CES 生產函數와 國際貿易理論

鄭 基 俊

<目 次>

I. 序 言

經濟理論을 展開함에 있어서 生產函數를 特定化할 必要가 있는 많은 경우에는 生產要素相互間의 代替可能性에 관하여 어떤 假定을 할 必要가 있다. 生產要素相互間의 代替現象에 관하여는 實證的인 研究와 檢證이 거의 없이 單純한 假定이 세워졌고 그것은 그대로 자주 反復되어 使用됨으로서, 그대로 認定을 받아오는 수가 많았다. 代替彈力性에 관한 이러한 單純한 假定으로서는 要素의 代替를 전혀 認定하지 않는, 즉 代替彈力性이 0이라고 假定하는, 「왈라스」—「레온티에프」—「해로드」—「도마」의 理論에서의 固定投入係數生產函數와, 代替彈力性이 1임을 假定하는 「코브-더글라스」 生產函數가 있다. 즉 한 企業, 한 產業, 또는 한 나라 經濟 全體를 對象으로 하는 어떤 實證的 分析에서도 위의 두 假定중의 하나가 아닌 것이 없었다고 해도 過言이 아니다. 代替彈力性이 0 또는 1이라는 假定은 數學的인 觀點에서 보면 가장 便利한 擇一的인 假定이라고 볼 수 있다. 그러나 이러한 假定위에서의 經濟分析은 分析의 結論을 不必要하게 制約하는 것이 흔히 經驗할 수 있는 일이다.

代替의 彈力性이 0 또는 1로 固定되어 있다는 假定 때문에 經濟理論의 結論이 不必要하게 制約되는 몇가지 例를 보면, 첫째로, 「해로드」 및 「도마」의 經濟成長模型이 不安定

均衡을 가지게 되는 치명적인 理由는 「솔로우」, 「스완」등이 指摘한 바와 같이 代替彈力性이 0이라는 假定에 있고, 둘째로 國際貿易理論에서 要素價格均等化定理의 前提가 되는 「새뮤엘슨」의 強要素集約度假說은 代替彈力性이 產業間에 不變이라는 假定에서 나온 것으로 볼 수 있고, 셋째로 經濟發展過程에서 生產要素에 대한 所得의 機能的 分配의 相對的 몫의 變化에 관한 理論도 代替彈力性에 관한 假定과 關聯이 되는 것이다.

그러면 生產要素間의 代替彈力性이 모든 產業, 모든 生產形態에서 均一하게 0이 아니면 1이라는 假定은 經驗的으로 보아 妥當한가? 우리가 얼마든지 例示할 수 있는 바와 같이 어떤 產業部門에서는 技術的인 選擇可能性이 많기 때문에 要素間의 代替가 伸縮的인데 반하여 다른 產業에서는 그렇지 못한 것이다. 이것이 가장 뚜렷이 나타나는 例로서는 產業別 資本/勞動 比를 國家間에 比較하여 볼때 그 格差가 產業에 따라 다른 것이다. 즉 要素間의 代替彈力性이 큰 產業일수록 資本/勞動 比의 國家間의 格差는 커진다. 그러므로 生產에 관련되는 모든 實證的 및 理論的 硏究에서 產業間의 相異한 代替彈力性을 許容하는 새로운 生產函數가 要請된다. 이 要請에 應할 수 있는 새로운 生產函數型은 1961年 美國 「스탠포드」 大學校의 「애로우」(Kenneth Arrow), 「체네리」(Hollis B. Chenery), 「민하스」(Bagicha Minhas) 및 「매사추세츠」 工科大學의 「솔로우」(Robert M. Solow)의 「資本勞動間의 代替와 經濟的 效率」(Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency)이라는 共同論文[2][(1)]에서 提示되었다.

여기서 提示된 生產函數는 產業間의 生產要素의 代替彈力性이 相異한 것은 認定하나 한 產業內의 경우는 要素結合에 관계없이 要素間의 代替彈力性이 一定함을 假定하고 있기 때문에 이 函數를 不變代替彈力性生產函數 (constant-elasticity-of-substitution production function) 또는 줄여서 CES 生產函數[(2)]라고 부른다.

