自然獨占理論에서의 生產技術과 費用函數 간의 雙對性

李　承　勳*

〈目　次〉

I. 序　論

企業의 生產技術에 內包되어 있는 여러 가지 特性은 費用函數의 構造에 대하여 크게 영향을 끼친다. 자세히 관찰하면 生產技術과 이것을 토대로 하는 費用函數 사이에는 뚜렷한 相應性이 存在함을 느낄 수가 있다. 經濟學의 雙對性(duality) 理論은 바로 이 生產技術과 費用函數間의 相應性을 究明하고자 하는 分野로서 1950年代의 세파드(Shephard), 1960年代의 우자와(Uzawa), 그리고 1970年代의 디웨르트(Diewert) 및 맥파든(McFadden) 등의 研究에 의하여 本格化되었다.

生產技術과 費用函數間의 雙對性에 대하여 그 동안 밝혀진 것으로는 費用函數와 條件附要素需要函數間의 관계를 밝힌 세파드의 定理를 비롯하여, 各 產出水準에서 投入要求集合의 閉볼록胴體가 같은 生產技術은 모든 要素價格에 대하여 同一한 費用函數를 가지며 그 逆도 成立한다고 하는 사실 등 몇가지가 있다. 그러나 아직까지 밝혀지지 못한 것도 여러 가지가 있는데 예컨대 生產技術의 規模特性과 放射平均費用曲線의 形態 사이의 관계는 部分的으로밖에는 究明되어 있지 못한 실정이다.

本研究에서는 먼저 放射平均費用曲線이 右下向, 水平的 또는 右上向하도록 만드는 生產技術上의 特性을 必要充分條件으로 導出할 것이다. 다음에 最近 보몰(Baumol) 등에 의하

---

* 本研究所 研究員, 서울大學校 經濟學科 副教授. 본 연구는 峨山財團의 재정적 지원으로 이루어진 것이다. 이 자리를 빌려 감사의 뜻을 표한다.

여 새로이 提起된 費用函數의 部分加算性을 두고 이에 相應하는 生產技術上의 특성을 역시 必要充分條件으로 導出할 것이다. 그리하여 生產技術과 費用函數間의 雙對性에 대하여 두 가지의 새로운 사실을 定立할 것이다.

本稿의 構成은 다음과 같다. 다음의 第II章에서는 基本的인 假定과 概念들이 紹介될 것이다. 그리고 生產技術의 특성과 費用函數의 특성이 서로 必要充分條件의 관계로 묘사될 수 있는 경우 일반에 공통되는 기본적인 관계가 검토될 것이다. 즉 서로 다른 生產技術로부터 同一한 費用函數가 導出될 條件을 究明함으로써 하나의 費用函數와 특정한 무리의 生產技術이 서로 對應함을 밝힌다. 第III章에서는 放射平均費用曲線의 形態와 生產技術의 특성 사이의 관계를 分析한다. 먼저 보몰, 윌리그(Willig) 및 판자르(Panzar) 등이 이미 발표한 既存 研究結果를 吟味한 다음에 放射平均費用曲線의 形態와 生產技術의 特性間의 必要充分條件을 究明할 것이다. 第IV章에서는 費用函數의 部分加算性의 문제를 다룬다. 投入要求集合의 超加算性의 概念을 定義한 다음에 이것을 토대로 하여 費用函數의 部分加算性에 대한 必要充分條件으로서의 生產技術의 特性을 究明한다. 마지막 第V章에서는 結論的 所感이 기술된다.

II. 基本的 假定과 諸概念

本章에서는 基本的인 模型을 소개하고 費用函數의 特性으로부터 生產技術의 특성을 推論하고자 하는 경우에 누구나 당면하게 되는 기본적 한계를 밝히기로 한다. 먼저 基本假定과 概念을 소개한다. 本稿에서 고려하는 產業技術은 多種投入・多種產出型이다. 非陰의 n 벡터 x와 역시 非陰의 m 벡터 y를 각각 投入 및 產出벡터라고 하자. 주어진 產出벡터 y의 投入要求集合은

$$V(y)\equiv\{x\in R_+^n \mid y\text{는 }x\text{로부터 생산될 수 있다.}\} \tag{1}$$

로 定義된다. 이것은 產出벡터 y를 생산해낼 수 있는 投入벡터들의 集合이다.

第III章과 第IV章의 分析을 위하여 다음과 같이 假定한다.

假定 : 모든 產出벡터 y에 대하여 投入要求集合 $V(y)$는 非空이며 閉集合이다.

이 假定이 뜻하는 바는 自明하다. 投入要求集合이 閉集合일 條件은 效率的 生產의 可能性을 보장하는 조건이다. 그리고 이것이 非空일 조건은 投入만 충분히 사용하면 어떠한 수준의 產出도 生產可能함을 뜻한다. 이 두 條件은 모든 生產理論의 바탕을 이루고 있는 가장 一般的인 條件들이다.

