産業聯關表와 乘數效果*

姜 光 夏**

<目 次>

I. 產業聯關分析과 所得乘數

1. 問題의 提起

經濟分析에서 자주 사용되는 産業聯關表는 最終需要를 外生的으로 처리한 開放模型(open model)이 대부분이다. 그러나 전통적인 케인즈模型과 관련된 所得效果를 産業聯關表와 연결짓기 위해서는 통상적인 産業聯關表로서는 부족한 경우가 많다. 따라서 本研究에서는 最終需要 中에서 家計를 內生化하여 보다 더 閉鎖模型(closed model)에 가깝게 産業聯關表를 변형시킴으로써 貯蓄 또는 生產性變化에 따른 家計所得 및 生產의 變化를 살펴보고자 한다.

家計部門을 하나의 産業部門처럼 內生化한 경우에는 몇 가지 흥미 있는 事實을 발견할 수 있는데 本研究에서는 첫째, 産業部門에서의 貯蓄이 존재하는 경우와 그렇지 않은 경우에 어떻게 해서 家計所得乘數가 다르게 나타나는가를 數學的으로 檢證하고 둘째, 그 結果를 經濟分析에서 이용할 수 있는 方法에 대해 한번 고찰해 보기로 한다.

2. 通常的 産業聯關表와 所得乘數

投入產出表를 이용하여 우리는 어떤 製品에 대한 最終需要가 1단위 증가했을 때, 이로 인한 直接·間接의 所得效果를 분석할 수 있다.

예를 들어, 投入產出表가 〈表 1〉과 같이 주어졌다고 할 때, I 部門製品에 대한 1원어치의 需要增大에 따른 總所得效果는 얼마일까?

〈表 1〉의 첫번째 列의 4번째 行의 수치는 1원의 產出에 대해 I 部門에서의 附加價値가

* 이 論文은 文教部 學術研究助成費에 의하여 이루어진 것임.

** 本研究所 研究員, 서울大學校 經濟學科 副教授

〈表 1〉 投入產出表(A)

部　　門	I	II	III
I	0.15	0.25	0.05
II	0.20	0.05	0.40
III	0.30	0.25	0.05
原 初 的 投 入	0.35	0.45	0.50

0.35원이라는 것을 말해주고 있다. 따라서 I部門製品에 대한 1원어치의 需要增加에 따른 즉각적인 所得增加는 0.35원이다. 이것을 直接所得效果라고 한다.

그러나 經濟 전반에 걸친 所得增加는 0.35원에 그치지 않는다. 왜냐하면 1원어치의 I部門製品을 0.35원의 原初的 投入만을 사용하여 만들 수는 없기 때문이다. 投入產出表는 I部門에서 製品을 생산하기 위해서는 0.35원어치의 原初的 投入要素에 덧부쳐 0.15원 어치의 I部門製品, 0.2원어치의 II部門製品, 그리고 0.3원어치의 III部門製品이 中間投入으로 필요하다는 것을 보여주고 있다. 이러한 製品生產에 필요한 中間投入用의 製品을 만드는데 다시 各部門의 製品 및 原初的 投入이 필요하다는 것은 재론할 필요가 없다. 따라서 어느 한 部門에서 製品을 생산하기 위해서는 原初的 投入 외에 여러 가지 中間財가 投入으로 필요하며, 이 中間財를 만들기 위해서 또다시 原初的 投入 및 中間財가 필요하다. 그런데 이러한 모든 과정에서 발생하는 所得(原初的 投入)은 投入產出表의 逆行列係數를 이용하여 계산해 낼 수 있다.

〈表 2〉 逆行列係數表($(I-A)^{-1}$)

	I	II	III
I	1.365	0.425	0.251
II	0.527	1.348	0.595
III	0.570	0.489	1.289

〈表 2〉의 첫번째 列의 數値는 I部門製品에 대한 最終需要 1원어치가 유발한 I部門, II部門, III部門에서의 生產增加를 나타내고 있다. 그러므로 각 部門에서의 所得增大는 유발된 生產增大量에 原初的 投入係數를 곱해서 얻을 수 있으며, I部門에서의 最終需要 1원어치가 유발한 總所得增大는 다음과 같이 된다.

즉,

$$1.365\times0.35+0.527\times0.45+0.570\times0.5=1.0$$

이를 直·間接 總所得效果라고 한다. 여기서 總所得增大가 1이 되는 것은 產業聯關表의 構造上 自明하다. 즉, 投入係數行列을 A라 하고 原初的 投入(附加價値)係數벡터를 V라고

하면 金額表示 產業聯關表에서는 $1'A+W'=1'$이 성립한다. (但 $1'$은 단위벡터의 轉置를 나타낸다.) 그러므로 $W'=1'(I-A)$이 되고, 나아가 $W'(I-A)^{-1}=1'$이 되므로 上記式의 우변은 1이 됨을 알 수 있다.

따라서 I 部門製品에 대한 最終需要의 增加에 따른 所得乘數(M)는 다음과 같이 정의할 수 있다.(1)

$$M=\frac{\Sigma a_{0i}\cdot\gamma_{i1}}{a_{01}}=\frac{1}{0.35}=2.86$$

단, a_{0i}는 i部門의 原初的 投入係數

γ_{ij}는 逆行列($(I-A)^{-1}$)의 元素를 나타낸다.

이렇게 정의된 總所得乘數는 I 部門製品에 대한 最終需要增加에 따라 파생된 生產增加에 의한 所得增加分만을 고려한 것이다.

그런데 I 部門製品에 대한 需要增加가 미치는 波及效果는 여기에 그치지 않는다. I 部門製品에 대한 需要增加에 의해 파생된 所得은 다시 消費를 통해 生產을 자극하고, 이는 다시 所得을 증가시키는 연속적인 과정을 밟게 된다. 그렇다면 이와 같은 과정을 모두 고려한 I 部門製品에 대한 最終需要增加가 所得에 미치는 總效果는 어떻게 측정할 수 있을까?

한 가지 방법은 家計部門을 生產部門처럼 內生化하여 I 部門의 最終需要의 增加에 따른 家計部門의 所得(產出)增加를 계산해 내는 것이다. 以下에서는 家計部門을 內生化하여 產業聯關表를 작성하고 이 表를 이용하여 몇 가지 분석을 해 보기로 한다.

