느 要素結合 $\mathbf{x}$에 대하여 $\epsilon_s > 1$, $\epsilon_s = 1$, 또는 $\epsilon_s < 1$의 관계가 성립한다면 이 生產技術은 要素結合 $\mathbf{x}$의 근방에서 局地的으로 각각 規模의 經濟, 規模에 따른 報酬不變, 또는 規模의 不經濟의 規模特性을 가진다고 말한다.

식 (9)의 표현에서 變數 s는 要素結合 $\mathbf{x}$를 기준으로 하는 생산규모 $s\mathbf{x}$에 대하여 그 規模의 크기를 나타낸다. 그러므로 식 (9)의 彈力性 ϵ_s는 要素結合 $\mathbf{x}$의 生產規模를 1% 增加시킬 때 이에 따라 生產量이 몇 %나 增加하는가를 나타내는 指標가 된다. 이 사실을 고려할 때 生產技術의 規模特性에 관한 定義 3은 妥當하다고 말할 수가 있다.

要素價格벡터 $\mathbf{w}$의 값을 一定하게 둘 때 要素結合 $\mathbf{x}^o$을 고용함으로써 最小의 費用으로 生產量 y를 생산하게 된다고 하자. 그러면 要素結合 $\mathbf{x}^o$에서의 '規模의 彈力性' $\epsilon_s(\mathbf{x}^o)$은

$$\epsilon_s(\mathbf{x}^o) = \frac{AC(\mathbf{w}, y)}{MC(\mathbf{w}, y)} \tag{11}$$

의 크기를 갖는다. (예컨대 베리안〔8〕 참조.) 단 여기에서 $MC(\mathbf{w}, y)$는 生產量 y에서의 限界費用을 뜻한다. 그런데 生產量 y가 增加함에 따라서 平均費用 $AC(\mathbf{w}, y)$가 減少, 一定, 또는 增加하게 되는 경우에 각각 $AC(\mathbf{w}, y) > MC(\mathbf{w}, y)$, $AC(\mathbf{w}, y) = MC(\mathbf{w}, y)$, 또는 $AC(\mathbf{w}, y) < MC(\mathbf{w}, y)$의 관계가 성립하며 그 逆도 성립한다. 그러므로 定義 3에 의하면 最小費用要素結合의 부근에서 局地的으로 規模의 經濟, 規模에 따른 報酬不變, 또는 規模의 不經濟의

規模特性을 보이는 生産量의 근방에서는 생산량이 증가함에 따라서 그 平均費用이 각각 減少, 一定, 또는 增加하게 되는 것이다. 즉 定義 3은 局地的으로 定義 2를 의미한다고 할 수가 있다.

이제 定義 1과 定義 3의 관계를 究明하여 보자. 生産技術이 定義 1에 의하여 規模의 經濟的 特性을 갖고 있다면 임의의 要素結合 $\mathbf{x}$에 대하여

$$\alpha \geq 1 \text{이면} \quad \alpha f(\mathbf{x}) \leq f(\alpha \mathbf{x}),$$
$$0 < \alpha < 1 \text{이면} \quad \alpha f(\mathbf{x}) > f(\alpha \mathbf{x}) \tag{12}$$

의 관계가 성립한다. 즉

$$\alpha \geq 1 \text{이면} \quad f(\alpha \mathbf{x}) - \alpha f(\mathbf{x}) \geq 0,$$
$$0 < \alpha < 1 \text{이면} \quad f(\alpha \mathbf{x}) - \alpha f(\mathbf{x}) < 0 \tag{12'}$$

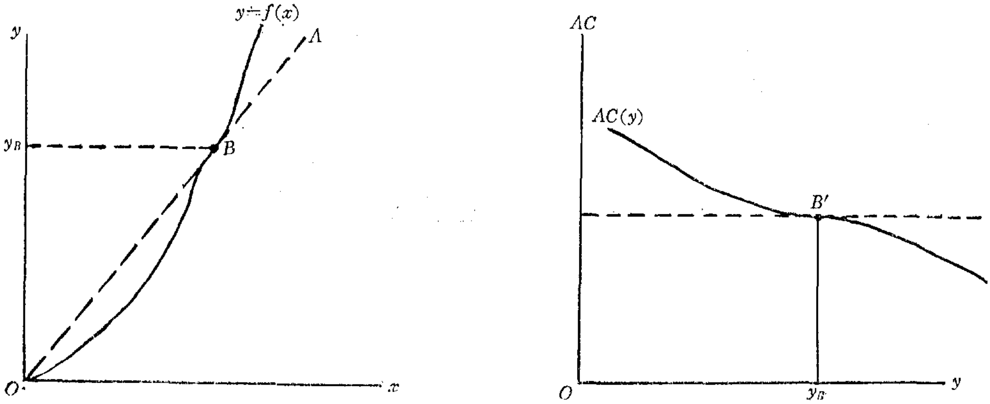
의 관계가 성립하므로, 函數 $f(\alpha \mathbf{x}) - \alpha f(\mathbf{x})$의 값은 α가 增加할 때 $\alpha = 1$의 근방에서는 결코 減少하지 않는 것이다. 그러므로 우리는