多種產出物費用函數는

$$C(y) \equiv \min_x \ w \cdot x \ \text{s.t.} \ x \in V(y) \tag{2}$$

와 같이 定義된다. 여기에서 w는 要素價格의 벡터를 뜻한다. 우리는 要素市場이 完全競爭的인 것으로 假定한다. 위의 假定 아래 $y \geq 0$이고 $w \gg 0$이면 費用函數 $C(y)$는 분명히 존재한다.

生産技術이 다르다고 하여 그 費用函數가 반드시 서로 다른 것은 아니다. 어떠한 무리의 生産技術은 서로 다름에도 불구하고 항상 同一한 費用函數를 가진다. 이 사실을 분명히 구명하기 위하여 投入要求集合 $V(y)$의 閉볼록胴體를 co$V(y)$로 표시하자. 그리고 集合 $\hat{V}(y)$를

$$\hat{V}(y) \equiv \{x \in R_+{}^n \mid \exists x' \in \text{co}V(y) \ni x \geq x'\} \tag{3}$$

로 定義하자. 集合 co$V(y)$ 또는 $\hat{V}(y)$를 각각 產出벡터 y에 대한 投入要求集合으로 가지는 生産技術도 물론 우리가 前提한 기본적 假定을 充足시킨다.

投入要求集合을 각각 $V(y)$, co$V(y)$ 및 $\hat{V}(y)$로 가지는 서로 다른 세 生産技術의 費用函數를 각각 $C(y)$, $C'(y)$ 및 $C^*(y)$라고 하자. 우자와[10]는 $V(y)$가 單調的이면 $C(y)=C'(y)$임을 보였다.(1) 이 결과는 單調性을 前提하지 않더라도 $C(y)=C'(y)=C^*(y)$의 형태로 그대로 擴張된다. 즉 要素價格이 w일 때 產出벡터 y에 대한 각 生産技術의 條件附要素需要를 각각 x^0, x' 및 x^*라고 하자. 定義에 의하여 co$V(y)$上에는 반드시 $x^* \geq x$되는 점 x가 존재하여야 하므로 $C'(y) \leq w \cdot x \leq w \cdot x^* = C^*(y)$의 관계가 성립한다. 또한 co$V(y) < \hat{V}(y)$이므로 당연히 $C'(y) \geq C^*(y)$이다. 따라서 $C'(y)=C^*(y)$의 관계는 證明된다. 다음에 볼록胴體의 定義로부터 점 x'는 集合 $V(y)$上의 $(n+1)$개의 점 $x^1, \ldots, x^{n+1}$의 볼록結合 $\sum_{i=1}^{n+1} \alpha_i x^i$로 표현된다. 각 점 x^i는 역시 co$V(y)$上의 점이기도 하므로 모든 $i=1, \cdots, n+1$에 대하여 $w \cdot x' \leq w \cdot x^i$의 관계가 성립한다. 만약 모든 $i=1, \cdots, n+1$에 걸쳐서 $w \cdot x' < w \cdot x^i$이라면 $w \cdot x' < w \cdot \sum_{i=1}^{n+1} \alpha_i x^i$가 되는데 이것은 $x' = \sum_{i=1}^{n+1} \alpha_i x^i$이므로 명백히 모순이다. 그러므로 적어도 하나의 i에 대하여 $w \cdot x' = w \cdot x^i$의 관계가 성립한다. 즉 $C(y) \leq w \cdot x^i = w \cdot x' = C'(y)$인 것이다. 그런데 $V(y) \subset \text{co}V(y)$이므로 $C(y) \geq C'(y)$이다. 따라서 $C(y)=C'(y)$의 관계가 증명된다.

임의의 生産技術 V에 대하여 우리는 항상 (3)과 같이 또 하나의 生産技術 $\hat{V}$를 定義해 줄 수가 있다. 이것을 원래의 生産技術 V에 대한 볼록化技術(convexified technology)이라고 부르기로 한다. 一般的으로 원래의 生産技術 V와 볼록化技術 $\hat{V}$는 同一한 費用函數를 가진다. 그러므로 서로 다른 生産技術이라고 할지라도 그 볼록化技術이 같으면 그 費用函數도

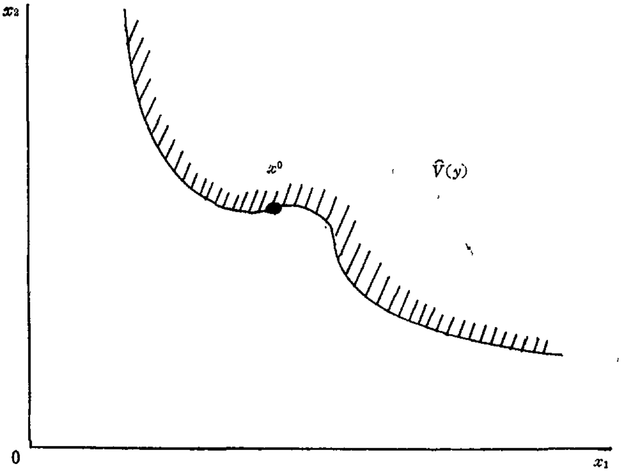
(1) $V(y)$가 단조적이면 co$V(y)=\hat{V}(y)$이므로 $C'(y)=C^*(y)$이다.

