動學模型을 利用한 土地政策의 效果分析(1)

具　本　昶

토지는 생산용도뿐 아니라 주거용도로도 이용되는데 可用土地의 宅地·生產用地間 配分은 資本스톡 또는 消費水準에 영향을 미칠 수 있으므로 토지의 용도간 배분을 조정하려는 정책이 자주 시행된다. 토지를 도입한 기존의 연구들에 있어 토지의 역할이 생산용도에 국한되므로 이같은 문제를 다루기 어렵다. 이 논문에서는 異時的 最適資源配分模型에 소비재와 宅地서비스를 독립변수로 하는 Alonso(1964)의 효용함수를 도입하였는데 定常狀態(stationary state) 균형점으로의 收斂經路가 존재할 경우 시장배분이 이 경로를 따름을 보였고, 宅地地代稅와 用途地域制의 효과에 대해 살펴보았다.

1. 머 리 말

주지하듯이 토지는 生產用途뿐 아니라 住居用途로도 이용된다. 예컨대 우리 나라의 경우 都市計劃區域을 용도지역별로 구분할 경우 1992년말 현재 주거지역면적(1,528.3km²)이 상·공업지역(750.9km²)보다 더 크다[물론 이같은 용도지역별 구분이 용도별 구분과 반드시 일치하는 것은 아니다(내무부, 『도시연감』, 1993)].

이 경우 可用土地의 宅地·生產用地간 배분은 소비 또는 자본스톡규모에 영향을 미칠 수 있다 [이 논문에서는 주거용도에 이용되는 토지를 宅地, 상업용 및 공업용에 이용되는 토지를 生產用地라고 정의한다]. 즉 개인의 입장에서 볼 때 소유토지중 자신의 택지로 이용하는 면적을 늘릴수록 生產用地로 賃貸하는 면적이 줄므로 생산용지로부터의 地代所得이 감소하며 이에 따라 소비 또는 저축규모가 감소할 수 있고, 경제 전체로서도 가용토지의 더욱 많은 부분이 住居用途에 이용될수록 소비 또는 자본스톡규모가 감소할 수 있다.

따라서 정부는 土地의 用途間 配分을 調整함으로써 소비 또는 자본스톡규모를 변경할 수 있게 되는데 실제로 이같은 조정은 적지 않게 이루어진다. 가용토지의 더욱 많은 부분이 생산에 투입되도록 하기 위해 宅地地代(또는 宅地地價)에 대한 課稅率을 높이든가 또는 用途地域制를 통해 토지이용을 규제하는 것 등이 그 예라 할 수 있다.

(1) 이 논문은 필자의 박사학위논문("住宅價格 및 土地配分에 대한 動學的 硏究," 서울대학교 대학원 경제학과, 1993) 제3장을 정리한 것임. 논문을 지도해 주신 錢英燮 敎授, 값진 조언을 주신 李之舜 敎授, 姜洪烈 博士께 감사드리며 내용상 오류나 미비한 점이 있다면 전적으로 필자의 책임임을 밝힙니다.

그런데 토지를 도입한 기존의 연구들에 있어 토지의 역할이 生產用途에 국한되므로[(2)] 이 같은 문제를 다루기 위해서는 택지를 도입할 필요가 있다. 이것을 위해 통상의 효용함수 대신 消費財와 宅地서비스를 독립변수로 하는 Alonso(1964)의 效用函數를 이용하였다.[(3)] 또한 개인의 극대화문제를 설명하기 위해 Blanchard and Fisher(1988)의 異時的 最適資源配分模型을 이용하였다.[(4)] 이들의 모형에서 개인은 效用極大化를 위해 산출의 소비·저축간 배분을 결정하나 이 논문에서는 이와 동시에 가용토지의 택지·생산용지간 배분이 결정된다. 이하의 2,3절에서는 市場配分에 대해, 4절에서는 宅地地代稅 및 用途地域制의 효과에 대해 각각 살펴보았다.

2. 個人과 企業의 極大化行動

2.1. 生產函數 및 效用函數

이하에서는 생산요소로서 勞動, 資本 이외에 生產用地를 포함시켰고, 또한 消費財와 宅地서비스를 소비하는 개인을 상정한다. 產出은 자본 K_t, 노동 N 및 생산용지 L_{2t}를 이용해 생산되며 산출은 소비되든가 투자되는데 노동은 불변으로 가정한다[(2.1)식]. 생산함수를 1次同次로 가정하면 (2.1)식은 (2.2)식과 같이 바꿀 수 있다.

(2.1) $$Y_t=F(K_t, N, L_{2t})=C_t+dK_t/dt.$$

(2.2) $$f(k_t, l_{2t})=c_t+dk_t/dt.$$

여기서 $f(\cdot)=Y_t/N$, $k_t=K_t/N$, $c_t=C_t/N$, $l_{2t}=L_{2t}/N$ 등은 1인당 수치이다.