$$\left. \frac{\partial (f(\alpha \mathbf{x}) - \alpha f(\mathbf{x}))}{\partial \alpha} \right]_{\alpha=1} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} x_i - f(\mathbf{x}) \geq 0 \tag{13}$$

의 관계를 얻을 수가 있다. 식 (13)의 관계로부터 우리는 生産技術이 定義 1에 의하여 規模의 經濟인 경우에 모든 要素結合 $\mathbf{x}$에 대하여 $\epsilon_s(\mathbf{x}) \geq 1$의 관계가 성립하게 됨을 알 수 있다. 같은 方法으로 生産技術이 定義 1에 의하여 規模에 따른 報酬不變, 또는 規模의 不經濟인 경우에 모든 要素結合 $\mathbf{x}$에 대하여 각각 $\epsilon_s(\mathbf{x}) = 1$, 또는 $\epsilon_s(\mathbf{x}) \leq 1$의 관계가 성립하게 됨을 보일 수가 있다. 이를 要約하면 다음의 定理를 얻는다.

定理 2 : 生産技術이 定義 1에 의하여 規模의 經濟, 規模에 따른 報酬不變, 또는 規模의 不經濟의 規模特性을 나타낼 경우에, 모든 要素結合 $\mathbf{x}$에 대하여 각각 $\epsilon_s(\mathbf{x}) \geq 1$, $\epsilon_s(\mathbf{x}) = 1$, 또는 $\epsilon_s(\mathbf{x}) \leq 1$의 관계가 성립한다.

定理 2에서 흥미로운 점은 생산기술이 定義 1에 의하여 總體的으로 規模의 經濟라고 하더라도 各要素結合 $\mathbf{x}$의 근방에서 반드시 局地的으로 規模의 經濟이어야, 즉 $\epsilon_s(\mathbf{x}) > 1$이어야 할 必要는 없다는 점이며, 이것은 規模의 不經濟에 대해서도 마찬가지이다. 이 문제를 보다 상세하게 알아보기 위하여 〈그림 1〉을 보자. 〈그림 1-a〉의 생산함수는 單一投入·單一産出의 경우로서 定義 1에 의한 規模의 經濟的 특성을 보인다. 産出量 y_B에서 生産函數의 그래프는 직선 OA와 서로 접하고 있으므로, 이 부근에서 平均費用曲線의 모습은 〈그림 1-b〉와 같고, 특히 B'에서는 水平的 기울기를 갖는다. 그러므로 平均費用曲線이 엄



(a) 생산함수 (b) 평균비용곡선

〈그림 1〉 총체적 규모의 경제와 국지적 규모에 따른 보수불변

밀하게 右下向하는 경우라고 하더라도 점 B'에서와 같이 $\epsilon_s=1$이 될 수가 있는 것이다.

이제 定理 2의 逆을 생각하여 보자. 어느 생산기술에 대하여 임의의 요소결합 $\mathbf{x}$에서 항상 $\epsilon_s(\mathbf{x})\geq 1$의 관계가 성립하는데 $\epsilon_s(\mathbf{x})=1$이 성립하는 경우는 아무리 많아도 「셀 수 있을 만큼의 無限大」(countably infinite)라고 하자. 그러면 식 (12′)에서와 같이 어떤 要素結合 $\mathbf{x}$를 잡더라도 $\alpha>1$이 되는 實數 α에 대해서는 $f(\alpha\mathbf{x})-\alpha f(\mathbf{x})>0$, 그리고 $0<\alpha<1$이 되는 α에 대해서는 $f(\alpha\mathbf{x})-\alpha f(\mathbf{x})<0$의 관계가 나타나게 될 것이다. 즉 이 경우에 生產技術은 定義 1에 의한 規模의 經濟的 特性을 나타내게 되는 것이다. 같은 방법으로 임의의 要素結合 $\mathbf{x}$에서 항상 $\epsilon_s(\mathbf{x})\leq 1$의 관계가 성립하고 그 가운데 $\epsilon_s(\mathbf{x})=1$이 성립하는 경우가 아무리 많아도 「셀 수 있을 만큼의 無限大」라고 하면, 이 生產技術은 定義 1에 의한 規模의 不經濟的 특성을 가지게 됨을 보일 수가 있다. 또한 모든 要素結合 $\mathbf{x}$에서 항상 $\epsilon_s(\mathbf{x})=1$의 관계가 성립한다면, 生產技術이 規模에 따른 報酬不變의 特性을 갖는다는 사실도 自明하다. 그러므로 우리는 다음의 定理를 얻을 수 있다.