同一한 것이다. 즉 費用函數의 構造로부터 生産技術의 특성을 推論하고자 할 때 우리는 볼록化技術이 동일한 두 技術의 차이까지 분별해 낼 것을 期待할 수는 없는 것이다. 그러므로 生産技術의 特性과 費用函數의 特性 사이의 必要充分條件的 관계를 추구하고자 할 때 볼록化技術의 특성만 고려하더라도 충분한 것임은 쉽게 알 수 있다.

III. 生産技術의 規模特性과 放射平均費用曲線의 構造

生産에서 「規模의 經濟」 및 「不經濟」의 概念은 企業理論과 市場構造理論에서 매우 重要한 역할을 한다. 이 개념은 一面的으로는 生産技術의 한 特性을 나타내는 것으로서 모든 要素의 使用水準을 일제히 어느 比率만큼 比例的으로 增大시킬 때 이에 따라서 生産되는 産出物들이 모두 이 比率 이상으로 增大될 수 있는가 또는 그렇지 못한가를 서술한다. 이 槪念이 서술하고 있는 바의 특성은 또 한편으로는 費用函數의 構造에 대하여 영향을 끼치는데, 産出物들의 生産量을 일제히 比例的으로 增大시킴에 따라서 放射平均費用이 減少하게 되는가 또는 增加하게 되는가를 결정한다. 生産函數가 同次函數인 경우에는 前者의 技術的 特性이 後者의 費用的 特性을 招來하고 있음을 쉽게 보일 수 있다. 그러나 그 밖의 경우에 대해서까지 같은 결과를 얻기란 그렇게 간단하지는 않다.

一般的인 生産技術을 두고 이 두 特性 사이의 관계를 몇 사람이 硏究하여 발표한 바가 있는데 이들의 연구는 모두 放射平均費用이 減少하는 경우에 대한 것이다. 보몰[1,2]은 모든 投入의 使用量을 일제히 같은 比率로 增加시킬 때 産出物들의 生産量을 모두 이 比率보다 더 많이 增大시킬 수 있으면 이 때의 放射平均費用은 産出物들의 生産量을 모두 일제히 增大시킴에 따라서 반드시 減少하게 됨을 보였다. 그러나 그는 그 逆은 成立하지 않을 수도 있다고 언급하였다(보몰[1,2]과 보몰 등[3] 參照). 판자르와 윌리그[8]는 「規模의 經濟」의 程度를 測定하는 두가지의 指標를 考案하였는데 한가지는 (多種産出物의) 費用函數를 토대로 한 것이고 다른 한가지는 生産技術을 토대로 한 것이다. 그들은 微分可能한 生産函數를 前提로 하여 현재 費用을 最小化하고 있는 生産벡터에서는 두 指標가 同一한 값을 가짐을 보였다. 그러나 만약 投入要求集合이 볼록하지 않다고 하면 비록 生産技術上으로는 效率的이지만 어떠한 要素價格體系에 대해서도 費用을 最小化시키지 못하는 生産벡터가 存在한다 (<그림 1> 참조). 이와 같은 生産벡터에 대해서는 費用函數를 이용한 판자르-윌리그指標가 不可能하다. 또한 만약 生産函數가 微分不可能한 경우에는 위의 두 指標가 반드시 서로 一致한 것이라고 보장할 수가 없다. 그러므로 生産技術이 볼록하지 않거나 또는 微分可能한



〈그림 1〉

生産函數로는 표현되지 못하는 경우에는 판자르와 윌리그의 연구결과는 遞減的 放射平均費用에 대하여 局地的으로도 必要充分條件이 되지 못하는 것이다.

放射平均費用의 槪念은 보몰에 의하여 처음 사용되었는데 이것은 產出物結合 $y(y\neq 0)$를 임의로 정한 뒤에 각 規模常數 $\alpha(\alpha>0)$에 대하여 $C(\alpha y)/\alpha$로 定義된다. 單一產出物의 경우에는 $y=1$로 책정하면 放射平均費用은 바로 通常의 平均費用이 된다.

많은 사람들이 規模收益增加(increasing returns to scale)의 用語를 規模의 經濟(economies of scale)와 同義語인 것으로 취급한다. 그러나 本 論文에서는 前者는 生產技術의 構造를 서술하는 것으로, 그리고 後者는 費用函數의 構造를 서술하는 것으로 각각 구별하여 사용하기로 한다. 보다 엄밀하게 우리는 다음과 같이 定義한다.

