環境汚染抑制가 國民經濟에 미치는 影響의 計量化

——投入·產出分析을 利用하여——

李　　正　　典*

<目　　次>

I. 序　　言

레온티에프教授〔7〕가 環境汚染問題에 대한 投入·產出接近方法(input-output approach)을 제시한 이래 이 방면에 대한 理論的 擴張과 應用이 상당히 많이 이루어져 왔다 (〔2〕,〔3〕,〔5〕,〔6〕,〔9〕,〔11〕 등). 이 레온티에프公害模型은 기존의 레온티에프基本產業聯關分析模型에 環境汚染關係의 變數와 係數를 첨가하여 확장한 模型으로서 그 解는 擴張된 레온티에프行列(augmented Leontief matrix)의 逆行列을 구하여 이를 外生變數벡터에 곱해줌으로써 얻어진다. 本稿에서 다루고자 하는 模型은 이 레온티에프公害模型에 일종의 消費函數를 첨가하여 閉鎖化시킨 模型(closed-system model)이다. 그러나 이 경우 레온티에프行列은 더욱 확장되므로 이 확장된 레온티에프行列의 逆行列을 직접 이용하는 전통적 解法은 어떤 특정 變數의 國民經濟上의 波及效果分析 또는 感應度分析(sensitivity analysis)을 매우 복잡하게 하고 부담스럽게 만든다. 따라서 本稿의 目的은 그러한 확장된 레온티에프逆行列을 직접 이용하지 않는 解法을 통해서 閉鎖된 레온티에프公害模型으로부터 소위 「誘發效果」(induced effect, 즉 所得의 變化로 인한 效果)와 「環境汚染抑制效果」(pollution control effect, 즉 環境汚染抑制가 生產 및 雇傭에 미치는 순수한 效果)를 분리 추출하는 公式을 제시하는 것이다. 이 解法의 利點은 우선 環境汚染을 고려한 「修正된 케인즈乘數」(modified Keynesian multiplier)를 이용해서 國民經濟의 所得水準을 별도로 결정할 수 있는 公式

* 本研究所 研究員, 서울大學校 環境大學院 助教授

을 유도한다는 것, 그리고 기타의 基本變數(生産, 雇傭, 環境汚染抑制水準) 각각에 대한 解 역시 基本産業聯關分析模型의 레온티에프逆行列(이 逆行列은 産業聯關分析表에 계산되어 있음), 所得水準, 그리고 주어진 外生變數로 표현된 公式을 이용해서 구할 수 있다는 것이다. 따라서 확장된 레온티에프行列의 逆行列을 구할 필요가 없고, 어떤 특정 變數의 變動에 수반된 波及效果를 종전의 方法보다 용이하게 분석할 수 있으며, 또 어떤 특정 變數의 解만을 구하고 싶어도 일단 模型全體의 解를 구해야 하는 전통적인 解法의 非能率性도 제거할 수 있다. 뿐만 아니라 플릭[2]이 지적한 레온티에프公害模型의 矛盾(inconsistency)을 스틴지[11]의 방법보다는 효율적으로 점검하고 설명할 수 있는 이점도 있다.

II. 模　型

環境汚染에 대한 아무런 처리를 하지 않은 채 방치한 경우의 開放體系 레온티에프公害模型(open-system Leontief pollution model)은 다음과 같다.

$$(I-A)x=f,$$

$$-Rx+r=f_r,$$

$$Wx-\tilde{e}=\bar{z}.$$

혹은

$$G_0\begin{bmatrix} x \\ r \\ \tilde{e} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} f \\ f_r \\ -\bar{z} \end{bmatrix}. \tag{1}$$

여기서 각 變數와 係數는 다음과 같이 정의한다.

x=産業의 粗生産量을 나타내는 $(n\times 1)$벡터 ;

r=本源的 生産要素(primary resources)의 雇傭水準을 나타내는 $(m\times 1)$벡터 ;

$\bar{z}$=排出許容量을 나타내는 $(s\times 1)$벡터(예를 들면 $\bar{z}_i$는 사회적으로 허용될 수 있는 i번째 汚染物質의 總排出量) ;

$\tilde{e}$=超過公害를 나타내는 $(s\times 1)$벡터(예를 들면 $\tilde{e}_i$은 $\bar{z}_i$를 초과해서 배출된 i번째 汚染物質의 量) ;

f=最終需要를 나타내는 $(n\times 1)$벡터 ;

f_r=最終需要部門에서 이용된 本源的 生産要素의 量을 나타내는 $(m\times 1)$벡터 ;

$A=(n\times n)$技術係數行列 ;

R=產業部門의 生產量 한 單位의 생산에 소요되는 本源的 生產要素의 量을 나타내는 ($m\times n$)生產要素所要係數行列;

W=($s\times n$)公害係數行列(예를 들면 w_{ij}는 j번째 產業製品 한 單位를 생산하는 과정에서 배출된 i번째 汚染物質의 量);

$$G_0=\begin{bmatrix}(I-A) & 0 & 0\\ -R & I_m & 0\\ -W & 0 & I_s\end{bmatrix}.$$

擴張된 레온티에프逆行列은 쉽게 구할 수 있는데 다음과 같다.