定理 3 : 임의의 要素結合 $\mathbf{x}$에서 항상 $\epsilon_s(\mathbf{x})\geq 1$(또는 $\epsilon_s(\mathbf{x})\leq 1$)이라고 하자. $\epsilon_s(\mathbf{x})=1$이 되는 경우가 아무리 많아도 「셀 수 있는 無限大」에 지나지 않는다면 定理 2의 逆은 成立한다.

平均費用曲線이 항상 엄밀하게 右下向, 水平的, 또는 右上向의 形態를 갖는다면, 다양한 要素價格體系下에서 企業이 선택하게 되는 要素結合 $\mathbf{x}$에서는 항상 $\epsilon_s(\mathbf{x})\geq 1$, $\epsilon_s(\mathbf{x})=1$, 또는 $\epsilon_s(\mathbf{x})\leq 1$의 관계가 나타나며, 첫번째와 세번째의 경우에 $\epsilon_s(\mathbf{x})=1$의 관계가 나타나는 경우는 많아야 「셀 수 있는 無限大」에 지나지 않는다. 그러므로 經濟學的 選擇의 對象이 되는 要素結合만으로 局限시킨다면 定理 3에 의하여 定義 1은 定義 2로부터 導出되는 것임을 알

수가 있다. 그러므로 생산기술의 規模特性을 직접 生産函數에 대하여 定義한 定義 1과 平均費用曲線에 대하여 定義한 定義 2는 實質的으로 서로 同等한 定義라고 말할 수가 있다.

IV. 多種產出 生產技術과 規模特性

이제 여러가지의 產出을 동시에 생산하는 생산기술의 규모특성에 대하여 생각하여 보자. 投入과 產出을 각각 n벡터 $\mathbf{x}$와 m벡터 $\mathbf{y}$로 表示하고 微分可能한 生產函數 F에 의하여

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0 \tag{14}$$

의 관계를 충족하는 생산행위$(\mathbf{x}, \mathbf{y})$들만이 技術的으로 實行可能하다고 하자. 그리고 통례에 따라서 다음의 假定들을 채택하기로 한다.

假定 4: $F(\mathbf{o}, \mathbf{o}) = 0$

假定 5: $F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0$일 때 $\mathbf{x}' > \mathbf{x}$이면 $F(\mathbf{x}', \mathbf{y}) < 0$이며 $\mathbf{x}'' < \mathbf{x}$이면 $F(\mathbf{x}'', \mathbf{y}) > 0$이다.

假定 6: $F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0$일 때 $\mathbf{y}' > \mathbf{y}$이면 $F(\mathbf{x}, \mathbf{y}') > 0$이며 $\mathbf{y}'' < \mathbf{y}$이면 $F(\mathbf{x}, \mathbf{y}'') < 0$이다.

假定 4는 自明하다. 假定 5는 技術的 效率性이 이루어진 생산행위 $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$에서 投入을 $\mathbf{x}$보다 늘리면 여전히 $\mathbf{y}$를 생산할 수 있지만, $\mathbf{x}$ 미만으로 줄이면 $\mathbf{y}$를 생산할 수 없음을 뜻한다. 그리고 假定 6은 역시 생산행위 $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$에서 技術的 效率性이 이루어지고 있을 때 投入 $\mathbf{x}$로부터 $\mathbf{y}$보다 적은 수량은 생산될 수 있으나 더 많은 수량은 생산될 수 없음을 뜻한다. 生產函數 F가 微分可能한 경우에 假定 5와 6은 $F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0$인 점에서는 $\frac{\partial F}{\partial x_i} < 0 \ (i = 1, \cdots, n)$ 및 $\frac{\partial F}{\partial y_j} < 0 \ (j = 1, \cdots, m)$의 관계를 의미한다.

多種產出의 生產技術에 대하여 그 規模特性은 다음과 같이 定義될 수가 있다.