II. 家計部門의 內生化

家計部門을 또 하나의 生產部門으로 간주하여 家計消費를 所得의 「生產」에 필요한 「投入」으로 취급하고 家計部門을 제외한 나머지 支出을 最終需要部門으로 처리하여 변형된 投入產出表를 만들면, 이를 이용하여 家計部門의 所得增加分을 계산해 냄으로써 I 部門製品에 대한 最終需要 增加에 따른 總所得增加를 파악할 수 있다.(2)

〈表 3〉은 最終需要의 일부분을 所得水準과 연관지어 家計部門을 내생화하여 만든 產業聯關表의 例를 나타낸 것이다. 便宜上 두 개의 生產部門과 家計, 그리고 하나의 原初的 投入으로 구성되는 아주 간단한 형태를 상정하였다. 產業部門에서 家計에 지불한 것이 3行에

(1) Moore(1955)는 이를 單純所得乘數(simple income multiplier)라고 정의하고 있다.
(2) 이렇게 구한 所得增加分을 이용하여 구한 所得乘數를 Moore(1955)는 總所得乘數(full income multiplier)라고 정의하고 있다.

〈表 3〉 產業聯關表(家計內生化)

部 門	產 業 Ⅰ	產 業 Ⅱ	家 計	最終需要	總 生 產
產 業 Ⅰ	a_{11}	a_{12}	a_{13}	Y_1	X_1
產 業 Ⅱ	a_{21}	a_{22}	a_{23}	Y_2	X_2
家 計	a_{31}	a_{32}	a_{33}		X_3
原 初 的 投 入	a_{01}	a_{02}	a_{03}		

나타나 있다. 여기서는 家計部門을 마치 하나의 生產部門처럼 간주하였으므로, 家計에서 製品을 구매하는 것을 家計라는 產業에서 生產(생활)에 필요한 投入(생필품)을 구매하는 것으로, 그리고 家計에서 產業에 제공하는 노동을 포함한 서비스는 家計라는 產業에서 생산된 製品을 각 產業에 판매(분배)하는 것으로 취급하고 있다.

따라서 3列의 投入係數는 해당 製品에 대한 購買, 즉 家計의 消費를 나타내므로, 예를 들어, a_{13}은 Ⅰ產業製品에 대한 家計의 限界消費性向이라고 할 수 있다. 한편 a_{03}은 製品의 購買에 사용되지 않은 부분, 즉 家計貯蓄 내지 諸稅公課를 나타내므로 家計의 限界貯蓄性向과 유사하다. 마찬가지로 a_{01}, a_{02}도 產業部門에서의 貯蓄(諸稅公課 포함)을 나타내고 있다.

〈表 3〉의 4列에 표기된 最終需要는 家計部門이 內生化되지 않은 產業聯關表에서 最終需要로 처리된 部分으로부터 家計部門에 의해 내생화된 最終需要를 제외한 것으로서 외생적으로 결정되며, 4行의 原初的 投入 역시 家計部門으로부터의 投入을 제외한 나머지 原初的 投入으로서 외생적으로 결정된다.

a_{33}은 家計에서 家計로 지불된 것을 나타내는 項目으로 여기서는 0으로 간주한다.

이제부터는 이 表의 數値, 특히 a_{01}, a_{02}가 0의 값을 가지느냐, 아니냐에 따라 最終需要의 變化에 따른 家計의 所得變化가 어떻게 달라지느냐에 대해 고찰해 보기로 하자.

1. 產業部門에서의 貯蓄이 0인 境遇

Ⅰ產業과 Ⅱ產業의 原初的 投入에 대한 係數가 0인 경우는 企業에서 家計에 지불되고 남은 것, 예를 들어 企業의 貯蓄, 稅金, 法人留保 등이 모두 0인 것을 의미한다.

이때, 레온티에프 逆行列을 다음과 같이 정의하면

$$(I-A)^{-1}=\frac{1}{|I-A|}\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$

아래의 式을 얻을 수 있다.

$$C_{31}=(1-a_{22})a_{31}+a_{21}a_{32}$$

$$C_{32}=(1-a_{11})a_{32}+a_{12}a_{31}$$

$$C_{33}=(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{21}a_{12}$$

그런데 $a_{01}=a_{02}=0$이라고 가정하였으므로

$$a_{11}+a_{21}+a_{31}=1$$

$$a_{12}+a_{22}+a_{32}=1$$

이며, 이로 인해 $C_{31}=C_{32}=C_{33}$임을 보일 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} C_{31}&=(1-a_{22})a_{31}+a_{21}a_{32} \\ &=(1-a_{22})a_{31}+(1-a_{11}-a_{31})a_{32} \\ &=(a_{12}+a_{32})a_{31}+(1-a_{11})a_{32}-a_{31}a_{32} \\ &=(1-a_{11})a_{32}+a_{12}a_{31} \\ &=C_{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{32}&=(1-a_{11})a_{32}+a_{12}a_{31} \\ &=(1-a_{11})(1-a_{12}-a_{22})+a_{12}(1-a_{11}-a_{21}) \\ &=(1-a_{11})(1-a_{22})-(1-a_{11})a_{12}+a_{12}(1-a_{11})-a_{12}a_{21} \\ &=(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}a_{21} \\ &=C_{33} \end{aligned}$$

한편,

$$\begin{aligned} |I-A|&=-a_{13}(a_{21}a_{32}+a_{31}(1-a_{22}))-a_{23}(a_{12}a_{31}+a_{32}(1-a_{11})) \\ &\quad+(1-a_{33})((1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}a_{21}) \\ &=(1-a_{33}-a_{13}-a_{23})(K) \\ &=a_{03}\cdot K \end{aligned}$$

로 표시할 수 있다. 但, $K=C_{31}(=C_{32}=C_{33})$이다.

이상에서 $(I-A)^{-1}$의 마지막 行의 元素는 모두 $1/a_{03}$로 投入係數(a_{ij})의 크기에 관계없이 항상 같음을 알 수 있다. 즉 産業部門의 貯蓄이 0인 경우에는 投入係數의 값이 아무리 변하더라도 家計部門의 逆行列係數(所得乘數)[3]는 I 產業, II 産業, 家計部門에 있어서 모두 동일하다.

이처럼 所得乘數가 같으므로 最終需要 Y_1, Y_2가 바뀌더라도 最終需要의 合(Y_1+Y_2)이 변하지 않으면 주어진 産業構造(A行列)에서는 家計의 所得水準은 불변이다. 왜냐하면, 家計

(3) 家計部門의 逆行列係數는, 例를 들어 産業部門에 대한 最終需要가 증가함에 따라 家計部門의 生産(所得)이 얼마 만큼 증가하느냐를 나타내는 것이므로 이를 家計所得乘數라고 볼 수 있다.