$$G_0^{-1}=\begin{bmatrix}(I-A)^{-1} & 0\\ R(I-A)^{-1} & \\ W(I-A)^{-1} & I_{m+s}\end{bmatrix}.$$

이 逆行列을 式 (1)에 代入하면 上記 模型의 解는 다음과 같다.

$$x=(I-A)^{-1}f, \tag{2}$$

$$r=R(I-A)^{-1}f+f_r, \tag{3}$$

$$\tilde{e}=W(I-A)^{-1}f-\bar{z}. \tag{4}$$

式 (2)의 x에 대한 解는 주어진 最終需要를 充足시키기 위한 產業部門의 總生產量을 나타내며, 式 (3)의 r에 대한 解는 주어진 最終需要를 충족시키기 위한 生產要素의 雇傭量을 포함하는 國民經濟의 總雇傭量을 나타낸다. 한편 式 (4)의 $W(I-A)^{-1}f$는 주어진 最終需要를 充足시키기 위한 產業部門의 生產過程에서 배출되는 汚染物質의 總量을 나타낸다. 排出許容量은 $\bar{z}$로 주어져 있으므로 $\tilde{e}$은 汚染物質 超過排出量을 나타내게 된다.

式 (2), (3), (4)가 주는 한가지 示唆點은 擴張된 레온티에프行列의 逆行列 G_0^{-1}를 구하지 않더라도 $(I-A)^{-1}$만 계산되어 있으면 x, r, $\tilde{e}$에 대한 解를 구할 수 있다는 것인데 이러한 특성은 물론 G_0의 첫 n列(column)을 제외한 나머지 列의 元素(element)는 1이거나 零이라는 데 기인한다. 그러나 本稿에서 제시하는 解法은 보다 일반화된 경우에도 그러한 특성을 살리려는 데 그 취지가 있다.

上記 模型을 閉鎖體系模型으로 전환시키기 위해서 다음과 같이 最終需要의 一部가 所得 y에 비례한다고 가정한다[10].

$$f=\bar{f}+yc_0. \tag{5}$$

여기서 $\bar{f}$는 自生的(autonomous)인 最終需要를 나타내는 ($n\times 1$)벡터이고 c_0는 產業部門의 n個의 製品에 대한 限界消費性向을 나타내는 ($n\times 1$)벡터이며 c_0의 列合(column sum)은 케

인즈模型에 있어서의 限界消費性向 c^*가 된다.

그러면 環境汚染抑制를 고려한 閉鎖된 레온티에프公害模型은 다음과 같이 된다.

$$(I-A)x-Cz-yc_0=\bar{f}, \tag{6}$$

$$-Rx+r-Dz=f_r, \tag{7}$$

$$Wx+(\bar{W}-I)z=\bar{z}, \tag{8}$$

$$-v_x'x-v_z'z+y=h. \tag{9}$$

혹은

$$\left[\begin{array}{ccc|c} & G_y & & \begin{array}{c} c_0 \\ 0 \end{array} \\ \hline -v_x' & 0 & -v_z' & 1 \end{array}\right]\begin{bmatrix} x \\ r \\ z \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \bar{f} \\ f_r \\ -\bar{z} \\ h \end{bmatrix}. \tag{10}$$

이 模型에 추가된 變數와 係數들은 다음과 같이 정의한다.

z=公害處理水準을 나타내는 $(s\times 1)$벡터(예를 들면 z_i는 i번째 汚染物質의 處理量을 나타냄);

v_x'=產業部門의 製品 한 단위 생산하는 데 발생하는 附加價値(value-added)를 나타내는 $(1\times n)$벡터;

v_z'=한 단위의 汚染物質을 처리하는 데 발생하는 附加價値를 나타내는 $(1\times s)$베터;

h=最終需要部門(家計, 政府, 海外部門 등)의 生產要素에 대한 支出;

C=汚染物質處理를 위한 中間財所要係數로 구성된 $(n\times s)$行列(예를 들면 c_{ij}는 j번째 汚染物質 한 단위를 처리하는 데 소요되는 i번째 產業의 製品의 量을 나타냄);

D=汚染物質處理를 위한 生產要素所要係數로 구성된 $(m\times s)$行列(예를 들면 d_{ij}는 j번째 汚染物質 한 단위 처리하는 데 소요되는 i번째 本源的 生產要素의 量을 나타냄);

$\bar{W}$=$(s\times s)$汚染處理公害係數行列(예를들면 $\bar{w}_{ij}$는 j번째 汚染物質 한 단위를 처리하는 과정에서 발생하는 i번째 汚染物質의 量을 나타냄).