定義 4: $F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0$인 모든 생산행위 $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$에 대하여 $\alpha > 1$일 때

$F(\alpha\mathbf{x}, \alpha\mathbf{y}) < 0$이면 規模의 經濟,

$F(\alpha\mathbf{x}, \alpha\mathbf{y}) = 0$이면 規模에 따른 報酬不變, 그리고

$F(\alpha\mathbf{x}, \alpha\mathbf{y}) > 0$이면 規模의 不經濟가 存在한다고 말한다.

定義 4의 意味는 定義 1에 대한 解說로부터 類推할 때 自明하여 진다. 예컨대 規模의 經濟의 경우를 보자. 不等式 $F(\alpha\mathbf{x}, \alpha\mathbf{y}) < 0$이 성립한다면 점$(\alpha\mathbf{x}, \alpha\mathbf{y})$ 근방의 모든 점에서도 이 不等式은 역시 성립하게 된다. 그러므로 $\mathbf{y}' > \alpha\mathbf{y}$가 되는 $\mathbf{y}'$가 존재하여 $F(\alpha\mathbf{x}, \mathbf{y}') \leq 0$의 관계가 성립한다. 즉 投入 $\mathbf{x}$를 α배로 늘릴 때 그 생산량은 α배 이상으로 증대시킬 수가 있는 것이다.

또한 定義 4로부터 $F(\mathbf{x},\mathbf{y})=0$이고 $0<\alpha<1$이면 規模의 經濟, 規模에 따른 報酬不變, 또는 規模의 不經濟일 때마다 각각 $F(\alpha\mathbf{x},\alpha\mathbf{y})>0$, $F(\alpha\mathbf{x},\alpha\mathbf{y})=0$, 또는 $F(\alpha\mathbf{x},\alpha\mathbf{y})<0$의 관계가 성립함을 보일 수가 있다. 이에 대한 證明은 연습문제로서 독자들에게 맡기고 여기에서는 省略하기로 한다.

이제 定義 4에 의한 規模의 經濟의 경우를 고려하여 보자. 生產函數 F가 規模의 經濟的 特性을 보이면 $F(\mathbf{x},\mathbf{y})=0$의 관계를 성립시키는 모든 점 $(\mathbf{x},\mathbf{y})$에서

$$0<\alpha<1\text{일 때 } F(\alpha\mathbf{x},\alpha\mathbf{y})>0$$

$$1<\alpha\text{일 때 } F(\alpha\mathbf{x},\alpha\mathbf{y})<0 \tag{15}$$

의 관계가 나타나게 된다. 그러므로 함수 $F(\alpha\mathbf{x},\alpha\mathbf{y})$의 값은 α가 增加할 때 $\alpha=1$의 근방에서는 결코 증가하지 않음을 알 수가 있다. 즉

$$\left.\frac{\partial F(\alpha\mathbf{x},\alpha\mathbf{y})}{\partial\alpha}\right]_{\alpha=1}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F(\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial x_i}x_i+\sum_{j=1}^{m}\frac{\partial F(\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial y_j}y_j\leq 0 \tag{16}$$

의 관계가 성립하게 된다.

이제 規模에 대한 指標 $S(\mathbf{x},\mathbf{y})$를

$$S(\mathbf{x},\mathbf{y})\equiv-\frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F(\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial x_i}x_i}{\sum_{j=1}^{m}\frac{\partial F(\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial y_j}y_j} \tag{17}$$

와 같이 定義하자. 모든 $j=1,2,\cdots,m$에 대하여 $\partial F/\partial y_j<0$이므로 規模의 經濟일 경우에는 식(16)으로부터 $S(\mathbf{x},\mathbf{y})\geq 1$의 관계를 얻게 된다. 같은 방법으로 規模에 따른 報酬不變과 規模의 不經濟의 경우에는 $F(\mathbf{x},\mathbf{y})=0$의 관계를 충족하는 모든 $(\mathbf{x},\mathbf{y})$에서 각각 $S(\mathbf{x},\mathbf{y})=1$ 및 $S(\mathbf{x},\mathbf{y})\leq 1$의 관계가 성립하게 됨을 보일 수가 있다. 이 사실을 요약하면 다음의 定理를 얻는다.

定理 4: $F(\mathbf{x},\mathbf{y})=0$이라고 하자. 生產函數 F의 規模特性이
規模의 經濟이면 $S(\mathbf{x},\mathbf{y})\geq 1$,
規模에 따른 報酬不變이면 $S(\mathbf{x},\mathbf{y})=1$, 그리고
規模의 不經濟이면 $S(\mathbf{x},\mathbf{y})\leq 1$의 관계가 성립한다.