定義 1: 生產技術은 $x\in V(y)$되는 모든 生產벡터 (x,y)에 대하여 $\alpha>1$되는 모든 陽數 α에 걸쳐 $\alpha x\in \mathrm{int}\,V(\alpha y)$(2)이면 規模收益增加의 特性을, 모든 陽數 α에 걸쳐 $\alpha x\in V(\alpha y)$이면 規模收益不變의 特性을, 그리고 $0<\beta<1$되는 모든 陽數 β에 대하여 $\beta x\in \mathrm{int}\,V(\beta y)$이면 規模收益遞減의 特性을 각각 보인다고 말한다.

이 定義는 標準的인 것으로서 예컨대 드브뢰〔4〕도 이와 같은 定義를 채택하고 있다. 현재의 生產이 技術上 效率的이라고 하자. 각 投入의 사용량을 일제히 같은 比率로 增加시킴으로써 각 產出의 生產量을 역시 일제히 같은 어떤 比率로 增加시키려고 할 때 投入增加比率과 產出增加比率의 크기를 생각해 보자. 위의 定義 1은 產出이 規模收益增加時에는 投入보다 큰 比率도, 그리고 規模收益不變時에는 최대한 投入增加比率만큼 增加할 수 있으나, 規

(2) $\mathrm{int}\,V(\alpha y)$는 $V(\alpha y)$의 內部를 뜻한다.

模收益遞減時에는 최대한 投入보다 작은 比率로 밖에는 增加할 수 없음을 뜻한다. 만약 우리가 $x\in V(y)$되는 어느 特定한 生產벡터 (x, y)를 기준점으로 정한 다음에 陽數 α 및 β의 크기를 어느 適正한 범위내의 크기로 제한해주면 이 定義는 기준生產벡터 (x, y)주변의 局地的 定義로서 활용될 수가 있다.

定義 2 : 費用函數 $C(y)$는 임의의 產出벡터 y에 대하여 規模常數 α가 增加할 때 그 放射平均費用 $C(\alpha y)/\alpha$가 減少하면 規模의 經濟, 그리고 增加하면 規模의 不經濟의 특성을 각각 가진다고 말한다.

本章의 目標는 定義 1에 記述된 生產技術의 特性과 定義 2에 記述된 費用函數의 特性 사이에 존재하는 相互關係를 究明하고자 하는 것이다.

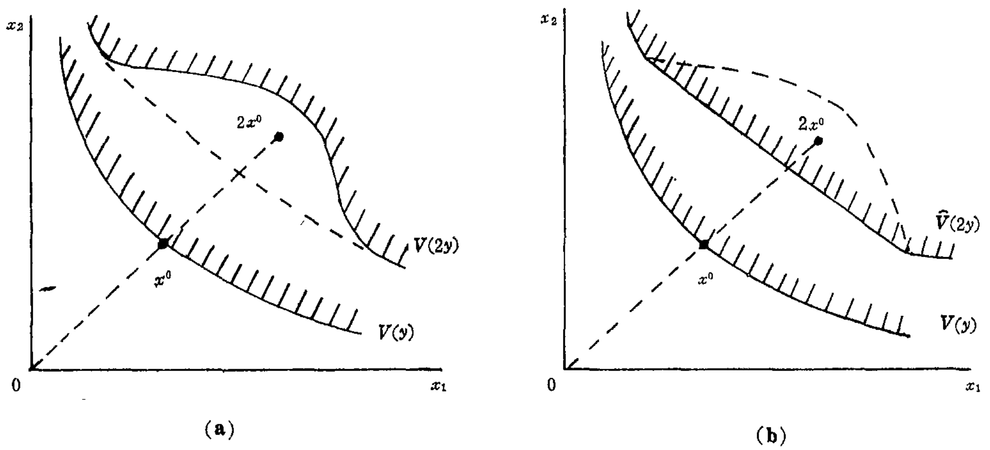
이제 生產技術이 規模收益增加의 特性을 보인다고 하자. 만약 $x\notin \operatorname{int} V(y)$이면 $0<\beta<1$ 되는 모든 陽數 β에 대하여 $\beta x\notin V(\beta y)$의 관계가 항상 성립한다. 그 이유는 다음과 같다. 이제 $\beta x\in V(\beta y)$라고 하자. $\alpha=1/\beta$로 놓으면 $\alpha>1$이므로 規模收益增加의 특성에 의하여 $\alpha\beta x\in \operatorname{int} V(\alpha\beta y)$의 관계가 도출되는데 이것은 다름 아닌 $x\in \operatorname{int} V(y)$의 관계이다. 그러므로 $x\notin \operatorname{int} V(y)$라고 한 당초의 前提에 모순되는 것이다. 또한 $x\notin \operatorname{int} V(y)$일 때마다 $0<\beta<1$ 되는 모든 陽數 β에 대하여 $\beta x\notin V(\beta y)$의 관계가 항상 성립하면 生產技術은 規模收益增加의 특성을 보인다. 즉 $x\in V(y)$이면 $\alpha>1$ 되는 모든 陽數 α에 대하여 $\alpha x\in \operatorname{int} V(\alpha y)$의 관계가 성립하는 것이다. 그 이유는 다음과 같다. 이제 $x\in V(y)$일 때 $\alpha>1$ 되는 어느 陽數 α에 대하여 $\alpha x\notin \operatorname{int} V(\alpha y)$라고 하자. $\beta=1/\alpha$로 놓으면 $0<\beta<1$이므로 주어진 조건에 의하여 $\beta\alpha x\notin V(\beta\alpha y)$의 관계를 얻게 되는데 이것은 다름 아닌 $x\notin V(y)$의 관계이다. 그러므로 $x\in V(y)$라고 한 당초의 前提에 모순되는 것이다.