式 (6)과 (7)에서의 Cz와 Dz는 環境汚染抑制에 소요되는 中間財와 本源的 生產要素의 量을 나타낸다. 다시 말하면 Cz와 Dz는 環境汚染抑制費用을 의미한다는 것이다. 式 (8)이 의미하는 것은 발생된 汚染物質의 總量은 처리된 量(z)과 未處理量의 合이라는 것인데, 未處理量은 許容量($\bar{z}$)과 일치함을 전제한다. 다시 말하면 許容量을 초과해서 발생하는 汚染物質은 즉시 처리됨을 전제한다는 것이다. 汚染處理過程에서는 汚染物質이 배출될 수도 있으나 이 경우 처리하는 量보다 배출하는 量이 더 많아서는 처리의 의미가 없어진다. 따라서

$$z_i > \sum_{j}^{s} \bar{w}_{ij} z_j \quad \text{혹은} \quad (1-\bar{w}_{ii}) z_i > \sum_{j \neq i}^{s} \bar{w}_{ij} z_j. \tag{11}$$

그러므로 확장된 레온티에프行列의 대각선상의 모든 元素(element)들은 陽數이고 非대각선상의 모든 元素들은 非陽數가 된다.(1) 이 레온티에프行列에는 호킨스-사이몬條件〔12〕이 성립한다고 가정한다.(2) 한편 式 (9)가 의미하는 것은 所得 y는 産業部門의 要素費用支出(factor payment) $v_x'x$, 環境汚染抑制部門의 要素費用支出 $v_z'z$, 그리고 外生部門의 要素費用支出 h로 구성된다는 것이다.

III. 模型의 解

1. 레온티에프公害模型에 있어서의 케인즈乘數와 所得決定

自生的인 最終需要의 總額 즉 $\bar{f}$의 列合을 $\bar{f}_t$라고 표시하기로 한다. 그리고 다음과 같은 벡터를 정의한다.

$$c_t' = (c_{t1}, \ c_{t2}, \cdots, c_{ts}).$$

여기서 c_{ti}는 i번째 汚染物質 한 단위를 처리하는 데 소요되는 中間財에 대한 環境汚染抑制部門의 支出總額(즉 C行列의 i번째 列인 c_i의 列合)을 나타낸다.

環境汚染處理를 고려한 上記 閉鎖된 레온티에프公害模型을 풀면 다음과 같은 所得決定方程式을 얻는다(3)(附錄 참조).

$$y = k[\bar{f}_t + (c_t' + v_z') M\bar{e} + h]. \tag{12}$$

여기서 k, $\bar{e}$, M은 다음과 같이 정의된다.

$$k = \frac{1}{1 - c^* - (c_t' + v_z') MW(I-A)^{-1} c_0}. \tag{13}$$

$$\bar{e} = W(I-A)^{-1}\bar{f} - \bar{z}. \tag{14}$$

---

(1) 式 (11)로부터 $(1-\bar{w}_{ii}) > 0$임을 알 수 있다.

(2) 이 같은 가정이 성립하면 G_y는 非特異(non-singular)하며 $G_y^{-1} > 0$이 성립한다〔12, p. 392〕.

(3) 所得 y에 대한 원래의 解는 다음과 같다.

$$y = k\{v_x'(I-A)^{-1}\bar{f} + [v_x'(I-A)^{-1}C + v_z']M\hat{e} + h\}.$$

통상 産業聯關表에서는

$$(a_{1i} + a_{2i} + \cdots + a_{ni}) + v_{xi} = 1 \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

이므로

$$(1, 1, \cdots, 1)(I-A) = v_x'.$$

즉

$$v_x'(I-A)^{-1} = (1, 1, \cdots, 1).$$

$$M=[I-W(I-A)^{-1}C-\bar{W}]^{-1}>I^{(4)}. \tag{15}$$

k는 環境汚染抑制를 고려한 修正된 케인즈乘數이며 $\bar{e}$는 自生的 最終需要에 기인한 超過公害, M은 超過公害를 汚染處理量에 연결시키는 乘數(이하 公害抑制乘數라 칭하며 이에 대해서는 다시 詳述함)이다. 따라서 式 (12)에 있어서의 $M\bar{e}$는 超過公害 $\bar{e}$를 제거하기 위해서 처리하여야 할 汚染物質의 總量을 나타내며, $(c_t'+v_z')M\bar{e}$는 이를 처리하는 데 소요되는 中間財와 生產要素에 대한 總支出, 다시 말하면 $\bar{e}$를 제거하는 데 소요되는 總費用을 나타낸다.

만일 $c_0=0$(즉 $f=\bar{f}$)이면, $c^*=0$이고 $k=1$이 되므로 (12)의 큰 괄호 안에 있는 項들의 合은 곧 開放된 模型에서 결정되는 國民所得水準에 해당한다. 따라서 式 (12)가 의미하는 것은 上記 閉鎖體系模型에서 결정되는 國民所得 y는 開放體系模型에서 결정되는 國民所得에 式 (13)의 케인즈乘數를 곱한 만큼이라는 것이다.(5)

보다 구체적으로, 上記 閉鎖體系模型에서의 乘數效果는 다음과 같다. 즉 所得이 예컨대 1원 증가하면 消費支出이 우선 c_0 만큼 증가할 것이며 이를 충족시키기 위한 產業部門의 生產量은 $(I-A)^{-1}c_0$가 될 것이다. 그러나 이를 생산하는 과정에서 $W(I-A)^{-1}c_0$ 만큼의 각종 汚染物質들이 배출되므로 汚染許容水準 $\bar{z}$를 고수하기 위해서는 총 $MW(I-A)^{-1}c_0$ 單位의 汚染物質을 처리해야 하며(이에 대해서는 다시 설명) 이에 소요되는 費用은 $(c_t'+v_z')MW(I-A)^{-1}c_0$원으로 계산된다. 다시 말하면 所得이 1원씩 증가할 때마다 環境汚染抑制部門은 上記 金額 만큼씩 費用支出을 해야 하며 이에 따라 所得은 다시 증가하게 되므로 이상에서 설명한 波及過程이 반복된다.