의 所得水準은

$$\frac{C_{31}}{|I-A|}Y_1+\frac{C_{32}}{|I-A|}Y_2=\frac{C_{31}}{|I-A|}(Y_1+Y_2)=\frac{1}{a_{03}}(Y_1+Y_2)$$

로 나타나기 때문이다. 따라서 家計所得의 크기는 最終需要의 合(Y_1+Y_2)과 家計部門의 貯蓄性向의 크기(a_{03})에만 의존한다.

일반화된 경우의 증명은 〈附錄〉에 나타나 있다.

2. 產業部門에서의 貯蓄이 0이 아닌 境遇

產業部門에 대한 原初的 投入의 係數가 0이 아닌 경우, 즉 企業에서 家計部門으로 지불되고 남은 附加價値가 존재하여 $a_{01}\neq 0$, $a_{02}\neq 0$일 때, 家計部門의 逆行列係數(所得乘數)가 어떻게 되느냐를 한번 살펴 보자.

먼저 $C_{31}=C_{32}$가 될 條件을 찾아 보면

$$(1-a_{22})a_{31}+a_{21}a_{32}=(1-a_{11})a_{32}+a_{31}a_{12}$$

$$(a_{12}+a_{32}+a_{02})a_{31}+a_{21}a_{32}=(a_{21}+a_{31}+a_{01})a_{32}+a_{31}a_{12}$$

$$a_{02}a_{31}=a_{01}a_{32}$$

또는

$$\frac{a_{01}}{a_{02}}=\frac{a_{31}}{a_{32}}$$

이 된다.

즉 家計에서 各產業에 投入된 要素의 비율이 各產業의 原初的 投入要素의 비율과 동일한 경우에는 產業別 乘數가 같아짐을 알 수 있다. 이는 投入係數表의 3行과 4行의 投入構造(投入係數)가 같은 경우, 이를 하나의 行으로 통합하더라도 아무런 問題가 없다는 사실에서 쉽게 짐작할 수 있다〔姜光夏(1985, pp. 109-13)〕.

이번에는 $C_{32}=C_{33}$의 條件을 살펴 보기로 하자.

$$(1-a_{11})a_{32}+a_{12}a_{31}=(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}a_{21}$$

$$(1-a_{11})(1-a_{22}-a_{12}-a_{02})+a_{12}a_{31}=(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}a_{21}$$

$$(1-a_{11})(a_{12}+a_{02})-a_{12}(a_{31}+a_{21})=0$$

$$(1-a_{11})a_{02}+(1-a_{11})a_{12}-a_{12}(1-a_{11})+a_{12}a_{01}=0$$

$$a_{12}a_{01}+(1-a_{11})a_{02}=0,$$

그런데 $a_{ij}\geq 0$이고 $a_{01}\neq 0$, $a_{02}\neq 0$이므로 $a_{12}=0$, $1-a_{11}=0$이 되어야 上記式이 성립한다. 그러나 이것은 Hawkins-Simon條件〔姜光夏(1985, pp. 67-9)〕을 충족시키지 않기 때문에 결국 $C_{32}=C_{33}$는 일반적으로 성립되지 않는다.

그러므로 產業部門에서 貯蓄이 0이 아닌 경우에는 產業別 所得乘數가 家計部門을 포함하여 모두 같아지는 경우는 존재하지 않으며, 家計部門을 제외한 產業의 경우에는 家計 및 原初的 投入部門의 產業에 대한 投入比率이 동일한 특별한 경우에 한하여 所得乘數가 동일한 값을 가질 수 있다. 그러나 일반적으로 말하자면 產業別 所得乘數는 같은 값을 가지지 않는다. 이와 같은 사실은 產業別로 동일한 貯蓄性向을 가지고 있는 경우에도(즉, 4行의 係數가 모두 같더라도) 마찬가지로 적용된다.

따라서 產業部門에서의 貯蓄이 0이 아닌 경우에는 最終需要(Y_1, Y_2)의 構成內容이 바뀜에 따라 비록 그 合(Y_1+Y_2)은 일정하다 할지라도, 그에 상응한 家計의 所得水準은 달라지게 된다. 다시 말하자면, 產業製品에 대한 最終需要를 조정함으로써 家計所得을 증감시킬 수 있다는 것이며, 이는 現實經濟에서 產業部門의 貯蓄이 0이 아니라는 사실을 고려할 때 家計所得과 관련한 產業政策에서 중요한 의미를 갖는다.

產業部門에서의 貯蓄이 0이 아닌 경우에는 所得乘數가 產業別로 동일한 값을 가지고 있지 않다는 假說을 좀 더 자세히 살펴 보기로 하자.

〈表 4〉 產業聯關表

	產 業 I	產 業 II	…	產 業 $N-1$	家 計
產 業 I	a_{11}	a_{12}	…	$a_{1(n-1)}$	a_{1n}
產 業 II	a_{21}	a_{22}	…	$a_{2(n-1)}$	a_{2n}
⋮	⋮	⋮	…	⋮	⋮
產 業 $N-1$	$a_{(n-1)1}$	$a_{(n-1)2}$	…	$a_{(n-1)(n-1)}$	$a_{(n-1)n}$
家 計	a_{n1}	a_{n2}	…	$a_{n(n-1)}$	a_{nn}
原 初 的 投 入	a_{01}	a_{02}	…	$a_{0(n-1)}$	a_{0n}

〈表 4〉에 대한 레온티에프逆行列을 R이라고 하면 定義에 의해 $R(I-A)=I$의 관계가 성립한다. 이 중 R의 n번째 行의 원소를 중심으로 살펴 보면

$$(R_{n1}\ R_{n2}\cdots R_{nn})(I-A)=(0\ 0\ 0\cdots 1)$$

즉,

$$(1-a_{11})R_{n1}-a_{21}R_{n2}\cdots\cdots\cdots\cdots-a_{n1}R_{nn}=0$$

$$-a_{12}R_{n1}+(1-a_{22})R_{n2}\cdots\cdots\cdots-a_{n2}R_{nn}=0$$

$$-a_{1(n-1)}R_{n1}-a_{2(n-1)}R_{n2}\cdots-a_{n(n-1)}R_{nn}=0$$

$$-a_{1n}R_{n1}-a_{2n}R_{n2}\cdots\cdots\cdots+(1-a_{nn})R_{nn}=1$$

이다.

이때 $R_{n1}=R_{n2}=\cdots=R_{nn}$이 되기 위한 조건을 찾아 보자.