$f(\cdot)$는 (k, l_2) 공간에서 두번 연속적으로 微分可能하고, 이나다(inada) 조건 및 다음 조건을 만족하는 것으로 가정한다 : $f_1, f_2>0$, $f_{12}>0$, $f_{11}, f_{22}<0$, $f_{11}f_{22}>f_{12}^2$ [$f_{12}>0$ 및 효용

(2) 예컨대 Meade(1968), Nichols(1970), Scheper and Reicherbach(1975) 등이 있다. Meade(1968)는 토지를 포함한 성장모형의 효시로서 경제성장과 분배문제 일반을 다루었고, Nichols(1970)는 토지가 저축수단이 될 경우 성장과정에서 極大消費經路가 달성될 수 없음을 보였으며, Scheper and Reicherbach(1975)는 시뮬레이션 분석을 통해 토지세의 효과를 분석하였다. 이들 모형에서는 토지의 역할이 生產用途에 국한되는데 이같은 점은 세대중첩모형을 이용한 분석에서도 마찬가지이다. 예컨대 토지세 효과를 살펴본 Feldstein(1977), Ihori(1990)와 토지의 資本化效果가 재정정책의 歸着에 미치는 효과를 분석한 Chamley and Wright(1987) 등이 있다.

(3) 주지하듯이 택지에 대한 분석은 Alonso(1964)를 효시로 하는 都市經濟學에서 시도되었는데 알론소의 효용함수는 都市靜學, 都市動學에서 널리 이용되고 있다[이에 대해서는 Fujita(1989), Miyao(1987) 참조]. Alonso(1964)와는 달리 Muth(1969)등은 개인이 住宅서비스를 직접 소비하되 택지는 주택건축을 위한 中間財로 이용되는 보다 현실적인 상황을 모형화하였고, Wheaton(1982)은 소비재, 택지 및 주택자재를 독립변수로 하는 효용함수를 이용하였다.

(4) 이들은 Ramsey(1928)가 해결하고자 한 소비·저축간 최적배분문제에 대해 최적 통제 이론(optimal control theory)을 이용하여 해를 구했는데 양 결과는 동일하다.

함수에서의 $u_{12}>0$은 동학경로 파악을 위해 요청됨]. 또한 初期 條件은 $k_0>0$으로 가정한다. 可用土地 L은 불변으로 가정하며 L이 宅地(L_{1t}) 및 生産用地(L_{2t}) 등으로 이용될 수 있다고 하면, 각 시점에서 $L_{1t}\geq 0$, $L_{2t}\geq 0$, $L_{1t}+L_{2t}\leq L$ 즉 $l_{1t}(=L_{1t}/N)\geq 0$, $l_{2t}\geq 0$, $l_{1t}+l_{2t}\leq l$ $(=L/N)$이 성립한다.

한편 消費財와 宅地서비스를 소비하는 개인이 無限히 生存하는 것으로 가정하면 개인의 효용은 다음 (2.3)식과 같은 效用積分으로 표시되는데 이와 같은 효용적분을 사용한 예로 Kanemoto(1980), Fujita(1983)가 있다.

$$U_s=\int_s^\infty u(c_t,l_{1t})\ \exp[-\theta(t-s)]dt. \tag{2.3}$$

여기서 θ는 개인의 主觀的 割引率로서 엄정양이다. $u(\cdot)$는 (c,l_1) 공간에서 두번 연속적으로 미분가능하고, 이나다 조건 및 다음 조건을 만족하는 것으로 가정한다 : $u_1,u_2>0$, $u_{12}>0$, $u_{11},u_{22}<0$, $u_{11}u_{22}>u_{12}{}^2$.

2.2. 個人과 企業의 極大化行動

完全豫見을 지닌 多數의 同質的 個人 및 企業들로 구성된 分權化된 경제에 대해 노동, 자본서비스 및 토지서비스 등 세개의 경쟁적 要素市場을 상정하는데 각 요소서비스의 均衡價格을 각각 w_t, i_t, r_t라고 하자.

개인 m은 노동, 자본(k_t^m), 토지(l_t^m)를 소유하는데, 세 요소시장에 이들 서비스를 非彈力的으로 공급하여 要素所得을 벌고 또한 토지로부터 資本利得을 얻는다. 소득은 消費(c_t^m) 및 宅地賃貸料($r_tl_{1t}^m$)로 지출되고 나머지는 貯蓄된다. 저축수단을 資本財와 土地로 한정하면 저축은 자본재증가, 토지보유증가 및 현 보유토지의 자본이득으로 구성된다. 즉,

$$\begin{aligned} &w_t+i_tk_t^m+(r_t+dp_t/dt)l_t^m \\ &=c_t^m+r_tl_{1t}^m+dk_t^m/dt+(p_t+dp_t/dt)(dl_t^m/dt)+(dp_t/dt)l_t^m. \end{aligned} \tag{2.4}$$

단 初期의 保有資産 k_t^m, l_t^m은 모든 개인에 있어 동일하며 資本財價格은 1이며 불변이라고 가정한다. 자본재와 토지 두 자산으로부터의 수익은 각각 i_t, r_t+dp_t/dt이므로 만일 $p_ti_t>r_t+dp_t/dt$이면 모든 개인의 토지수요는 0이 되는데 토지스톡이 (+)이므로 不均衡狀態가 되며 $p_ti_t<r_t+dp_t/dt$이면 개인의 자본재수요는 0이 되므로 이나다 조건과 모순된다. 반면 $p_ti_t=r_t+dp_t/dt$이면 개인은 자본재와 토지에 대해 무차별하므로 均衡이 성립할 수 있다. 따라서 이하에서는 다음과 같은 裁定條件(arbitration condition)이 성립할 경우에 대해 분석한다.