이러한 派及過程은 다음과 같은 級數(series)를 형성할 것이다.(6)

$$1+[c^*+(c_t'+v_z')MW(I-A)^{-1}c_0]+[c^*+(c_t'+v_z')MW(I-A)^{-1}c_0]^2+\cdots$$

이 級數의 값이 곧 式 (13)의 케인즈乘數 k가 된다. 참고로 環境汚染에 대한 處理活動이 없는 경우(즉 $c_t'=0, v_z'=0$일 경우)에는 上記 級數는 다음과 같이 전통적인 케인즈模型의 波及效果過程으로 압축된다.

$$1+c^*+(c^*)^2+(c^*)^3+\cdots=k.$$

(4) 附錄 참조.

(5) 여기서 말하는 開放體系模型의 所得은 自生的 最終需要에 대응한 것이다.

(6) 式 (6)~(9)의 확장된 레온티에프行列을 L이라고 하고 이 L에서 $c_0=0$로 놓았을 때의 行列을 L_0라고 하면 다음과 같은 관계가 성립한다[4, p. 211].

$$|L|=k|L_0|.$$

호킨스-사이몬條件에 의해서, $|L|>0$이고 $|L_0|>0$이므로 $k>0$이다. 그러므로

$$c^*+(c_t'+v_z')MW(I-A)^{-1}c_0<1.$$

따라서 環境汚染을 처리에 의해 억제할 때의 케인즈乘數는 억제하지 않았을 때의 케인즈乘數보다 커지게 되는데 그 증가폭은 물론 所得으로 인해 유발된 汚染處理費用 즉 $(c_i'+v_z')MW(I-A)^{-1}c_0$의 크기에 의해 결정된다.

2. 公害抑制乘數

公害處理水準 z를 결정하는 方程式은 다음과 같다.

$$z=M\hat{e}. \tag{16}$$

여기서 M은 式 (15)에 정의되었고 $\hat{e}$는 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{e}=W(I-A)^{-1}(\bar{f}+yc_0)-\bar{z}=W(I-A)^{-1}f-\bar{z}. \tag{17}$$

여기서의 超過公害 $\hat{e}$는 所得의 增加로 인해 「誘發된」 環境汚染(induced pollution)을 포함한 量으로서 주어진 許容汚染水準 $\bar{z}$를 유지하기 위해서 처리해야 할 經濟 전체의 汚染物質總量 z는 式 (16)에서 보는 바와 같이 同 超過公害量에 公害抑制乘數 M을 곱한 量에 해당한다.

이를 보다 구체적으로 살펴보기 위해서 우선 經濟 전체로서 $\hat{e}$ 만큼의 超過公害量이 발생하고 있다고 하자. 그러면 許容汚染排出量 $\bar{z}$를 유지하기 위해서는 일단 環境汚染抑制部門은 $\hat{e}$ 만큼의 汚染物質을 처리해야 할 것이다. 즉 시초에는 $z=\hat{e}$이다. 그러나 汚染物處理는 化工藥品, 電力, 機械 등의 中間財를 필요로 하므로 中間財需要를 유발하며 이에 응하여 産業生産이 증가하면 그 生産過程에서 각종 汚染物質이 배출된다. 다시 말하면 汚染處理는 다시 간접적으로 汚染을 유발한다. 또한 汚染處理 그 자체로부터 각종 汚染物質이 배출될 수도 있다. 이 같은 과정을 圖式化하면 다음과 같다.

汚染處理 : $\hat{e}$	→	中間財需要誘發 : $C\hat{e}$	→	産業生産增加 : $(I-A)^{-1}C\hat{e}$	→	汚染物排出 : $[W(I-A)^{-1}C+\bar{W}]\hat{e}$

〈그림 1〉 汚染處理의 第一次 波及效果

요컨대 애초에 관측된 超過公害 $\hat{e}$를 제거하기 위한 汚染物處理活動은 직접 간접으로 $[W(I-A)^{-1}C+\bar{W}]\hat{e}$ 만큼의 汚染物質排出을 유발하므로 이를 제거하기 위한 추가적인 汚染處理活動이 뒤따라야 한다. 이러한 波及過程이 반복되면서 다음과 같은 級數가 형성된다.

$$\{I+[W(I-A)^{-1}C+\bar{W}]+[W(I-A)^{-1}C+\bar{W}]^2+\cdots\}\hat{e}$$

이 級數의 값이 $M\hat{e}$로 접근하면서 式 (16)을 낳는다. 이는 애초에 관측된 超過公害 $\hat{e}$만을 처리해서는 주어진 許容汚染水準을 유지할 수 없음을 의미하며 과연 추가적으로 얼마 만큼의 汚染物質을 경제 전체적으로 처리해야 할른지는 公害抑制乘數 M의 값에 좌우된다. 예