$R_{nn}\neq 0$이라고 가정하고($R_{nn}=0=R_{n1}=R_{n2}=\cdots$의 경우에는 上記式의 마지막 列이 성립되지 않는다) 式을 정리하면 다음과 같은 關係를 구할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}=1 \qquad\qquad j=1,\cdots,n-1$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}=1-\frac{1}{R_{nn}} \qquad\qquad j=n$$

그러므로 $R_{n1}=R_{n2}=\cdots=R_{nn}$, 즉, 産業別 所得乘數가 모두 같아지기 위해서는 産業部門에서의 貯蓄이 존재하여서는 안된다.

III. 國民經濟에 대한 波及效果

1. 分析을 위한 假定

I 節에서의 論議를 염두에 두고 간단한 産業聯關表를 사용하여 몇 가지 경우를 상정하고, 貯蓄率變化 및 最終需要構成의 變化에 따른 國民經濟에 대한 波及效果를 분석해 보기로 하자.

波及效果分析에서는 다음과 같은 몇 가지 경우로 나누어 貯蓄率과 所得水準과의 關係를 고찰해 보자.

첫째, 貯蓄率增加가 어느 部門에서 발생하느냐에 따라 분류할 수 있다. 즉 그것이, I 産業에서 일어나느냐, 아니면 II 産業이냐, 또는 家計部門이냐로 구분할 수 있다.

둘째, 貯蓄率增加의 원인에 따라 분류할 수 있다. 그것이 어떤 部門의 生産性向上에 의해 가능하게 된 것인지에 따라서, 즉 어느 部門에 대한 投入係數의 減少에 의해 이루어진 것인지에 따라 구분할 수 있다.

세째, 增加된 貯蓄分을 어느 産業에 다시 投入하느냐에 따라 분류할 수 있다. 다시 말해서 貯蓄된 部分이 어떤 産業製品에 대한 最終需要의 增加로 다시 經濟의 흐름 속에 들어가느냐에 따라 구분할 수 있다.

이상의 세 가지 기준에 따라 분류된 여러 가지 경우를 축약해 나타낸 것이 〈表 5〉다.

〈表 5〉에 나타난 項目을 〈表 6〉을 예로 들어 설명해 보면 (1-I-1)란, I 産業에서의 貯蓄率이 I 産業製品에 대한 投入減少로 인해 提高된 경우로서 구체적 數値를 例로 들면 I 産業에 있어서의 原初的 投入係數(貯蓄率)가 0.2에서 0.24로 증가하고, 産業 I 에 대한 投入係數가 0.1에서 0.06으로 감소한 경우이다. 물론 이 때 증가된 貯蓄分은 다시 I 産業部門에 대한 最終需要(20)에 추가되어 再投入된다.

〈表 5〉

가. Ⅰ産業에 다시 投入한 경우

		投入係數 減少		
		Ⅰ 産 業	Ⅱ 産 業	家 計
貯 蓄 率 增 加	Ⅰ 産 業	1-Ⅰ-1	1-Ⅰ-2	1-Ⅰ-3
	Ⅱ 産 業	1-Ⅱ-1	1-Ⅱ-2	1-Ⅱ-3
	家 計	1-Ⅲ-1	1-Ⅲ-2	

나. Ⅱ産業에 다시 投入한 경우

		投入係數 減少		
		Ⅰ 産 業	Ⅱ 産 業	家 計
貯 蓄 率 增 加	Ⅰ 産 業	2-Ⅰ-1	2-Ⅰ-2	2-Ⅰ-3
	Ⅱ 産 業	2-Ⅱ-1	2-Ⅱ-2	2-Ⅱ-3
	家 計	2-Ⅲ-1	2-Ⅲ-2	

〈表 6〉

	産 業 Ⅰ	産 業 Ⅱ	家 計	最終需要	總生産額
産 業 Ⅰ	0.1	0.5	0.2	20	196.566
産 業 Ⅱ	0.4	0.2	0.5	80	268.728
家 計	0.3	0.2	0.0	0	112.714
原 初 的 投 入	0.2	0.1	0.3		

즉, 1-Ⅰ-1

└—投入係數가 Ⅰ産業에서 작아짐

└—貯蓄率이 Ⅰ産業에서 높아짐

└—貯蓄分이 Ⅰ産業에 再投入됨

한 가지 특기할 사항은 貯蓄率提高에 따른 貯蓄額增加分을 계산하는 방법으로는 다음의 세 가지를 들 수 있는데 本硏究에서는 세번째 방법을 택하였다는 것이다.[4]

첫째, 變化前의 總生産額을 기준으로 하여 구하는 방법이 있다.

(196.566×(0.24−0.20)=貯蓄額增加分)

둘째, 變化後의 總生産額을 기준으로 하여 구하는 방법이 있다.

(198.766×(0.24−0.20)=貯蓄額增加分)

세째, 변화된 投入産出表를 이용하여 다음과 같이 貯蓄增加分과 새로운 總生産額을 동시에 구하는 방법이 있다.

(4) 以下의 計算例는 〈表 7〉을 참조하기 바람.

〈計算例〉

$$2.19(20+0.04\cdot X_1)+1.69(80)=X_1$$

단 X_1은 Ⅰ産業의 總生産額이다.

上記式을 풀어서 X_1을 구한 후 $0.04\times X_1$에 해당하는 貯蓄增加分(最終需要投入分)을 구한다.

〈表 6〉에 의거하여

$$A=\begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.2 \\ 0.4 & 0.2 & 0.5 \\ 0.3 & 0.2 & 0.0 \end{bmatrix}$$

라고 하면,

$$R=(I-A)^{-1}$$

은 다음과 같다.

$$R=\begin{bmatrix} 2.4055 & 1.8557 & 1.4089 \\ 1.8900 & 2.8866 & 1.8213 \\ 1.0997 & 1.1340 & 1.7869 \end{bmatrix}$$

따라서

Ⅰ産業總生産$(X_1)=196.566$

Ⅱ産業總生産$(X_2)=268.728$

家 計 所 得$(X_3)=112.714$

의 값을 구할 수 있다.

이제는 各 産業 내지 家計의 貯蓄率과 最終需要를 변화시켜서 이들이 經濟에 미치는 波及效果를 살펴 보기로 하자. 本硏究에서는 두 가지의 경우로 나누어 고찰하였는데 첫째, 各産業에서 거의 같은 金額의 貯蓄增加를 유도하는 경우 둘째, 各 産業에서 같은 比率로 貯蓄率을 제고시키는 경우로 나누었다. 각각의 경우에 우리가 살펴보고자 하는 것은 첫째, 投入係數減少에 따른 生産誘發係數減少로 인한 生産誘發(所得誘發)減少效果, 둘째, 外生需要增加에 따른 生産誘發(所得誘發)增加效果, 셋째, 上記 두 效果가 복합되어 나타나는 貯蓄增大의 再投入에 따른 生産誘發(所得誘發)效果이다.