(2.5) $$dp_t/dt = p_t i_t - r_t.$$

이 경우 각 개인의 자본재 또는 토지수요는 不決定的이 되므로 개인별로 자본재 및 토지 보유규모는 상이할 수 있으나 완전예견하에서는 각 개인의 자산액 및 소비재·택지서비스 수요가 자본재 및 토지의 平均値(k_t, l)를 보유한 개인의 자산액 및 소비재·택지서비스 수요와 일치하게 된다. 따라서 모든 개인의 자산보유액 및 소비재·택지서비스 수요가 동일하게 되는데 이에 대해 살펴보자.

(2.5)식이 성립하면 (2.4)의 좌변에서 $i_t k_t^m + (r_t + dp_t/dt) l^m = (k_t^m + p_t l^m) \cdot i_t$가 되므로 개인의 자산액을 ρ_t^m $(\equiv k_t^m + p_t l^m)$라 놓으면 (2.4)는 다음과 같이 된다.

(2.4)′ $$w_t + \rho_t^m i_t = c_t^m + r_t l_{1t}^m + d\rho_t^m/dt.$$

그런데 자본재 및 토지의 평균치 (k_t, l)를 보유한 개인의 자산액을 $\rho_t(\equiv k_t + p_t l)$이라 하면 $\rho_t^m = \rho_t$, all m, t가 성립한다. 왜냐 하면 정의로부터 $(\sum_m \rho_t^m)/N = \rho_t$이므로 $\rho_t^m > \rho_t$인 개인 m이 존재한다면 $\rho_t^m < \rho_t$인 개인 m이 반드시 존재하게 되는데 이것은 초기 보유자산이 모든 개인에 있어 동일하다는 가정과 모순된다. 따라서 매 시점에서 각 개인의 자산보유액이 동일함을 알 수 있다. (2.4)′에서 ρ_t^m을 ρ_t으로 대치하여 정리하면 다음을 얻는다.

(2.6) $$w_t + i_t k_t + r_t l = c_t^m + r_t l_{1t}^m + dk_t/dt.$$

$\{w_t, i_t, r_t\}$를 임금, 이자 및 토지임대료 균형값의 시계열이라고 하면 개인은 $t=0$ 시점에서 (2.6)을 제약식으로 하여 (2.3)을 극대화한다. 즉,

$$U_0 = \int_0^\infty u(c_t^m, l_{1t}^m) \cdot \exp(-\theta t)\, dt$$

$$\text{s.t. } w_t + i_t k_t + r_t l = c_t^m + r_t l_{1t}^m + dk_t/dt.$$

개인은 자본, 노동 및 토지서비스를 비탄력적으로 공급하는데 자본은 以前 決定의 결과이고 노동과 토지서비스는 주어진 것이므로 각 시점에서 개인이 결정해야 하는 것은 消費 및 宅地서비스에 대한 수요이다. 이 극대화 문제와 관련된 해밀토니언은 다음과 같다.

(2.7) $$H_t = [u(c_t^m, l_{1t}^m) + q_t \cdot \{w_t + i_t k_t + r_t l - c_t^m - r_t l_{1t}^m\}] \cdot \exp(-\theta t)$$

$$\text{단, } 0 \le l_{1t}^m \le l, \;\; k_t > 0, \;\; k_0 > 0.$$

최적화를 위한 필요조건을 구하면 다음과 같다.

(2.8) $$u_{1t}(c_t^m, l_{1t}^m) = q_t,$$

(2.9) $$u_{2t}(c_t^m,\ l_{1t}^m)=q_t r_t,$$

(2.10) $$dq_t/dt=q_t[\theta-i_t],$$

(2.2) $$dk_t/dt=f(k_t, l_{2t})-c_t,$$

(2.11) $$\lim_{t\to\infty}k_t\cdot q_t\cdot\exp(-\theta t)=0.$$

土地서비스市場은 개인의 택지에 대한 수요 및 기업의 생산용지에 대한 수요의 합이 가용토지와 일치할 경우 均衡이 되므로 (2.2)식에서 $l_{2t}=l-l_{1t}$가 성립한다. (2.8), (2.9)식에서 보듯이 상태보조변수(costate variable) q_t와 토지임대료 r_t가 주어지면 c_t^m, l_{1t}^m가 각각 m과 무관하게 일의적으로 결정된다. 즉 개인별로 資產保有形態가 상이하더라도 각 개인의 소비 및 택지서비스수요는 동일함을 알 수 있다 [이하에서는 c_t^m, l_{1t}^m에 대해 상첨자 m을 생략한다].

따라서 (2.6)식에서 보듯이 각 개인의 행동은 자본재와 토지의 평균치 (k_t, l)를 보유한 개인의 행동과 동일한데 後者의 경우 지가의 변동으로 인한 소득변화 [$(dp_t/dt)\cdot l$]가 모두 저축변화[$(dp_t/dt)\cdot l$]로 相殺되므로 지가의 변동은 어떤 개인의 행동에도 영향을 미치지 못한다. 다만 극대화행위 결과 r_t, i_t가 결정되면 지가는 (2.5)식에 따라 변동할 뿐이다.

(2.8), (2.9)식에서 q_t를 소거하면 $u_{1t}=u_{2t}\cdot r_t$이 되는데 이 식은 각 시점에서의 소비재와 택지간 배분조건으로 가격 1단위가 산출하는 限界效用이 재화별로 동일함을 의미한다. l_1을 불변으로 놓고 (2.8), (2.10)식에서 q_t를 소거하면 $(dc_t/dt)\cdot u_{11}(\cdot)/u_1(\cdot)=\theta-f_1$이 되는데 이 식은 資本의 限界生產이 割引率보다 크면 현재 소비를 줄이고 대신 장래 소비를 늘리는 것이 유리함을 의미하는 재화의 異時的 最適資源配分條件이다. (2.11)식은 臨界條件(transversality condition)이다.