를 들어서 단 한 종류의 汚染物質(첫번째 汚染物質)만이 발생하고 있다고 하면(이 경우 z와 M은 實數가 됨) 式 (15)와 (16)은 다음과 같이 변한다.(7)

$$M=\frac{1}{1-[w_1'(I-A)^{-1}c_1+\bar{w}_{11}]}.$$

$$z=M[w_1'(I-A)^{-1}f-\bar{z}]=\hat{e}_1.$$

지금 다음과 같은 資料가 있다고 가정한다.

$$w_1'=(0.5\ \ 0.2).$$

$$\bar{w}_{11}=0.$$

$$\bar{z}=40.$$

$$c_1=\begin{bmatrix}0\\0.2\end{bmatrix}.$$

$$f=\begin{bmatrix}55\\30\end{bmatrix}.$$

$$(I-A)^{-1}=\begin{bmatrix}1.457 & 0.662\\0.232 & 1.242\end{bmatrix}.$$

우선 순서에 따라 超過公害量부터 계산해 본다. 주어진 最終需要를 충족시키기 위하여 產業部門이 生產되는 과정에서 배출되는 同 汚染物質의 總量은

$$w_1'(I-A)^{-1}f=(0.5\ \ 0.2)\begin{bmatrix}1.457 & 0.662\\0.232 & 1.242\end{bmatrix}\begin{bmatrix}55\\30\end{bmatrix}=60.$$

이는 汚染排出許容量 40단위를 20단위 초과하고 있으므로 超過公害量 $\hat{e}$는 20이 된다. 한편 汚染處理를 위한 中間財를 생산하는 과정에서 배출되는 汚染物質의 量은

$$w_1'(I-A)^{-1}c_1=(0.5\ \ 0.2)\begin{bmatrix}1.457 & 0.662\\0.232 & 1.242\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\0.2\end{bmatrix}=0.11588.$$

同 汚染物質處理過程에서는 汚染物質이 배출되지 않으므로 ($\bar{w}_{11}=0$) 公害抑制乘數는

$$M=\frac{1}{1-(0.11588-0)}=1.131.$$

그러므로 經濟 전체로서 처리해야 할 汚染物質의 量은 1.131×20 즉 22.62 단위이다. 애초에 관측된 超過公害量보다 2.62 단위를 더 처리해 주어야만 經濟 전체로서의 許容限度量인 20단위를 유지할 수 있는 것이다.

때로는 이상에서 본 바와 같이 經濟 전체로서 바람직한 最大汚染物質 排出許容量을 규정하지 않고 그 대신에 經濟 전체에서 배출되는 汚染物質의 總量의 一定比率이 처리되도록 규정하는 環境汚染政策을 생각할 수도 있다. 지금 i번째 汚染物質에 대한 處理率을 $p_i(i=1,2,\cdots,s)$라고 하면 $p_i=z_i/(z_i+\bar{z}_i)$이다. 行列 P는 $(s\times s)$對角行列(diagonal matrix)로서 이 行列

(7) 行列 W의 i번째 行을 w_i'로 표시하기로 한다.

의 대각선상의 元素는 p_i이다. 이 경우의 公害抑制乘數와 汚染物處理量은 다음과 같이 결정된다.[8]

$$M = [P^{-1} - W(I-A)^{-1}C - \bar{W}]^{-1}.$$

$$z = MW(I-A)^{-1}f.$$

예를 들어서 단 한가지 종류의 汚染物質(첫번째 汚染物質)만 존재할 경우 公害抑制乘數는 다음과 같이 된다.

$$M = \frac{1}{1/p_1 - [w_1'(I-A)^{-1}c_1 + \bar{w}_{11}]}.$$

3. 生產 및 雇傭量의 決定과 플릭의 矛盾

이상에서 詳述한 바와 같이 所得水準과 汚染處理量이 결정되면 國民經濟의 產業生產量과 雇傭量은 다음과 같이 매우 간단하게 결정된다.

$$x = (I-A)^{-1}(\bar{f} + yc_0 + Cz). \tag{18}$$

$$r = Rx + Dz + f_r. \tag{19}$$

式 (18)에 의하면 國民經濟의 產業部門生產量은 세 부분 즉 自生的 最終需要를 위한 生產量인 $(I-A)^{-1}\bar{f}$, 所得의 發生으로 인해 誘發된 需要를 위한 生產量인 $(I-A)^{-1}yc_0$, 그리고 汚染處理를 위한 生產量인 $(I-A)^{-1}Cz$로 나누어진다. 國民經濟의 雇傭量 역시 產業部門의 雇傭量 Rx, 環境汚染處理部門의 雇傭量 Dz 그리고 外生部門의 雇傭量 fr로 구성된다.

所得 y와 汚染處理量 z의 값을 이미 알고 있을 경우에는 式 (18)과 (19)는 사실상 式(6)과 (7)을 再整理한 것에 불과한데 y와 z의 값이 알려져 있지 않은 상태에서 x와 r의 解만을 구하고자 할 때는 式 (12)와 (16)을 上記 式에 代入하여 얻은 보다 복잡한 公式을 이용하면 된다. 이와 같이 유도된 公式은 물론 알려진 外生變數와 $(I-A)^{-1}$, 그리고 기타의 係數로 표현된다.