1) 同一額 貯蓄增加의 境遇

貯蓄의 變化에 따른 經濟的 波及效果를 살펴보기 위한 방법으로 먼저 비슷한 금액의 貯蓄增加가 産業別로 이루어졌을 경우를 생각해 보았다. 간편을 기하기 위해 완전히 동일한 금액의 增加 대신에, 비슷한 금액의 增加를 가져오는 産業別 貯蓄率 增加를 보면, Ⅰ産業

에서 20%, Ⅱ産業에서 30%, 家計에서 23.3% 가량 되어, 4行의 係數가 각기 0.2에서 0.24로, 0.1에서 0.13으로, 그리고 0.3에서 0.37로 변화한 경우를 상정하였다.

2) 同一比率 貯蓄增加의 境遇

첫번째의 同一額 대신, 이번에는 貯蓄率의 同一比率增加를 상정하였다. 즉 各 産業마다 20%씩의 貯蓄增加가 이루어질 경우, 經濟內의 各 部門에 미치는 波及效果를 살펴 보았다.

이상의 두 가지 경우 모두에 걸쳐, 증가된 貯蓄이 어떤 요인에 의해 이루어졌느냐에 따라 각기 다른 경우를 상정하였다. 즉 貯蓄增加가 Ⅰ産業에서의 生産性增加(投入係數의 減少), Ⅱ産業 生産性增加, 또는 家計로의 支拂減少(附加價値係數 減少) 중 어느 것에 의해 이루어졌느냐에 따라 분류하였다. 단 家計의 貯蓄增加의 경우는 Ⅰ産業製品에 대한 消費性向減少 혹은 Ⅱ産業製品에 대한 消費性向減少의 두 가지 경우만 고려하였다.

물론 各 産業別로 조금씩 生産性이 향상되어 貯蓄이 증가할 수도 있는 등, 몇 가지 다른 경우를 생각할 수 있지만 本稿의 目的이 波及效果의 差異를 살피는 것인만큼 上記의 分類만으로 충분하다고 생각한다. 이렇게 분류된 것이 〈表 5〉에 나타나 있다.

구체적인 예를 하나 들어 본다면 Ⅰ産業에서의 貯蓄이 20% 증가하였을 경우(係數가 0.2에서 0.24로), 그것이 Ⅰ産業 자체의 生産性 向上에 의한 것일 경우에는 그 係數가 0.1에서 0.06으로 변화한 것으로 처리하였다(〈表 7〉의 1.1 참조).

2. 波及效果分析

우리가 상정한 模型에서 家計所得의 크기는

첫째, 家計의 貯蓄性向,

둘째, 産業部門에서의 貯蓄性向,

세째, 消費形態(家計의 限界消費性向),

네째, 家計를 제외한 最終需要의 構成

등에 의존하고 있다. 물론 基本的으로 産業構造의 形態가 영향을 줄 것은 너무나 분명하지만 여기서는 이를 주어진 것으로 생각하고 貯蓄率變化에 따라 産業別 係數가 달라지는 경우만 고려하였다. 이제 이러한 要因이 所得水準과 生産水準에 어떠한 영향을 주는지 한번 알아보자.

〈表 6〉의 例를 사용하여 앞에서 설명한 바와 같은 요령으로 몇 가지 경우로 나누어 계산해 낸 結果가 〈表 7〉, 〈表 8〉에 나타나 있는데 그 結果를 요약해 보면 다음과 같다.

첫째, 特定産業部門에 있어서의 貯蓄의 增加가 해당 産業部門의 投入係數의 減少로 인해 이루어질 경우, 그 産業뿐만 아니라 모든 産業의 生産誘發係數가 감소하는 것은 예상한 바

〈表 7〉

〔基本 I-0表〕

	I 産業	II 産業	家 計	最終需要	$(I-A)^{-1}$		
I 産 業	0.1	0.5	0.2	20	2.41	1.86	1.41
II 産 業	0.4	0.2	0.5	80	1.89	2.89	1.82
家 計	0.3	0.2	0.0		1.10	1.13	1.79
原初的投入	0.2	0.1	0.3				

1. 同一比率의 境遇

1) I 産業貯蓄上昇, I 産業投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.06	0.5	0.2	2.19	1.69	1.29
0.4	0.2	0.5	1.72	2.76	1.72
0.3	0.2	0.0	1.00	1.06	1.73
0.24	0.1	0.3			

2) I 産業貯蓄上昇, II 産業投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.5	0.2	2.24	1.73	1.31
0.36	0.2	0.5	1.63	2.69	1.67
0.3	0.2	0.0	1.00	1.06	1.73
0.24	0.1	0.3			

3) I 産業貯蓄上昇, 家計投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.5	0.2	2.28	1.76	1.33
0.4	0.2	0.5	1.72	2.76	1.72
0.26	0.2	0.0	0.94	1.01	1.69
0.24	0.1	0.3			

4) II 産業貯蓄上昇, I 産業投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.48	0.2	2.32	1.72	1.32
0.4	0.2	0.5	1.82	2.78	1.75
0.3	0.2	0.0	1.06	1.07	1.75
0.2	0.12	0.3			

5) II 産業貯蓄上昇, II 産業投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.5	0.2	2.34	1.75	1.35
0.4	0.18	0.5	1.79	2.73	1.72
0.3	0.20	0.0	1.06	1.07	1.75
0.2	0.12	0.3			

6) II 産業貯蓄上昇, 家計投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.5	0.2	2.35	1.78	1.36
0.4	0.2	0.5	1.82	2.79	1.76
0.3	0.18	0.0	1.03	1.03	1.72
0.2	0.12	0.3			

7) 家計貯蓄上昇, I 産業係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.5	0.14	2.26	1.70	1.17
0.4	0.2	0.5	1.77	2.77	1.63
0.3	0.2	0.0	1.03	1.06	1.68
0.2	0.1	0.36			

8) 家計貯蓄上昇, II 産業投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.5	0.2	2.29	1.74	1.22
0.4	0.2	0.44	1.71	2.70	1.53
0.3	0.2	0.0	1.03	1.06	1.67
0.2	0.1	0.36			

2. 同一額의 境遇

1) I 産業貯蓄上昇, I 産業投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.06	0.5	0.2	2.19	1.69	1.29
0.4	0.2	0.5	1.72	2.76	1.72
0.3	0.2	0.0	1.00	1.06	1.73
0.24	0.1	0.3			