한편 기업은 각 시점에서 이윤을 극대화하는데 생산함수가 (2.2)이므로 이윤극대화의 1계조건은 다음과 같다.

(2.12)
$$f_1(k_t, l_{2t})=i_t,$$
$$f_2(k_t, l_{2t})=r_t,$$
$$f-f_1(\cdot)k_t-f_2(\cdot)l_{2t}=w_t.$$

3. 均衡經路

이하에서는 시장배분의 균형경로를 살펴본다. 動學體系는 다음 (2.2), (2.10)과 같은데 이하에서는 位相圖(phase diagram)를 이용하여 k, q의 변화를 살펴본다.

(2.2) $dk_t/dt = f(k_t, l_{2t}) - c_t,$

(2.10) $dq_t/dt = q_t[\theta - f_1(\cdot)].$

이것을 위해 우선 (2.8), (2.9), (2.12)식을 이용하여 c, l_1을 k, q의 함수형태로 바꾸어야 한다. (2.8), (2.9)의 c, l_1에 대한 야코비행렬식이 $|J| \neq 0$이므로 陰函數定理에 따라 c, l_1이 k, q의 함수가 된다.

(2.8)′ $c = g(k, q), \quad g_1, g_2 < 0,$

(2.9)′ $l_1 = h(k, q), \quad h_1, h_2 < 0.$

여기서 함수 g, h는 연속이고 $g_i, h_i, i = 1, 2$도 연속이다[g_i, h_i의 부호에 대해서는 〈附錄〉 證明1 참조].

3.1. 分界線

(2.8)′, (2.9)′식을 이용하여 分界線 $dk_t/dt = 0$, $dq_t/dt = 0$을 도출하자. (2.2)에서 $dk_t/dt = 0$는 $f(\cdot) - c = 0$와 동치인데 이 식을 전미분하면, $(f_1 - f_2h_1 - g_1)dk - (f_2h_2 + g_2)dq = 0$이다. $f_1 - f_2h_1 - g_1 > 0$, $f_2h_2 + g_2 < 0$이므로, $dq/dk|_{dk/dt=0} < 0$ 즉 $dk_t/dt = 0$은 右下向한다.

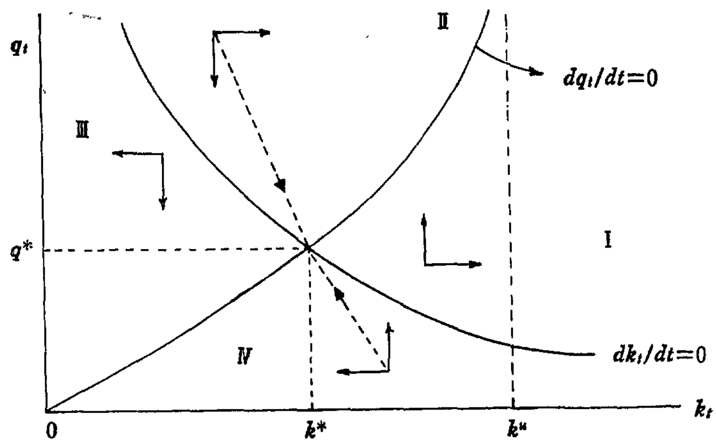
한편 (2.10)식에서 $dq_t/dt = 0$는 $q_t[\theta - f_1(\cdot)] = 0$와 동치인데 이 식을 전미분하면, $(-f_{11} + f_{12}h_1)dk + (f_{12}h_2)dq = 0$이다. $-f_{11} + f_{12}h_1 > 0$, $f_{12}h_2 < 0$이므로, $dq/dk|_{dq/dt=0} > 0$ 즉 $dq_t/dt = 0$은 右上向하는데 $k \to 0$일 때 $q > 0$이 된다 [$\because k \to 0$, $q \to 0$이면 $c \to \infty$이므로 (2.9)식에서 $u_2(\cdot)/q$의 값이 확정되지 않는다]. 그런데 $l_2 = l$일 때 $\theta = f_1(k, l)$을 만족시키는 k를 $k = k''$라 하면 $l_2 < l$일 때 $\theta = f_1(k, l_2)$를 만족시키는 k는 k''보다 작으므로 $dq_t/dt = 0$은 $k < k''$에 대해 정의된다. 이것을 圖示하면 〈그림 1〉과 같은데 두 분계선의 交叉點(k^*, q^*)가 정상상태 균형점이다.

$k_t = k^*$일 때 $q_t > q^*$이면 l_1, c가 감소하므로 $f(\cdot) > c$가 된다. 따라서 $dk_t/dt = 0$의 右側에서는 자본스톡이 증가한다. 한편 $q_t = q^*$일 때 $k_t > k^*$이면 $\theta > f_1(\cdot)$ [$\because f_{11} - f_{12}h_1 < 0$]이므로 q가 증가한다. 따라서 $dq_t/dt = 0$의 右側에서는 q_t가 증가한다[〈그림 1〉 참조].