이와 같은 論法은 規模收益遞減의 경우에도 그대로 적용할 수가 있으며 그 결과 우리는 위의 定義 1이 때로는 보다 더 편리한 다음의 定義 1′와 同等한 것임을 보일 수가 있다.

定義 1′ : 生產技術은 $x\notin \operatorname{int} V(y)$되는 모든 生產벡터 (x, y)에 대하여 $0<\beta<1$되는 모든 陽數 β에 걸쳐 $\beta x\notin V(\beta y)$이면 規模收益增加의 特性을, 그리고 $\alpha>1$인 모든 陽數 α에 대하여 $\alpha x\notin V(\alpha y)$이면 規模收益遞減의 特性을 각각 보인다고 말한다.[(3)]

이미 언급한 바와 같이 보몰은 生產技術 V가 規模收益增加의 특성을 보이면 그 放射平均費用이 遞減함을 증명한 바 있다. 그러나 放射平均費用이 遞減하기 위해서 生產技術 V가

(3) 편의상 規模收益不變에 대한 記述을 생략하였다.



〈그림 2〉

반드시 規模收益增加의 특성을 가져야 하는 것은 아니다. 〈그림 2〉를 보자. (a)는 生產技術 V에 대한 것이다. 그림의 점 x^0과 $2x^0$에서 분명하듯이 이 生產技術은 規模收益增加의 특성을 보이지 않는다. 그러나 볼록化技術 $\hat{V}$에 대한 그림 (b)를 보면 $\hat{V}$는 規模收益增加의 특성을 보임을 알 수가 있다. 生產技術 V의 費用函數는 볼록化技術 $\hat{V}$의 그것과 같으므로 〈그림 2〉의 경우 生產技術 V가 비록 規模收益增加의 특성을 나타내지 않는다고 하더라도 그 放射平均費用은 遞減하게 되는 것이다. 즉 費用函數의 특성과 관련된 技術的 특성을 탐구할 때에는 원래의 技術 V보다 볼록化技術 $\hat{V}$를 조사하는 것이 더 바람직한 것이다.

이제 放射平均費用의 構造와 生產技術의 規模特性 사이에 존재하는 相互關係를 必要充分條件의 형태로 기술하고 이것을 증명하기로 한다.

定理 1: 生產技術 V로부터 도출된 放射平均費用이 減少, 一定, 또는 增加하게 될 必要充分條件은 그 볼록化技術 $\hat{V}$가 각각 規模收益增加, 規模收益不變, 또는 規模收益減少의 특성을 보이는 것이다.

證明: 볼록化技術 $\hat{V}$가 規模收益不變인 것이 一定한 放射平均費用의 必要充分條件이 된다는 사실은 이 때의 生產函數가 1次同次函數라는 사실을 이용함으로써 쉽게 증명된다. 이제 放射平均費用이 減少하는 경우와 規模收益遞減의 경우 사이의 상호관계를 살펴 보자. 볼록化技術 $\hat{V}$가 規模收益增加의 특성을 보인다고 하자. 그리고 $x \in \hat{V}(y)$이고 $C(y) = w \cdot x$라고 하자. 그러면 $\alpha > 1$인 모든 陽數 α에 대하여 $\alpha x \in \mathrm{int}\hat{V}(\alpha y)$의 관계가 성립한다. 따라서 $\hat{V}(\alpha y)$內에는 $x' \ll \alpha x$되는 점 x'가 반드시 존재한다. 따라서

$$\frac{C(\alpha y)}{\alpha} \leq \frac{w \cdot x'}{\alpha} < \frac{w \cdot \alpha x}{\alpha} = C(y)$$