이상으로 汚染物質을 처리할 경우 閉鎖된 레온티에프公害模型의 基本變數인 y, z, x, 그리고 r에 대한 解를 개별적으로 구하는 公式을 유도하고 설명하였는데, 이와 같은 公式을 이용하지 않고 확장된 레온티에프行列의 逆行列을 이용해서 同 模型의 解를 직접 구할 경우 計算上의 부담은 차치하고 모순된 解를 얻게 될 가능성이 있다. 즉 同 模型의 x와 r에 대한 解가 汚染物質을 처리하지 않을 경우에 얻는 x와 r에 대한 解보다 작은 값을 가진 解가 될 수 있다는 것이다. 式 (18)과 (19)에서 보는 바와 같이 汚染處理는 國民經濟의 生產과

---

(8) $\bar{z} = (P^{-1} - I)z$이므로 이를 式 (8)에 대입하면 다음 式을 얻는다.

$$Wx + [(\bar{W} + I - P^{-1}) - I]z = 0.$$

이 결과를 式(8)과 비교해 보면 $\bar{W}$와 $\bar{z}$는 각각 $(\bar{W} + I - P^{-1})$와 0로 대치되었음을 알 수 있다.

雇傭에 추가적인 부담을 지우는 것이므로 이것은 矛盾이다. 플릭〔2〕이 이러한 矛盾(inconsistency)을 지적했었는데 이러한 가능성을 사전에 점검하기 위하여 스틴지〔11〕는 다음과 같은 일종의 判別式을 제시했다.(9)

$$(I-\bar{W})^{-1}(Wx-\bar{z}).$$

만일 $(Wx-\bar{z})>0$이면, 汚染을 처리했을 때의 解가 처리하지 않았을 때의 解보다 크므로 上記 레온티에프公害模型은 矛盾을 내포하지 않는다. 그러나 不等號의 방향이 반대로 되면 矛盾된 解를 얻게 된다는 것이다. 따라서 이 경우에는 레온티에프公害模型을 이용해서는 안 된다는 것이 스틴지의 주장이다.

그러나 $(Wx-\bar{z})$의 일부는 零보다 크고 다른 일부는 零보다 작을 경우에는 어떻게 판별해야 할지 애매모호한데 이 점은 둘째로 하고 우선 스틴지의 判別式에서 큰 문제가 되는 것은 그 判別式에 內生變數인 x가 포함되어 있어 이 x의 값을 알지 않고는 判別式의 부호를 정할 수 없다는 것이다. 同 判別式을 유도한 스틴지의 模型에 따르면 x의 解를 구하기 위해서는 z의 解를 구해야 하거나 또는 x와 z의 解를 동시에 구해야 한다. 어떤 경우든 判別式에 模型 內部에서 결정되어야 할 內生變數가 포함되어서는 사실상 그 實用性을 잃는다.

그러나 本稿에서 제시한 解法은 플릭의 矛盾이 왜 발생하며 어떻게 사전에 예방할 수 있는지를 명백히 설명해 준다. 汚染物質을 처리하지 않는 채 방치했을 경우의 x와 r에 대한 解를 x_0와 r_0로 각각 표시하면 式 (18)과 (19)는 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$x=x_0+(I-A)^{-1}Cz.$$

$$r=r_0+[R(I-A)^{-1}C+D]z.$$

이 式들에 의하면 $z<0$일 때 $x<x_0$이고 $r<r_0$이다. 그런데 $z=M\hat{e}$이고 $M>I$이므로 $\hat{e}<0$일 때 $z<0$이 된다. 따라서 플릭의 矛盾은 超過公害量이 陰의 값을 가질 때 발생함을 알 수 있다. 超過公害가 陰의 값을 가진다는 것은 汚染物質을 굳이 처리하지 않아도 經濟 전체의 汚染物質排出量이 社會的으로 바람직한 最大許容量을 초과하고 있지 않음을 의미한다. 그러므로 汚染物質을 처리할 필요가 없고 따라서 레온티에프公害模型을 이용할 필요도 없을 것이다.

플릭의 矛盾을 사전에 방지하기 위해서는 超過公害의 存在與否부터 점검하는 것이 첩경인데 이상에서 본 바와 같이 超過公害는 두개의 外生變數인 最終需要와 汚染排出許容量의 함수이고 또 $(I-A)^{-1}$는 産業聯關分析表에 계산되어 있으므로 超過公害의 크기는 쉽게 계

(9) 汚染處理活動은 처리하는 量보다 더 많은 汚染物質을 배출해서는 안된다는 假定 때문에 $(I-\bar{W})^{-1}>0$이라는 관계가 성립한다.

산할 수 있다. 다만 閉鎖體系模型의 경우에는 最終需要의 一部가 內生變數인 所得 y의 函數이지만 所得水準은 式 (12)로부터 쉽게 계산할 수 있다.