2) I 産業貯蓄上昇, II 産業投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.5	0.2	2.24	1.73	1.31
0.36	0.2	0.5	1.63	2.69	1.67
0.3	0.2	0.0	1.00	1.06	1.73
0.24	0.1	0.3			

3) I 産業貯蓄上昇, 家計投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.5	0.2	2.28	1.76	1.33
0.4	0.2	0.5	1.72	2.76	1.72
0.26	0.2	0.0	0.94	1.01	1.69
0.24	0.1	0.3			

4) II 産業貯蓄上昇, I 産業投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.47	0.2	2.28	1.66	1.28
0.4	0.2	0.5	1.79	2.73	1.72
0.3	0.2	0.0	1.04	1.04	1.73
0.2	0.13	0.3			

5) Ⅱ產業貯蓄上昇, Ⅱ產業投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.5	0.2	2.31	1.71	1.32
0.4	0.17	0.5	1.74	2.66	1.68
0.3	0.2	0.0	1.04	1.04	1.73
0.2	0.13	0.3			

6) Ⅱ產業貯蓄上昇, 家計投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.5	0.2	2.33	1.74	1.34
0.4	0.2	0.5	1.79	2.74	1.73
0.3	0.17	0.0	1.00	0.99	1.69
0.2	0.13	0.3			

7) 家計貯蓄上昇, I產業投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.5	0.13	2.23	1.68	1.13
0.4	0.2	0.5	1.75	2.75	1.60
0.3	0.2	0.0	1.02	1.05	1.66
0.2	0.1	0.37			

8) 家計貯蓄上昇, Ⅱ產業投入係數減少

I-0表			$(I-A)^{-1}$		
0.1	0.5	0.2	2.27	1.72	1.19
0.4	0.2	0.43	1.68	2.67	1.49
0.3	0.2	0.0	1.02	1.05	1.66
0.2	0.1	0.37			

〈表 8〉

1. 同一比率의 境遇

境 遇	生 產 額			
	I產業	Ⅱ產業	家 計	貯蓄增加分
1-I-1	196.57	268.73	112.72	7.86
1-I-2	200.98	260.71	112.44	8.04
1-I-3	204.73	269.29	107.09	8.19
1-Ⅱ-1	196.57	268.73	112.71	5.37
1-Ⅱ-2	199.46	263.47	112.53	5.27
1-Ⅱ-3	201.93	269.09	109.02	5.38
1-Ⅲ-1	196.56	268.25	112.71	6.76
1-Ⅲ-2	200.28	262.00	112.49	6.75
2-I-1	192.34	276.39	112.98	7.69
2-I-2	196.56	268.73	112.72	7.86
2-I-3	200.14	277.25	107.49	8.01
2-Ⅱ-1	193.55	274.20	112.88	5.48
2-Ⅱ-2	196.57	268.73	112.71	5.37
2-Ⅱ-3	199.02	274.57	109.13	5.49
2-Ⅲ-1	192.83	275.14	112.95	6.78
2-Ⅲ-2	196.57	268.73	112.71	6.76

2. 同一額의 境遇

境 遇	生 產 額			
	I產業	Ⅱ產業	家 計	貯蓄增加分
1-I-1	196.57	268.73	112.72	7.86
1-I-2	200.98	260.71	112.44	8.04
1-I-3	204.73	269.29	107.09	8.19
1-Ⅱ-1	196.56	268.73	112.72	8.06
1-Ⅱ-2	200.89	260.92	112.44	7.83
1-Ⅱ-3	204.61	269.28	107.16	8.08
1-Ⅲ-1	196.57	268.73	112.72	7.89
1-Ⅲ-2	200.89	260.88	112.44	7.87
2-I-1	192.34	276.39	112.98	7.69
2-I-2	196.56	268.73	112.72	7.86
2-I-3	200.14	277.25	107.49	8.01
2-Ⅱ-1	191.99	277.01	113.00	8.31
2-Ⅱ-2	196.58	268.72	112.71	8.06
2-Ⅱ-3	200.28	277.60	107.28	8.33
2-Ⅲ-1	192.22	276.61	112.99	7.91
2-Ⅲ-2	196.56	268.73	112.71	7.89

와 같으며, 減少의 크기 역시 投入係數減少의 크기에 비례하고 있다.

따라서 外生的 最終需要가 증가하지 않는 한 生產(家計의 경우는 家計所得)의 크기는 감소하며, 乘數(所得 및 生產) 역시 감소한다.

둘째, 貯蓄率提高가 特定產業의 投入係數減少로 이루어진 경우, 해당 產業의 生產誘發係數의 크기는 상대적으로 더 작아지는 것으로 나타났다. 또한 貯蓄의 增加가 家計의 投入係數減少에 의해 이루어졌을 때, 家計所得은 모두 감소하는 것으로 나타났다.

한 가지 附記할 것은 貯蓄率提高가 I產業係數의 減少에 의해 이루어진 경우와 家計係數

의 減少에 의해 이루어진 경우 모두, Ⅱ産業 生産誘發係數의 크기는 동일하게 나타났는데, 이것은 특별히 설명하기가 어렵다. 産業構造에 따라서 特定産業이 他部門의 變化에 거의 비슷한 영향을 받을 수도 있다는 것 이외에 별다른 意味는 없는 것 같다. 즉 A行列의 構造에 따라 $(I-A)^{-1}$에서 두번째 行의 첫번째 元素와 세번째 元素의 값이 동일하게 나타났기 때문에 이러한 結果가 나온 것이다.

세째, 증가된 貯蓄分을 外生需要로 再投入하였을 경우, 해당 産業의 生産額은 증가한 것으로 나타났다. 단 特定産業의 投入係數減少에 의해 貯蓄率提高가 이루어졌지만 그 産業部門에 最終需要로 再投入하였을 경우에는 그 産業의 生産額은 生産誘發係數減少에도 불구하고 前과 동일하게 나타났다. 貯蓄의 增加가 特定産業의 投入係數減少에 의해 이루어졌을 경우, 만약 再投入이 그 産業이 아닌 他産業에 대해 이루어졌다면, 그 産業의 生産額은 절대적으로 감소한 것으로 나타났는데 이와 같은 結果는 쉽게 짐작할 수 있다. 한편 特定産業의 生産增加는 他産業의 投入係數減少, 特定産業에 대한 再投入의 경우에 가장 크게 나타났다.

네째, Ⅰ産業의 貯蓄率提高와 Ⅱ産業의 貯蓄率提高를 비교해 볼 때, Ⅱ産業의 貯蓄이 증대했을 때의 生産誘發係數의 감소폭이 작았다. 특히 同一比率의 경우, 그 감소폭이 작았으며, 同一額의 경우는 Ⅱ産業에서의 貯蓄率增加(投入係數減少)가 상대적으로 더 큰 관계로 인하여 減少幅이 同一比率의 경우에 비해 더 컸지만 그래도 Ⅰ産業과 비교해서는 그 減少幅이 작았다.