3.2. 均衡經路

$dk_t/dt = 0$, $dq_t/dt = 0$ 두 곡선은 평면을 Ⅰ∼Ⅳ의 네개의 상한으로 나눈다. 각 상한에서 k, q의 변동방향은 화살표로 표시되어 있다. Ⅰ상한에서 출발하는 경우 k, q는 모두 증가하므로 Ⅰ상한내에서 解經路가 교차가능한 경계는 $dq/dt = 0$이다. 그러나 경로가 이 경계에 도달하면 $dq_t/dt = 0$, $dk_t/dt > 0$이 성립하므로 경로는 Ⅰ상한으로 복귀하게 된다. 즉 Ⅰ상한에서 출발한 경로는 Ⅰ상한을 떠날 수 없다.

그런데 Ⅰ상한에서 출발한 경로는 개인의 효용극대화를 충족시킬 수 없는데 이것은 이



〈그림 1〉

경로보다 優越한 경로가 존재하기 때문이다. 즉 k가 無限大로 發散할 경우 q가 유한한 실수로 收斂할 수는 없으므로($\because$ $k \to \infty$일 때 $dq_t/dt = \theta - f_1(\cdot) \to \theta$) 어떤 시점(예컨데 t_1)에서 $k_t > k^*$, $q_t > q^*$가 된다. 따라서 t_1 이후에는 $c < g(k^*, q^*)$, $l_1 < h(k^*, q^*)$이므로 t_1 시점에서 $k = k^*$, $q = q^*$가 될 때까지 소비와 택지면적을 증가시킨 후 t_1 이후에 정상상태 균형점에 머물 경우 개인의 효용이 증가한다 [이같은 증명방법에 대해서는 1재모형에 대해 동일한 방법을 사용한 Arrow and Kurz(1970, p. 67) 참조].

III상한에서 출발하는 경우 k, q는 모두 감소하므로 III상한내에서 해경로가 교차가능한 유일한 경계는 $dq_t/dt = 0$이다. 그러나 경로가 이 경계에 도달하면 $dq_t/dt = 0$, $dk_t/dt < 0$이 성립하므로 경로는 III상한으로 복귀하게 된다. 즉 III상한에서 출발한 경로는 III상한을 떠날 수 없다. 그런데 경제는 유한시간내에 0의 자본스톡에 도달하므로 [$\because$ $d^2k_t/dt^2 = (f_1 - f_2 h_1 - g_1)(dk_t/dt) - (f_2 h_2 + g_2)(dq_t/dt) < 0$], 이 경로는 $k_t > 0$의 制約을 違反한다.

IV(II)상한에서 출발하는 경우 k는 감소(증가)하나 q는 증가(감소)한다. 경로가 IV(II) 상한에 머문다면 균형점으로 수렴하나, IV(II)상한을 떠날 수도 있다. 즉 $dq_t/dt = 0$과 교차할 경우 III(I)상한으로 진입하고 $dk_t/dt = 0$와 교차할 경우 I(III)상한으로 진입하게 된다.

이상의 논의를 통해 IV(II)상한에서 균형점으로의 收斂經路가 존재할 경우 시장은 이 경로를 따르게 됨을 보였다. 收斂經路의 存在에 대해서는 균형점 주위에서만 존재여부를 보일 수 있는데 이것을 위해서는 균형점이 局地的 鞍裝點임을 보이면 된다. $dk_t/dt = f(\cdot) - c \equiv X(k, q)$, $dq_t/dt = q_t[\theta - f(\cdot)] \equiv Y(k, q)$라고 놓으면, 균형점$(k^*, q^*)$에서 $(X_1 - Y_2)^2 + 4X_2 Y_1 > 0$, $X_1 Y_2 - X_2 Y_1 < 0$ 이므로 행렬식 $J \equiv \begin{vmatrix} X_1 - v & X_2 \\ Y_1 & Y_2 - v \end{vmatrix} = 0$의 두근이 부호가 상이

한 실근이 된다. 즉 균형점은 국지적 안장점이 되므로 수렴경로가 존재한다. 시장배분이 수렴경로를 따를 경우 k, q의 변화방향이 상이한데 h_1, h_2가 모두 (−)이므로 p의 변화방향은 불확실하다. 또한 k, q와 더불어 p가 수렴하도록 하는 p의 초기값이 존재함을 보일 수 있다[〈附錄〉 證明2 참조].

4. 土地政策의 效果

4.1. 定常狀態均衡

변수들의 정상상태 균형값을 확정짓기 위해서 콥-더글라스 효용함수와 생산함수를 도입한다.

효용함수 : $u(c_t, l_{1t})=c_t^z\, l_{1t}^{1-z},\ \ 0<z<1,$

생산함수 : $f(k_t, l_{2t})=k_t^a\, l_{2t}^b,\ \ a, b>0,\ \ a+b<1.$

이같은 효용함수와 생산함수는 모형에서 도입한 효용 및 생산함수 특성과 일치하므로 정상상태 균형점이 鞍裝點으로서 존재하게 되는데 각 변수의 균형값을 *로 표시하면 변수들간에는 다음 조건이 성립한다.

$$u_1(\cdot)=z\cdot u(c^*,\ l_1^*)/c^*=q^*,$$

$$u_2(\cdot)=(1-z)\cdot u(c^*,\ l_1^*)/l_1^*=bq^*k^{*a}\cdot(l-l_1^*)^{b-1},$$

$$\theta=ak^{*a-1}(l-l_1^*)^b,$$

$$c^*=k^{*a}(l-l_1^*)^b.$$

聯立方程式을 풀면 다음과 같다.