이상에서 제시한 제반 公式들은 각 變數에 대한 解를 개별적으로 계산하기 쉽게 하는 이점도 있지만 특히 특정 變數의 波及效果에 대한 分析 또는 특정 係數의 變動으로 인한 效果의 分析(感應度分析)을 용이하게 하는 이점이 있다. 참고로 지금까지 살펴 본 제반 公式들을 순전히 外生變數(exogenous variable)의 函數로 정리한 다음 각 變數의 波及效果를 요약하면 다음 表와 같다.

〈表 1〉 變數의 增加로 인한 波及效果

變數의 增加	波及效果의 크기
$\Delta y=1$	$\Delta z=MW(I-A)^{-1}c_0$ $\Delta x=[I+(I-A)^{-1}CMW](I-A)^{-1}c_0$ $\Delta r=\{R+[R(I-A)^{-1}C+D]MW\}(I-A)^{-1}c_0$
$\Delta\bar{z}$	$\Delta y=k(c_t'+v_z')M\Delta\bar{z}$ $\Delta z=-M\Delta\bar{z}$ $\Delta x=-(I-A)^{-1}CM\Delta\bar{z}$ $\Delta r=-[R(I-A)^{-1}C+D]M\Delta\bar{z}$
Δz	$\Delta x=(I-A)^{-1}C\Delta z$ $\Delta r=[R(I-A)^{-1}C+D]\Delta z$
$\Delta\bar{f}$	$\Delta y=k\{\Delta\bar{f}_t+(c_t'+v_z')MW(I-A)^{-1}\Delta\bar{f}\}\equiv y^*$ $\Delta z=MW(I-A)^{-1}(\Delta\bar{f}+y^*c_0)$ $\Delta x=[I+(I-A)^{-1}CMW](I-A)^{-1}(\Delta\bar{f}+y^*c_0)$ $\Delta r=\{R+[R(I-A)^{-1}C+D]MW\}(I-A)^{-1}(\Delta\bar{f}+y^*c_0)$

註 : Δ=增分.

IV. 結 語

本稿에서는 産業公害만을 다루었는데 물론 最終需要部門에서도 公害가 발생한다. 예를 들면 각 家庭이나 官公署에서 배출되는 大氣汚染物質이나 固形廢棄物, 自家用車나 官用車의 排氣개스 등이다. 最終需要部門에서 발생하는 公害問題는 레온티에프公害模型에도 취급되어 있으므로 이에 따라 本稿의 模型을 쉽게 확장할 수 있을 것이나 그 이상의 擴張을 위해서는 앞으로 좀 더 많은 연구가 있어야 할 것이다.

레온티에프의 産業聯關分析模型은 여러 가지 구조적인 短點을 내포하고 있으나 그 應用性이 높기 때문에 대부분의 나라에서 産業聯關表를 作成하여 발표하고 있다. 레온티에프教授가 1970년 그의 公害模型을 발표하면서 외국에 있어서는 레온티에프模型을 이용한 環境問

題에 대한 硏究가 매우 활발함을 볼 수 있다.

그 간 環境汚染이 날로 심각해짐에 따라 우리나라에 있어서도 環境問題에 대한 연구가 매우 활발해진 것은 사실이나 이 대부분의 硏究들이 工學的 技術的인 측면에 치우쳐 왔다. 環境汚染問題는 근본적으로 經濟問題임에도 불구하고 우리나라의 環境汚染政策은 經濟理論과는 유리되어 있으며 심지어 環境問題 專門家들조차 經濟學에서 環境問題를 다루는 것에 대해서 의아스럽게 생각하고 있음을 가끔 목격하게 된다. 따라서 經濟學的인 側面에서의 環境問題에 대한 硏究나 資料는 매우 빈약한 실정이며 韓國銀行이 産業聯關分析表를 정기적으로 작성하여 발표하고 있음에도 불구하고 이러한 귀중한 資料가 環境問題같은 經濟問題에 적극적으로 활용되지 못하고 있다는 것은 이런 상황에서 보면 당연한지 모르나 다른 한편으로 보면 안타까운 일이다. 앞으로 環境汚染問題에 관한 經濟學的인 側面에서의 硏究와 資料가 充實化되어 기존의 産業聯關表가 活用됨으로써 보다 國民經濟에 밀접히 연결된 環境汚染政策의 수립에 보탬이 될 수 있어야 할 것이다.

끝으로 添言할 것은 本稿에서 고려한 레온티에프公害模型의 結果에 의하면 汚染物處理에 의한 環境汚染抑制는 産業生産과 雇傭의 增加를 초래하고 따라서 國民所得을 증가시킴을 시사하는데 이런 結論은 經濟成長과 環境改善의 상충된 트레이드·오프관계의 側面에서 보면 용납하기 어려운 면이 있다.(10) 그러나 그러한 結果는 投入·産出模型의 특수성에 기인한다. 投入·産出分析은 몇가지 기본적인 假定을 전제하는데 통상 거론되지 않는 묵시적이면서 중요한 假定은 무한히 彈力的인 生産要素의 供給에 대한 假定이다. 즉 주어진 最終需要를 充足시키기 위한 産業生産에 소요되는 生産要素는 충분히 공급될 수 있다는 假定이다. 그러나 이러한 假定이 성립하지 않고 生産要素의 供給量이 제한되어 있을 경우에는 물론 最終需要를 충족시키기 위한 産業生産과 環境保全을 위한 環境汚染抑制는 제한된 生産要素의 供給을 놓고 相衝關係를 형성할 수가 있다. 이와 같이 生産要素의 供給에 制約條件이 있을 때는 本稿에서 살펴본 레온티에프公害模型을 線形計劃(linear programming)模型으로 확장하여 이로부터 각 變數의 解에 대한 제반 公式들을 유도한다면 보다 현실적인 結果를 얻을 수가 있을 것이다. 이에 대하여는 앞으로 좀 더 깊은 연구가 있어야 하겠다.