의 관계가 도출되어 放射平均費用이 遞減함이 증명된다.[4] 다음에 放射平均費用이 遞減한다고 하자. $x \notin \mathrm{int}\hat{V}(y)$일때 $0<\beta<1$되는 모든 陽數 β에 걸쳐 $\beta x \notin \hat{V}(\beta y)$임을 보이면 충분하다. 민코프스키(Minkowki)의 定理에 의하여 非零벡터 w가 존재하고 $\hat{V}(y)$에 속하는 모든 점 x'에 대하여 $w \cdot x' \geq w \cdot x$의 관계가 성립한다. 만약 $w_i<0$이라면 x_i'의 값을 無限히 증가시킴으로써 $w \cdot x' < w \cdot x$되도록 만들어 줄 수가 있다. 일단 $x' \in \hat{V}(y)$이면 관계 (3)에 의하여 그 i번째 成分 x_i'의 값을 증가시키더라도 x'는 여전히 $\hat{V}(y)$의 점이다. 그러므로 $w>0$의 관계가 성립하여야 한다. 이제 要素價格벡터가 w로 주어졌을 경우의 放射平均費用을 생각해 보자. 이것이 체감하므로 $0<\beta<1$되는 임의의 陽數 β에 대하여

$$\frac{C(\beta y)}{\beta} > C(y) \geq w \cdot x$$

의 관계가 성립한다. 두번째의 부등호는 x^*를 $\hat{V}(y)$上의 最小費用要素結合이라 할 때 $C(y) = w \cdot x^*$이며 벡터 w의 특성上 $w \cdot x^* \geq w \cdot x$이기 때문에 성립한다. 이로부터 $C(\beta y) > w \cdot \beta x$의 관계를 얻는데 이 관계는 投入벡터 βx로부터는 產出벡터 βy를 生產해 낼 수 없음을 뜻한다. 그러므로 $\beta x \notin \hat{V}(\beta y)$의 결과가 도출되는 것이다. 즉 放射平均費用이 遞減할 必要充分條件은 볼록化技術 $\hat{V}$가 規模收益增加의 특성을 보이는 것이다. 마지막으로 規模收益遞減의 生產技術과 遞增하는 放射平均費用 사이의 관계를 살펴보자. 먼저 볼록化技術 $\hat{V}$가 規模收益遞減의 특성을 보인다고 하자. $x \in \hat{V}(y)$이고 $C(y) = w \cdot x$라고 하면 規模收益遞減의 定義에 의하여 $0<\beta<1$되는 모든 陽數 β에 대하여 $\beta x \in \mathrm{int}\hat{V}(y)$의 관계가 성립한다. 따라서 集合 $\hat{V}(y)$上에는 $x' \ll \beta x$되는 점 x'가 存在하고

$$C(y) = w \cdot x = \frac{w \cdot \beta x}{\beta} > \frac{w \cdot x'}{\beta} \geq \frac{C(\beta y)}{\beta}$$

의 관계가 성립한다. 즉 放射平均費用이 遞增함이 증명된다. 이 命題의 逆도 앞서와 유사한 방법으로 증명된다. 증명 끝.

우리는 주어진 費用函數의 特性을 토대로 해서 그 볼록化技術이 같으면서 서로 다른 生產技術間 특성上의 差異를 구별해 낼 수는 없음을 본 바 있다. 定理 1의 결과는 과연 이 결과와 서로 어긋나지 않는 것이다. 規模特性과 관련된 費用函數의 특성은 낱낱이 볼록化技術의 특성과 關聯을 지니고 있으며 그것으로 끝인 것이다.

---

(4) 이 證明은 원래 生產技術 V가 規模收益增加의 특성을 보일 경우에 대하여 보몰이 提示한 것을 적절히 變容시킨 것이다.

IV. 生產技術의 超加算性과 費用函數의 部分加算性

주어진 生產量을 여러 企業들이 共同으로 生產하는 경우보다 單一企業이 單獨的으로 生產하는 경우에 產業全體的으로 부담하게 되는 費用이 더 절감되는 경우를 생각해 보자. 이와 같은 產業의 獨占化는 自然스러운 것으로 받아들일 수가 있다. 經濟學에서는 이와 같은 獨占을 自然獨占(natural monopoly)이라고 부른다. 傳統的으로 單一產出物產業의 경우에는 平均費用이 遞減하는 規模의 經濟와 自然獨占이 거의 同義語인 것처럼 사용되어 왔다. 그러나 보몰〔2〕은 自然獨占을 엄밀하게 定義한 다음에 規模의 經濟가 單一產出物產業의 경우에는 自然獨占에 대한 充分條件이지만 多種產出物產業의 경우에는 그 자체만으로는 必要條件도 充分條件도 아님을 보였다.

보몰이 自然獨占的 產業構造의 必要條件으로 提示한 槪念은 費用函數의 强部分加算性(strict subadditivity)으로 그 구체적 내용은 다음의 定義 3과 같다.

定義 3 : 費用函數 $C(\cdot)$가 어떤 產出벡터 y에서 $\sum_{i=1}^{k} y^i = y$ 되는 모든 非陰벡터 $y^1, \ldots, y^k$에 대하여 $C(y) < \sum_{i=1}^{k} C(y^i)$의 관계를 충족하면 이 費用函數 $C(\cdot)$는 y에서 强部分加算的(strictly subadditive at y)이라고 말한다. 만약 $C(\cdot)$가 모든 產出벡터 y에서 强部分加算的이면 이것을 强部分加算的 費用函數라고 부른다.