$$l_1^*=l(1-z)/[1-z+bz],$$

$$k^*=(a/\theta)^{1/(1-a)}(l-l_1^*)^{b/(1-a)},$$

$$c^*=(a/\theta)^{a/(1-a)}(l-l_1^*)^{b/(1-a)},$$

$$q^*=z(a/\theta)^{a/(a-1)}(l-l_1^*)^{b/(a-1)},$$

$$i^*=\theta,$$

$$r^*=bc^*/l_2^*.$$

l_1^*은 1인당 토지규모$(=l)$와 宅地選好度$(=1-z)$에 비례하나 土地分配分(b)에는 반비례하는 반면, $l_2^*(=l-l_1^*)$는 l과 b에는 비례하나 $(1-z)$에는 반비례한다. 또한 자본스톡(및 소비수준)은 모두 l_1^*(또는 l_2^*)만의 함수가 된다. 즉 $k^*=(a/\theta)^{1/(1-a)}\cdot(l-l_1^*)^{b/(1-a)}\equiv\nu(l_1^*)$, $\nu'<0, \nu''>0$. 정부는 자본스톡(및 소비수준)의 정상상태 균형값을 변화시킬 수 있는데 이것을 위한 政策代案으로서 택지지대세와 용도지역제의 효과를 살펴본다.

4.2. 宅地地代稅

2절에서와 같은 이유로 개인의 행동은 자본재와 토지의 평균치를 보유한 개인의 행동과 같으므로 여기서는 후자에 대해서만 논의한다. 택지지대에 대해서만 $\tau(>0)$율로 과세될 경우 택지와 생산용지로부터의 稅後地代가 같도록 宅地地代가 세율만큼 引上되는데 택지와 생산용지의 稅前地代를 r_{1t}, r_{2t}라 하면 $r_{1t}=r_{2t}(1+\tau)$가 된다. 개인의 수입은 $w_t+i_tk_t+r_{2t}l+(dp_t/dt)l+z_t$이고($z_t$는 과세분에 해당하는 補助金으로 여기서는 과세분만큼의 보조금이 럼섬형태로 개인에게 지불되는 것으로 가정한다), 지출 및 저축은 $c_t+r_{2t}(1+\tau)l_{1t}$, $(dp_t/dt)l+dk/dt$이므로 개인의 예산제약은 다음과 같이 된다.

$$w_t+i_tk_t+r_{2t}l+z_t=c_t+r_{2t}(1+\tau)l_{1t}+dk_t/dt.$$

극대화를 위한 필요조건은 다음과 같다.

$$u_1(\cdot)=q_t, \tag{2.8}$$

$$u_2(\cdot)=q_tr_{2t}(1+\tau)=q_tf_2(\cdot)(1+\tau), \tag{4.1}$$

$$dq/dt=q_t(\theta-i_t)=q_t[\theta-f_1(\cdot)], \tag{2.10}$$

$$dk_t/dt=f(k_t, l_{2t})-c_t. \tag{2.2}$$

(4.1)은 개인의 입장에서 볼 때 택지서비스의 機會費用이 課稅分만큼 증가한 것을 의미한다. 課稅後 해의 경로는 비과세의 경우와 동일한 특성을 지니므로 여기서는 콥-더글라스 효용함수 및 생산함수 하에서 정상상태 균형점의 변동만을 살펴보는데 課稅效果를 요약하면 다음과 같다.

$$l_1^*=l(1-z)/[1-z+bz(1+\tau)],$$

$$k^*=(\theta/a)^{1/(a-1)}(l-l_1^*)^{b/(1-a)},$$

$$c^*=(\theta/a)^{a/(a-1)}(l-l_1^*)^{b/(1-a)},$$

$$q^*=z(\theta/a)^{a/(1-a)}(l-l_1^*)^{b/(a-1)},$$

$$i^*=\theta.$$

$$r_2^* = bc^*/l_2^*,$$

$$r_1^* = r_2^*(1+\tau).$$

이 식에 의하면 宅地地代稅는 生產用地規模의 변동을 통하여 모든 변수에 영향을 미치게 되는데 土地分配分(b) 또는 消費財選好度(z)가 작을수록 생산용지증가를 위해 필요한 세율 인상폭이 커지게 된다. 세율 τ가 (+)일 경우 생산용지의 증가를 통해 자본스톡과 소비가 증가하는데 다음의 ν'식에 따르면 생산용지가 증가할 경우 자본스톡(및 소비수준)이 증가하는 정도는 割引率(θ) 또는 소비재선호도(z)가 작을수록 커짐을 알 수 있다 : $\nu' = \{b/(1-a)\}\cdot(a/\theta)^{1/(1-a)}\cdot(l-l_1^*)^{(a+b-1)/(1-a)}$. 한편 비과세시 지대를 r^*라 하면 稅前宅地地代(r_1^*)는 r^*보다 커지나 稅後宅地地代(또는 생산용지지대 r_2^*)는 r^*보다 작아진다.