參 考 文 獻

〔1〕 Beckerman, Wilfred, *In Defense of Economic Growth*, London: Jonathan Cape Ltd., 1974.

(10) 그러한 相衝된 트레이드·오프(trade-off)관계에 대한 反論은 베커만〔1〕에 상세히 다루고 있음.

〔2〕 Flick, W.A., "Environmental Repercussions and the Economic Structure: An Input-output Approach: A Comment," *Review of Economics and Statistics*, 56 (Feb. 1974), pp. 107-109.

〔3〕 Forsund, F.R., and S. Storm, "The Generation of Residual Flows in Norway: An Input-Output Approach," *Journal of Environmental Economics and Management*, 3 (Aug. 1976), pp. 129-141.

〔4〕 Graybill, F.A., *Introduction to Matrices with Application in Statistics*, Belmont: Wadsworth Pub. Co., 1975, pp. 210-211.

〔5〕 Haring, J.E., and A.V. Deventer, "Indirect and Induced Benefit-Cost Analysis: A Case Study," *Review of Economics and Statistics*, 60 (May 1978), pp. 312-318.

〔6〕 Kohn, R.E., "Input-output Analysis and Air Pollution Control," in Edwin Mills(ed.), *Economic Analysis of Environmental Problems*, New York: Columbia University Press, 1975, pp. 239-271.

〔7〕 Leontief, Wassily, "Environmental Repercussions and Economic Structure: An Input-output Approach," *Review of Economics and Statistics*, 52 (Aug. 1970), pp. 262-271.

〔8〕 Lipnowski, I.F., "An Input-output Analysis of Environmental Preservation," *Journal of Environmental Economics and Management*, 3 (Oct. 1976), pp. 205-214.

〔9〕 Lowe, P.D., "Pricing Problems in an Input-output Approach to Environmental Protection," *Review of Economics and Statistics*, 61 (Feb. 1979), pp. 110-117.

〔10〕 Miyazawa, Kenichi, "Foreign Trade Multiplier, Input-output Analysis, and the Consumption Function," *Quarterly Journal of Economics*, 74 (Feb. 1960), pp. 53-64.

〔11〕 Steenge, A.E., "Environmental Repercussions and the Economic Structure: Further Comment," *Review of Economics and Statistics*, 60 (Aug. 1978), pp. 482-486.

〔12〕 Takayama, Akira, *Mathematical Economics*, Hinsdale: Dryden Press, 1974, pp. 380-409.

附 錄

解法의 要點만을 설명하기 위해서 式 (6)～(9)로 구성된 模型에서 $c_0=0$이고 式 (9)가 없는 경우를 살펴보자. 어떤 行列 B에 대해서

$$G_y^{-1}=BG_0^{-1}$$

라고 하면 B는 다음과 같은 行列임을 알 수 있다.

$$B=\left[\begin{array}{c:c:c} I_n & 0 & (I-A)^{-1}CM \\ \hdashline 0 & I_m & [D+R(I-A)^{-1}C]M \\ \hdashline 0 & 0 & M \end{array}\right].$$

따라서

$$\begin{bmatrix} x \\ r \\ z \end{bmatrix}=BG_0^{-1}\begin{bmatrix} \bar{f} \\ f_r \\ -\bar{z} \end{bmatrix}.$$

G_0^{-1}는 本文에 제시되어 있으므로 x, r, z에 대한 解를 구할 수 있는데 이 解를 기준으로 삼아 $c_0\neq0$이고 式 (9)가 추가된 경우의 解를 똑 같은 요령으로 구할 수 있다. 한 가지 주목할 것은 G_y^{-1}의 東南쪽 區劃(partition)에도 M이 나타나므로 $M>0$임을 알 수 있다. 그런데 $|M^{-1}|$를 cofactor로 전개(cofactor expansion)하면 다음과 같이 된다.

$$1-w_i'(I-A)^{-1}c_i-\bar{w}_{ii}=\sum_{j\neq i}^{s}[w_i'(I-A)^{-1}c_j+\bar{w}_{ij}]|M^{-1}|_{ij}/|M^{-1}|_{ii}+|M^{-1}|/|M^{-1}|_{ii}>0.$$

여기서 $|M^{-1}|_{ij}$는 $|M^{-1}|$의 cofactor이다. 그러므로

$$m_{ii}=\frac{1}{1-w_i'(I-A)^{-1}c_i-\bar{w}_{ii}}>1 \qquad i=1, 2, \cdots, s.$$