어떤 產業의 費用函數가 强部分加算的이면 이 產業全體가 부담하는 費用은 生產이 單一企業에 의하여 單獨的으로 이루어질 때 가장 절감된다. 그러므로 어느 產業構造가 自然獨占이라면 그 產業의 費用函數는 반드시 强部分加算的이어야 하는 것이다.

보몰 等〔3〕은 費用函數의 强部分加算性에 대응하는 生產技術의 特性으로서 强超加算性(strict superadditivity)의 槪念을 提示하였다. 그 구체적 내용은 다음의 定義 4와 같다.

定義 4 : $x \in V(y)$ 및 $x' \in V(y')$일 때마다 $x + x' \in \operatorname{int} V(y + y')$이면 生產技術 V가 强超加算的이라고 말한다.

生產技術의 强超加算性은 두 企業이 각각 生產하는 產出의 總量을 한 企業이 單獨的으로 生產하는 경우에 각 投入의 사용량을 두 企業이 사용한 총량보다 일제히 줄일 수 있음을 뜻한다.

生產技術이 强超加算的이라고 하고 $x \notin \mathrm{int}\, V(y)$라고 하자. 그리고 $x^1+x^2=x$ 및 $y^1+y^2=y$라고 하자. 단 x^i 및 y^i $(i=1,\ 2)$는 모두 非陰의 벡터이다. 만약 $x^1 \in V(y^1)$ 및 $x^2 \in V(y^2)$이거나 또는 $x^1 \in V(y^2)$ 및 $x^2 \in V(y^1)$이면 强超加算性에 모순되므로 반드시 $x^1 \notin V(y^i)$ $(i=1,2)$ 또는 $x^2 \notin V(y^i)$ $(i=1,2)$이어야 한다. 逆으로 $x \notin \mathrm{int}\, V(y)$, $x^1+x^2=x$ 및 $y^1+y^2=y$일 때마다 반드시 $x^1 \notin V(y^i)$ $(i=1,2)$ 또는 $x^2 \notin V(y^i)$ $(i=1,2)$라고 하자. 그러면 生產技術은 반드시 强加算的이다. 그 이유는 다음과 같다. 즉 $x^1 \in V(y_*{}^1)$ 및 $x^2 \in V(y_*{}^2)$라고 하고 $x^1+x^2 \notin V(y_*{}^1+y_*{}^2)$이라고 하면 주어진 조건에 의하여 $x^1 \notin V(y_*{}^i)$ $(i=1,2)$ 또는 $x^2 \notin V(y_*{}^i)$ $(i=1,2)$이어야 하는데 이것은 $x^1 \in V(y_*{}^1)$ 및 $x^2 \in V(y_*{}^2)$라고 한 前提에 모순되기 때문이다. 그러므로 다음의 定義 4′와 앞의 定義 4는 同一한 것이다.

定義 4′: $x \notin \mathrm{int}\ V(y)$일 때마다 $x^1+x^2=x$ 및 $y^1+y^2=y$되는 x^i와 y^i에 대하여 $x^1 \notin V(y^i)$ $(i=1,2)$ 또는 $x^2 \notin V(y^i)$ $(i=1,2)$의 관계가 성립하면 生產技術은 强超加算的이다.

보몰 등[3]은 投入要求集合이 單調的이고 볼록할 경우에 費用函數의 强部分加算性과 生產技術의 强超加算性이 서로 必要充分條件의 관계를 가짐을 보였다. 本硏究에서는 이들의 연구결과를 一般化하여 投入要求集合이 單調的이지도 볼록하지도 않은 경우까지도 포괄하면서 費用函數의 强部分加算性에 대한 必要充分條件이 되는 生產技術의 특성을 구명한다. 다음의 定理 2가 그 결과를 기술하고 있다.

定理 2: 費用函數 $C(\cdot)$가 모든 要素價格벡터 w에 대하여 强部分加算的일 必要充分條件은 볼록化技術 $\hat{V}$가 强超加算的인 것이다.

證明: 임의의 產出벡터 y에 대하여 $C(y)=w \cdot x$ 및 $x \in \hat{V}(y)$라고 하자. 그리고 k개의 產出벡터 $y^1, \dots, y^k$가 $y=\sum_{i=1}^{k} y^i$의 관계를 가지고 있으며 각 y^i에 대하여 $C(y^i)=w \cdot x^i$ 및 $x^i \in \hat{V}(y^i)$라고 하자. 볼록化技術 $\hat{V}$가 强超加算的이면

$$\sum_{i=1}^{k} x^i \in \mathrm{int}\, V(\sum_{i=1}^{k} y^i)=\mathrm{int}\hat{V}(y)$$