4.3. 用途地域制

이용가능한 토지용도를 지정하며 指定規模 이상의 사용을 禁止하는 용도지역제에 의해 생산용지 및 택지의 利用限度가 정해지면 토지시장이 둘로 구분되는데 각 토지시장에 있어 地代와 地價가 시장별로 상이하게 된다. 이하에서는 두 시장에서 형성되는 地代를 r_{1t}, r_{2t}, 地價를 p_{1t}, p_{2t}라 하고 또한 지정된 토지규모를 각각 $l_2^r\ (>l_2^*)$, $l_1^r = l - l_2^r$라고 하자.

개인의 택지서비스에 대한 수요가 l_1^r보다 작으면 $r_{1t}=0$이 되며, 또한 기업의 생산용지서비스에 대한 수요가 l_2^r보다 작으면 $r_{2t}=0$이 되므로 생산용지서비스 및 택지서비스에 대한 수요는 각각 指定規模와 일치한다. 즉 $l_{1t}=l_1^r$, $l_{2t}=l_2^r$. 용도지역제하에서 개인 m의 토지자산 보유량을 l_{a1t}^m, l_{a2t}^m라 하고 택지서비스에 대한 수요를 l_{1t}^m라 하면 豫算制約은 다음과 같다 :

$$\begin{aligned}(4.2)\qquad & w_t + i_t k_t^m + (r_{1t} + dp_{1t}/dt)\, l_{a1t}^m + (r_{2t} + dp_{2t}/dt)\, l_{a2t}^m \\ &= c_t^m + r_{1t} l_{1t}^m + dk_t^m/dt + (p_{1t} + dp_{1t}/dt)(dl_{a1t}^m/dt) + (dp_{1t}/dt)\, l_{a1t}^m \\ &\quad + (p_{2t} + dp_{2t}/dt)\cdot(dl_{a2t}^m/dt) + (dp_{2t}/dt)\, l_{a2t}^m.\end{aligned}$$

$r_{jt} + dp_{jt}/dt = p_{jt} i_t\ (j=1,2)$가 성립할 경우 자산시장이 균형이 되므로 $k_t^m + p_{1t} l_{a1t}^m + p_{2t} l_{a2t}^m = \rho_t^m$라 놓으면 (4.2)식은 다음과 같이 된다 :

$$w_t + i_t \rho_t^m = c_t^m + r_{1t} l_{1t}^m + d\rho_t^m/dt.$$

정의로부터 $\sum_m \rho_t^m = N(k_t + p_{1t} l_1^r + p_{2t} l_2^r)$인데 모든 개인의 초기자산규모가 동일하다고 가정하면 $\rho_t^m = k_t + p_{1t} l_1^r + p_{2t} l_2^r$가 성립된다. 따라서 (4.2)식은 다음과 같이 된다 :

$$(4.2)' \qquad w_t+i_tk_t+r_{1t}l_1^r + r_{2t}l_2^r=c_t+r_{1t}l_1^r+dk_t/dt.$$

극대화를 위한 필요조건은 다음과 같다.

$$(4.3) \qquad u_1(c_t,\ l_1^r)=q_t,$$

$$(4.4) \qquad u_2(c_t, l_1^r)=q_tr_{1t},$$

$$(4.5) \qquad dq_t/dt=q_t(\theta-i_t)=q_t[\theta-f_1(k_t, l_2^r)],$$

$$(4.6) \qquad dk_t/dt=f(k_t,\ l_2^r)-c_t.$$

해의 경로는 정책이 시행되지 않은 경우와 동일한 특성을 지니므로 앞에서와 같이 콥-더글라스 효용함수 및 생산함수 하에서 정상상태 均衡點의 變動만을 살펴보는데 정책효과를 요약하면 다음과 같다.

$$l_1^*=l_1^r,$$

$$k^*=(\theta-a)^{1/(a-1)}(l_2^r)^{b/(1-a)},$$

$$c^*=(\theta/a)^{a/(a-1)}(l_2^r)^{b/(1-a)},$$

$$q^*=z(\theta/a)^{a/(1-a)}(l_2^r)^{b/(a-1)},$$

$$i^*=\theta,$$

$$r_1^*=\beta c^*/(\alpha l_1^r),$$

$$r_2^*=bc^*/l_2^r.$$

즉 생산용지지대가 감소하는 반면 자본, 소비 및 택지지대는 증가하는데 택지지대세 부과 이후의 宅地規模가 용도지역제 하에서의 宅地指定規模와 일치하면 兩 政策效果는 同一하게 된다.

5. 맺 음 말

이상과 같이 하여 토지의 宅地로서의 기능을 도입할 경우 나타나는 市場配分을 살펴보았다. 정상상태 균형점으로의 收斂經路가 존재할 경우 시장배분이 이 경로를 따르며 정상상태 균형점 주위에 균형점으로의 수렴경로가 존재함을 확인하였다. 택지가 도입됨에 따라 자본스톡과 소비수준뿐 아니라 宅地 또는 生產用地規模가 결정되는데 콥-더글라스 함수를 가정할 경우 정상상태 균형에서 자본스톡과 소비수준은 생산용지규모만의 함수이며 생산용

지규모는 생산에 있어 土地分配分이 클수록 또는 消費財選好度가 클수록 커지는 것으로 나타났다.

정부가 자본스톡(및 소비수준)의 정상상태 균형값을 변화시키고자 할 경우 배분조정을 위한 대안으로서 宅地地代稅 및 用途地域制의 효과를 살펴보았는데 어느 대안을 사용하든 정부가 의도하는 생산용지(또는 택지규모)를 확보할 수 있다면 양 정책의 효과는 동일한 것으로 나타났다. 콥-더글라스 함수 하에서 생산용지증가로 인해 자본스톡이 증가하는 정도는 割引率 또는 소비재선호도가 작을수록 커지는 것으로 나타났다.