다섯째, 家計貯蓄率의 提高로 인한 生産誘發係數의 감소폭은 Ⅰ産業貯蓄率 提高의 경우에 비해서는 크게 나타났다. 家計貯蓄率의 提高의 경우(특히 일정비율의 경우), 投入係數減少의 크기가 상대적으로 큰 것임에도 불구하고 生産誘發係數의 감소폭이 그리 크지 않은 것은 아마도 家計에 대한 家計의 投入이 0인 관계로 자체적인 減少의 과정이 없었기 때문인 것 같다.

여섯째, 주어진 貯蓄率增加가 어떤 産業의 投入係數減少로 이루어졌느냐에 따라 生産誘發係數의 크기는 다르게 나타났는데, 家計로부터의 投入을 감소시켰을 경우, 生産誘發係數의 감소는 적었으며, 반면 所得誘發係數의 減少는 큰 것으로 나타났다.

貯蓄率提高가 Ⅰ産業 投入係數의 減少에 의해 이루어졌든, Ⅱ産業 投入係數의 減少에 의해 이루어졌든 家計의 生産誘發係數의 크기는 거의 비슷하게 나타났는데 이것은 産業部門인 Ⅰ産業, Ⅱ産業과, 産業으로 간주한 家計와는 역시 다른 관계를 맺고 있는 것을 반영한 것으로 보인다. 그러므로 勞賃 등을 줄임으로써 企業貯蓄을 제고하는 方法은 産業에 가장

적은 영향을 주는 대신, 家計所得은 가장 적게 만드는 것으로 나타났다.

以上 몇 가지 結果를 보면 결국 產業別 貯蓄率이 다를 경우, 貯蓄率提高가 生產誘發係數의 減少를 가져오지만 產業의 特性(貯蓄率의 差異를 포함)과 產業構造에 따라서 다른 結果를 가져오므로 產業構造 또는 產業聯關이 어떠하냐에 따라 產業別 貯蓄率提高가 미치는 영향이 다르다는 것을 알 수 있다.

일곱째, 家計所得은 產業別(Ⅰ, Ⅱ產業) 投入係數의 減少가 어떤 部門에서 이루어졌든지간에 再投入이 있는 경우, 거의 모두 동일하게 나타났다.

여덟째, 同一比率의 貯蓄增加에 있어서 Ⅱ產業의 投入係數 減少의 경우, 貯蓄의 增加分(α)의 크기가 가장 작게 나타났다. 그 다음이 家計, 그리고 Ⅰ產業 投入係數의 減少의 경우가 α의 크기가 가장 크게 나타났다. 이는 產業의 상대적 크기와 貯蓄率의 크기가 다른 것과 產業構造 等에 연유하는 것 같다.

아홉째, 동일한 貯蓄率의 提高가 이루어졌을 경우 產業別 生產規模와 產業別 貯蓄率의 크기가 증가된 貯蓄額의 크기에는 영향을 주는 것으로 나타났지만, 再投入이 있는 한 전체적인 生產規模나 所得水準에는 별다른 영향을 주지 않는 것으로 나타났다.

以上의 結果에서 우리가 알 수 있는 것은 貯蓄率의 增大가 어떤 產業에서, 어떤 方法으로 이루어졌느냐에 따라, 또 貯蓄增加分을 어떤 產業의 製品購入에 사용하였느냐에 따라 다른 經濟的 波及效果를 가져온다는 것이다. 여기에 덧부쳐 產業別 貯蓄率과 家計의 貯蓄率, 그리고 消費性向이 家計所得의 크기에 영향을 준다는 것이다.

그러므로 貯蓄增大에 있어서, 어떤 戰略을 세우는 것이 가장 效果的이냐 하는 것은 기존의 部門別 貯蓄率과 限界消費性向 뿐만 아니라 產業聯關 또는 產業構造와 밀접한 關係가 있으므로, 現在의 產業構造에 대한 硏究와 이에 따른 貯蓄增大와의 關係를 분석하는 것이 요구된다.

이를 위해서는 產業聯關分析과 製品別(部門別) 消費性向, 그리고 部門別 貯蓄率에 대한 硏究가 먼저 이루어져야 하고, 이를 바탕으로 貯蓄增大, 投資促進, 그리고 消費增大가 어떻게 이루어지는 것이 生產增加와 所得增大에 가장 效果的이냐 하는 것에 대한 分析이 이루어질 필요가 있다.

지금까지 貯蓄增大라면 巨視的인 次元에서 經濟全般의 貯蓄率에만 關心을 기울여 왔다면 이제부터는 產業別, 部門別 貯蓄率과 그 提高方法 등에 關心을 가지고 이를 硏究함으로써 보다 效率的인 國民經濟에의 寄與方案을 강구하여야 한다.

〈附 錄〉

A. 産業部門에서의 貯蓄이 0인 境遇

$$(I-A)^{-1}=\frac{1}{|(I-A)|}adj(I-A)=\frac{1}{|(I-A)|}\begin{bmatrix} C_{11} & C_{21}\cdots & C_{n1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{1n} & C_{2n}\cdots & C_{nn}\end{bmatrix}$$

$$|C_{1n}|=(-1)^{1+n}\begin{vmatrix} -a_{21} & 1-a_{22}\cdots & -a_{2(n-1)} \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{3(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2}\cdots & -a_{n(n-1)}\end{vmatrix}$$

$$|C_{2n}|=(-1)^{2+n}\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12}\cdots & -a_{1(n-1)} \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{3(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2}\cdots & -a_{n(n-1)}\end{vmatrix}$$

그런데 어떤 行(列)을 常數倍하여 다른 行(列)에 더하여도 行列式의 값은 불변이므로 $|C_{1n}|=|C_{2n}|=\cdots=|C_{nn}|$을 증명할 수 있다. 즉, $|C_{2n}|$의 2行에서 n行을 모두 1行에 더한 다음 1行에 -1을 곱해주면

$$|C_{2n}|=(-1)^{1}(-1)^{2+n}\begin{vmatrix} -a_{21} & 1-a_{22}\cdots & -a_{2(n-1)} \\ -a_{31} & -a_{32}\cdots & -a_{3(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2}\cdots & -a_{n(n-1)}\end{vmatrix}=|C_{1n}|$$

이 된다.