의 관계가 도출된다. 그러므로 $x^* \ll \sum_{i=1}^{k} x^i$되는 점 x^*가 集合 $\hat{V}(y)$內에 存在하고

$$C(y) \leq w \cdot x^* < w \cdot \sum_{i=1}^{k} x^i = \sum_{i=1}^{k} C(y^i)$$

의 관계를 얻는다. 즉 費用函數가 强部分加算的임이 證明된다. 다음에는 必要條件임을 증명해보자. 이제 $x \notin \mathrm{int}\hat{V}(y)$, $x^1+x^2=x$ 및 $y^1+y^2=y$라고 하자. $x \notin \hat{V}(y^i)$ $(i=1,2)$ 또는 $x^2 \notin \hat{V}(y^i)$ $(i=1,2)$임만 보이면 된다. 민코프스키의 定理에 의하여 非零벡터 w가 존재하

고 $x'\in\hat{V}(y)$되는 모든 점 x'에 대하여 $w\cdot x'\geq w\cdot x$의 관계가 성립한다. 定理 1에서와 같은 방법으로 $w>0$임이 증명된다. 이제 要素價格벡터가 w로 주어졌다고 하자. 그러면

$$w\cdot x^1+w\cdot x^2=w\cdot x\leq C(y)<C(y^1)+C(y^2)$$

의 관계를 얻을 수가 있다. 첫번째 不等號는 $C(y)$가 $\hat{V}(y)$上의 어느 점 x^*에 대하여 $C(y)=w\cdot x^*$이며 벡터 w의 특성에 의하여 $w\cdot x^*\geq w\cdot x$이기 때문에 성립한다. 두번째 不等號는 費用函數의 强部分加算性에 의하여 성립한다. 그러므로 $w\cdot x^1<C(y^i)$ $(i=1,2)$이거나 $w\cdot x^2<C(y^i)$ $(i=1,2)$ 이어야 한다. 즉 $x^1\notin\hat{V}(y^i)$ $(i=1,2)$ 이거나 $x^2\notin\hat{V}(y^2)$ $(i=1,2)$이어야 하는 것이다. 증명 끝.

V. 맺 음 말

지금까지 우리는 볼록化技術 $\hat{V}$의 槪念을 원용하여 費用函數가 規模의 經濟 또는 不經濟의 특성을 보일 경우 및 强部分加算性의 특성을 보일 경우에 대한 生產技術面의 必要充分條件들을 提示하였다. 이 결과들은 旣存의 연구결과와 매우 다르다. 특히 本論文의 定義 1과 定義 2는 經濟學에서 통상 채택하고 있는 것으로서 판자르 및 윌리그의 定義와 다르다. 구체적으로 말하여 費用函數가 微分可能한 경우에 판자르와 윌리그는 퍼거슨[6]의 定義를 좇아서 $\frac{d}{d\alpha}(C(\alpha y)/\alpha)<0$인 경우만을 放射平均費用이 遞減하고 있는 것으로 정하고 있는데 本論文의 定義 2에서는 孤立된 점에서는 $\frac{d}{d\alpha}(C(\alpha y)/\alpha)=0$ 이어도 되도록 許容하고 있다. 또한 定理 1은 生產技術 V의 單調性을 要求하지도 않고 동시에 이것이 微分可能한 生產函數로 표현될 것을 要求하지도 않는다는 점에서 판자르 및 윌리그의 결과보다도 一般的이다. 定理 2 또한 生產技術 V의 單調性 및 볼록性을 요구하지 않는다는 面에서 보몰 等[3]의 연구결과보다 일반적이라고 할 수 있다.

參 考 文 獻

[1] Baumol, W.J., "Scale Economies, Average Cost and the Profitability of Marginal Cost Pricing," in R.E. Grieson, ed., *Essays in Urban Economics and Public Finance in Honor of William S. Vickrey*, Lexington, Mass.: D.C. Heath, 1976.

[2] Baumol, W.J., "On the Proper Cost Tests for Natural Monopoly in a Multiproduct Industry," *American Economic Review*, 67, December 1977.

〔3〕 Baumol, W.J., J.C., Panzar and R.D. Willig, *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, New York: Harcourt Brace Jovanovich, 1982.

〔4〕 Debreu, G., *Theory of Value*, New York: John Wiley, 1959.

〔5〕 Diewert, E., "Application of Duality Theory," in M. Intrilligator and D. Kendrick, eds., *Frontiers of Quantitative Economics, Vol.* 2, Amsterdam: North Holland, 1974.

〔6〕 Ferguson, C.E., *The Neoclassical Theory of Production and Distribution*, Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 1969.

〔7〕 McFadden, D., "Cost, Revenue, and Profit Functions," in M. Fuss and D. McFadden, eds., *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications*, Amsterdam: North Holland, 1978.

〔8〕 Panzar, J.C., and R.D. Willig, "Economies of Scale in Multi-output Production," *Quarterly Journal of Economics*, 91, August 1977.

〔9〕 Shephard, R., *Cost and Production Functions*, Princeton: Princeton University Press, 1953.

〔10〕 Uzawa, H., "Duality Principles in the Theory of Cost and Production Functions," *International Economic Review*, 5, 1964.

〔11〕 Varian, H.R., *Microeconomic Analysis*, New York: Norton, 1978.