알론소의 효용함수에서는 개인이 택지서비스를 직접 소비하는 다소 비현실적인 상황을 상정하는데 이와 달리 개인이 택지 대신 住宅서비스를 직접 소비하되 택지는 住宅建築을 위한 中間財로 이용되는 Muth(1969) 모형을 도입할 경우 보다 현실적인 논의가 가능할 것이다.

서울大學校 地域綜合硏究所 特別硏究員
151-742 서울특별시 관악구 신림동
전화 : (02) 880-8518
팩시 : (02) 889-0193

〈附 錄〉

證明1 : $G(c, l_1, k, q) \equiv u_1(c, l_1) - q = 0$,

$H(c, l_1, k, q) \equiv u_2(c, l_1) - qf_2(k, l - l_1) = 0$이라 정의하면

$$\begin{bmatrix} g_1 & g_2 \\ h_1 & h_2 \end{bmatrix} = [\partial(G, H)/\partial(c, l_1)]^{-1}\ [-\partial(G, H)/\partial(k, q)]$$

$$= \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{12} & u_{22}+qf_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ qf_{12} & f_2 \end{bmatrix}$$

$$= \{u_{11}(u_{22}+qf_{22}) - u_{12}^2\}^{-1} \begin{bmatrix} -qu_{12}f_{12} & u_{22}+qf_{22}-u_{12}f_2 \\ qu_{11}f_{12} & -u_{12}+u_{11}f_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-) & (-) \\ (-) & (-) \end{bmatrix}$$

證明2 : 이것을 보이기 위해 dk_t/dt, dq_t/dt, dp_t/dt를 균형점 (k^*, q^*, p^*) 近方에서 線形化하면 다음과 같다.

$$dk_t/dt = X_1(k_t - k^*) + X_2(q_t - q^*),$$

$$dq_t/dt = Y_1(k_t - k^*) + Y_2(q_t - q^*),$$

$$dp_t/dt = \{p^*(f_{11} - f_{12}h_1) - f_{12} + f_{22}h_1\} \cdot (k_t - k^*)$$

$$+(-p^*f_{12}h_2+f_{22}h_2)\cdot(q_t-q^*)+f_1(p_t-p^*).$$

이 식을 정리하면,

$$\begin{bmatrix} dk_t/dt \\ dq_t/dt \\ dp_t/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & 0 \\ Y_1 & Y_2 & 0 \\ p^*(f_{11}-f_{12}h_1)-f_{12}+f_{22}h_1 & -p^*f_{12}h_2+f_{22}h_2 & f_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_t-k^* \\ q_t-q^* \\ p_t-p^* \end{bmatrix}$$

우변의 좌측 行列의 特性根은 $(f_1-v)\cdot J=0$의 해가 된다. 그런데 3절에서 보았듯이 $J=0$는 양 및 음의 실수해를 가지므로 특성근 셋중 양의 실근이 2개이며 음의 실근이 하나가 된다. 또한 初期값이 결정된 변수는 k이다. 즉 수렴요소(convergent factor)가 1次元이고 初期點의 餘次元(codimension)이 2이므로 경제를 정상상태 균형점으로 收斂하도록 하는 q, p의 초기값이 일의적으로 존재함을 알 수 있다.

參 考 文 獻

Alonso, W. (1964): *Location and Land Use*, Cambridge, Harvard Univ. Press.

Arrow, K.J., and M. Kurz (1970): *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*, Baltimore, Johns Hopkins Press.

Blanchard, O.E., and S. Fisher (1988): *Lectures on Macroeconomics*, MIT Press.

Chamley, C., and B.D. Wright (1987): "Fiscal Incidence in an Overlapping Generations Model with a Fixed Asset," *Journal of Public Economics*, 32.

Feldstein, M. (1977): "The Surprising Incidence of a Tax on Pure Rent," *Journal of Political Economy*, 85.

Fujita, M. (1983): "Urban Spatial Dynamics: a Review," *Sistem Urbani*, 3.

______(1989): *Urban Economic Theory: Land Use and City Size*, Cambridge, Cambridge Univ. Press.

Ihori, T. (1990): "Economics Effects of Land Taxes in an Inflationary Economy," *Journal of Public Economics*, 42.

Kanemoto, Y. (1980): *Theories of Urban Externalities, Studies in Regional Science and Urban Economics*, North-Holland.

Meade, J.E. (1968): *The Growing Economy*, London, Unwin Univ. Press.

Miyao, T. (1987): "Dynamic Urban Models," in E.S. Mills (ed.), *Handbook of Regional and*

Urban Economics, Vol. 2, North Holland, Elsevier Science Publishers B.V.

Muth, R.F. (1969): *Cities and Housing*, Chicago, Univ. of Chicago Press

Nichols, D.A. (1970): "Land and Economic Growth," *American Economic Review*, 60.

Ramsey, F.P. (1928): "A Mathematical Theory of Saving," *Economic Journal*, 38.

Scheper, W., and H. Reicherbach (1975): "Land Taxation, Land Prices, and the Accumulation of Capital," *Kyklos*, 28.

Wheaton, W.C. (1982): "Urban Residential Growth under Perfect Foresight," *Journal of Urban Economics*, 12.