以下 같은 方法으로 $|C_{3n}|=|C_{2n}|$, $|C_{4n}|=|C_{3n}|$, …을 구할 수 있고, 따라서 $|C_{1n}|=|C_{2n}|=|C_{3n}|=\cdots=|C_{nn}|$이 된다.

$$|I-A|=\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12}\cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1-a_{22}\cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{1n} & -a_{n2}\cdots & 1\end{vmatrix}$$

에서 2行에서 n行을 모두 1行에 더하여 行列式을 계산하여, 그 1行을 살펴보면

$$(1-\sum_{i=1}^{n}a_{i1},\ 1-\sum_{i=1}^{n}a_{i2},\cdots,1-\sum_{i=1}^{n-1}a_{in})=(0,0,\cdots,a_{0n})$$

이 된다.

따라서

$$|I-A|=a_{0n}(-1)^{1+n}\begin{vmatrix} -a_{21} & 1-a_{22}\cdots & -a_{2(n-1)} \\ -a_{31} & 1-a_{32} & -a_{3(n-1)} \\ \vdots & & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2}\cdots & -a_{n(n-1)}\end{vmatrix}=a_{0n}|C_{1n}|$$

이 되어

$$(I-A)^{-1}=\frac{1}{|(I-A)|}\text{adj}(I-A)=\begin{pmatrix} \frac{C_{11}}{a_{0n}|C_{1n}|} & \frac{C_{21}}{a_{0n}|C_{1n}|} \cdots & \frac{C_{n1}}{a_{0n}|C_{1n}|} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{C_{1n}}{a_{0n}|C_{1n}|} & \frac{C_{2n}}{a_{0n}|C_{1n}|} \cdots & \frac{C_{nn}}{a_{0n}|C_{1n}|} \end{pmatrix}$$

그런데 앞에서 $|C_{1n}|=|C_{2n}|=\cdots=|C_{nn}|$이므로 $(I-A)^{-1}$의 n번째 行은 모두 $1/a_{0n}$으로 同一한 값(家計의 限界貯蓄性向의 逆數)을 가짐을 알 수 있다.

B. 產業部門에서의 貯蓄이 0이 아닌 境遇

앞서와 마찬가지로 行의 덧셈, 순서바뀜에 의해

$$|C_{in}|=(-1)^{i+n}\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdots -a_{1(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{(i-1)1} & -a_{(i-1)2} & \cdots -a_{(i-1)(n-1)} \\ -a_{(i+1)1} & -a_{(i+1)2} & \cdots -a_{(i+1)(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots -a_{n(n-1)} \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdots -a_{1(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{(i-1)1} & -a_{(i-1)2} & \cdots -a_{(i-1)(n-1)} \\ -a_{(i+1)1} & -a_{(i+1)2} & \cdots -a_{(i+1)(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{i1}-a_{01} & -a_{i2}-a_{02} & \cdots -a_{i(n-1)}-a_{0(n-1)} \end{vmatrix}$$

$$=(-1)^{i+n+1}\left(\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1(n-1)} \\ -a_{21} & 1-a_{22} & \cdots & -a_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{i1} & -a_{i2} & \cdots & -a_{1(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{(n-1)1} & -a_{(n-1)2} & \cdots & 1-a_{(n-1)(n-1)} \end{vmatrix}\right.$$

$$\left.+\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{01} & -a_{02} & \cdots & -a_{0(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{(n-1)1} & -a_{(n-1)2} & \cdots & 1-a_{(n-1)(n-1)} \end{vmatrix}\right)$$

그러므로

$$\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{01} & -a_{02} & \cdots & -a_{0(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{(n-1)1} & -a_{(n-1)2} & \cdots & 1-a_{(n-1)(n-1)} \end{vmatrix}$$

이 같을 條件을 구하면 $R_{n1}=R_{n2}=\cdots=R_{n(n-1)}$의 條件이 된다. 例를 들어

$$\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{(i-1)1} & -a_{(i-1)2} & \cdots & -a_{(i-1)(n-1)} \\ -a_{01} & -a_{02} & \cdots & -a_{0(n-1)} \\ -a_{(i+1)1} & -a_{(i+1)2} & \cdots & -a_{(i+1)(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{(n-1)1} & -a_{(n-1)2} & \cdots & 1-a_{(n-1)(n-1)} \end{vmatrix} \text{과} \begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{i1} & -a_{i2} & \cdots & -a_{i(n-1)} \\ -a_{01} & -a_{02} & \cdots & -a_{0(n-1)} \\ -a_{(i+2)1} & -a_{(i+2)2} & \cdots & -a_{(i+2)(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{(n-1)1} & -a_{(n-1)2} & \cdots & 1-a_{(n-1)(n-1)} \end{vmatrix}$$

이 동일하므로 두번째 行列式의 i行과 $i+1$行을 바꾸어서 첫번째 行列式에 더하면

$$\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{(i-1)1} & -a_{(i-1)2} & \cdots & -a_{(i-1)(n-1)} \\ -a_{01} & -a_{02} & \cdots & -a_{0(n-1)} \\ 1-\sum_{k=i+1(k\neq i)}^{n} a_{k1}-a_{01} & & \cdots & 1-\sum_{k=i+1(k\neq i)}^{n} a_{k(n-1)}-a_{0(n-1)} \\ -a_{(i+2)1} & & \cdots & -a_{(i+2)(n-1)} \\ \vdots & & & \vdots \\ -a_{(n-1)1} & & \cdots & 1-a_{(n-1)(n-1)} \end{vmatrix}=0$$

그러므로

$$\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{(i-1)1} & -a_{(i-1)2} & \cdots & -a_{(i-1)(n-1)} \\ -a_{01} & -a_{02} & \cdots & -a_{0(n-1)} \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & -a_{n(n-1)} \\ -a_{(i+2)1} & -a_{(i+2)2} & \cdots & -a_{(i+2)(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{(n-1)1} & -a_{(n-1)2} & \cdots & 1-a_{(n-1)(n-1)} \end{vmatrix}=0$$

.

따라서 $(-a_{01}\cdots-a_{0(n-1)})$과 $(-a_{n1}\ -a_{n2}\cdots-a_{n(n-1)})$이 線型從屬이어야 성립된다. 즉 $a_{0k}=ca_{nk}(k=1,\cdots,n-1)$이 됨을 알 수 있다. (但 여기에서 c는 常數.)

參 考 文 獻

姜光夏, 『產業聯關分析論』, 比峰出版社, 1985.

Chenery, H.B., and Clark, P.G., *Interindustry Economics*, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1959.

Moore, F.T., "Regional Economic Reaction Paths," *American Economic Review*, May 1955.