指標 $S(\mathbf{x},\mathbf{y})$의 機能은 單一產出의 경우에서의 「規模의 彈力性」 $\epsilon_s(\mathbf{x})$와 대단히 類似하다. 그러므로 우리는 指標 $S(\mathbf{x},\mathbf{y})$를 「一般化된 規模의 彈力性」이라고 부를 수가 있다. 판

자르와 윌리그〔7〕는 매우 복잡한 방법으로 指標 $S(\mathbf{x},\mathbf{y})$를 도출하고 이것을 기준으로 하여 다음과 같이 定義하였다.

定義 5 : $F(\mathbf{x},\mathbf{y})=0$이라고 하자. 만약

$S(\mathbf{x},\mathbf{y})>1$이면, 局地的으로 規模의 經濟,

$S(\mathbf{x},\mathbf{y})=1$이면, 局地的으로 規模에 따른 報酬不變, 그리고

$S(\mathbf{x},\mathbf{y})<1$이면, 局地的으로 規模의 不經濟가 存在한다고 말한다.

총체적 規模特性에 대한 定義 4와 局地的 規模特性에 대한 定義 5 사이의 관계는 單一產出의 경우에 대한 定理 2 및 定理 3에서와 완전히 동일하게 설명될 수가 있다.

V. 結論 및 展望

지금까지 우리는 單一產出의 경우 총체적 規模特性, 局地的 規模特性, 그리고 平均費用曲線의 형태 사이의 관계를 알아 보았으며 多種產出의 경우에는 총체적 및 局地的 規模特性 사이의 관계를 알아보았다. 定理 1, 2, 3, 4는 이 論議의 결과를 要約하고 있다. 多種產出의 경우에는 單一產出의 경우에서와는 달리 平均費用의 槪念이 즉각적으로 定義될 수 없기 때문에 平均費用과 規模特性 사이의 관계에 대한 分析이 不可能한 실정이다. 그러나 최근 바몰〔1〕에 의하여 考案된 放射平均費用曲線(ray average cost curve)의 槪念이 등장하면서부터 多種產出의 경우에도 平均費用曲線의 구조를 토대로 하여 규모특성을 分析할 수 있게 되었다. 放射平均費用은 產出벡터 $\alpha\mathbf{y}$에 대한 費用函數 $C(\alpha\mathbf{y})$를 구한 다음 이것을 規模指標 α로 나눈 것이다. 그러므로 이것은 產出物의 構成比를 一定하게 유지하면서 그 規模만을 변경시킬 때의 규모에 대한 平均費用이 된다. 放射平均費用에 나타나는 規模特性이 定理 1과 一致하게 됨은 손쉽게 보일 수가 있다.

多種產出의 경우에 定義可能한 비용함수로는 판매수입 R을 一定하게 두고 費用最小化의 문제를 풀어서 얻는 비용함수 $C(R)$이 있을 수가 있다. 이 비용함수를 판매수입 R로 나눈 평균비용 $C(R)/R$도 多種產出 生產技術의 規模特性을 分析하는 데 요긴하게 쓰일 수 있을 것으로 전망된다. 筆者가 현재 진행중인 연구결과에 따르면 이 平均費用에 대해서도 定理 1의 결과가 그대로 적용되는 것으로 나타났다. 그러므로 앞으로는 多種產出 生產技術의 規模特性도 平均費用曲線의 구조를 토대로 分析될 것이라고 展望할 수 있을 것이다.

參 考 文 獻

〔1〕 Baumol, W.J., "On the Proper Cost Tests for Natural Monopoly in a Multi-Product Industry," *American Economic Review*, Vol. 67 No. 5 (Dec. 1977).

〔2〕 Debreu, G., *Theory of Value*, New York: Wiley, 1959.

〔3〕 Ferguson, C.E., *The Neoclassical Theory of Production and Distribution*, Cambridge: Cambridge University Press, 1969.

〔4〕 Lancaster, K., *Mathematical Economics*, New York: Macmillan, 1968.

〔5〕 Mansfield, E., *Microeconomics*, New York: Norton, 1970.

〔6〕 Menger, K., "The Logic of the Laws of Return: A Study in Meta-economics," in O. Morgenstern, ed., *Economic Activity Analysis*, New York: Wiley, 1954.

〔7〕 Panzar, J.C., and R.D. Willig, "Economies of Scale in Multi-Output Production," *Quarterly Journal of Economics*, August 1977.

〔8〕 Varian, H., *Microeconomic Theory*, New York: Norton, 1978.