本論稿에서는 이 CES 生產函數의 本質을 「애로우」 「체네리」 「민하스」 「솔로우」(以下 ACMS로 略記함)의 論文[2] 및 「민하스」의 論文[10]을 中心으로 考察하고 다음 이 生產函數가 國際貿易理論 특히 「헥셔-올린」定理와 要素價格均等化定理에 대하여 가지는 意味를 「민하스」의 論文[10]을 中心으로 考察하고 이에 대한 批判을 「레온티에프」의 論文[7]과 「치프만」의 論文[3]을 中心으로 考察하고 마지막에 結言으로 들어간다.

---

(1) 以下에서 이 表示는 本論稿끝에 提示한 參考文獻을 가리킴.

(2) 이 函數型은 「애로우」와 「솔로우」에 의해 처음 考案되었기 때문에 「애로우-솔로우」生產函數라고도 부르며, 上記共同論文의 筆者의 머리글자를 따서 SMAC 生產函數라고도 부른다. 이 밖에 「민하스」는 「그리스」語에 語源을 둔 homohypallagic 生產函數라는 말을 考案하여 使用하고 있다.

II. CES 生產函數의 誕生

2.1. 勞動費用과 勞動投入의 回歸分析

ACMS는 要素費用의 變化와 要素投入간에 밀접한 關係가 있다고 보고 우선 資料가 許容하는 賃金率과 勞動 한 單位의 生產性간의 回歸分析을 試圖하였다. 分析은 國家間의 同一한 產業에 대한 橫斷面分析을 하고 資料로는 1949年에서 1955年까지에 蒐集된 19個國의 24個製造業의 統計가 基本이 되었다. 產業은 國際聯合의 國際標準產業分類(International Standard Industrial Classification, ISIC)에 따라 分類되었다. 勞動投入은 附加價値 1000달러當 人年 (man-year)으로 測定되었고 勞動費用은 年平均 賃金支拂額으로 測定되며 이는 總賃金額을 被傭者數로 나누어 計算된다.

各國의 通貨를 美貨로 換算함에 있어서는 公定換率 또는 自由市場率을 使用하였다.

資本投入과 資本費用에 관한 可用資料는 극히 制限되어 있기 때문에 이를 使用하는 分析은 우선 除外되었다.

그리하여 統計的 分析이 可能한 變數를 다음과 같이 規定한다.

V: 美貨 1000달러로 測定된 附加價値.

L: 人年으로 測定된 勞動投入

W: 人年當 달러로 測定된 貨幣賃金率[(3)].

그런데 ACMS는 回歸分析에 앞서 다음과 같은 豫備假定을 하고 있다.

1. 生產物의 價格과 物的 投入의 價格은 賃金率과 體系的으로 變化하지 않는다.
2. 換率의 高評價와 低評價는 賃金率과 無關하다.
3. 平均工場規模의 差異는 要素投入에 影響을 미치지 않는다.
4. 모든 나라에서 同一한 選擇可能한 技術을 利用할 수 있다.

이러한 假定下에서 ACMS는 附加價値 1000달러를 各國의 物的 生產單位로 취급하고 同一한 產業에 대해서는 모든 나라에서 單一生產函數를 假定한다. 이것은 附加價値單位當勞動投入과 賃金率間에 決定的인 關係가 있음을 意味한다. 그리하여 세 變數 V, L 및 W간에

---

(3) ACMS은 貨幣賃金率 W와 뒤에나오는 實質賃金率 w를 區別한다고 하고 있으나 實際計算結果를 보면 W와 w가 區別되어 使用된 흔적이 없다. 그리하여 論理展開過程에서 W가 슬그머니 w로 바뀌고 있다.

$$\frac{V}{L}=c+dW+\eta \qquad (2.1\,a)$$

과

$$\log\frac{V}{L}=\log a+b\log W+\varepsilon \qquad (2.1\,b)$$

의 두 關係를 假定하였던 바 (2.1 b)에 資料를 適合시킨 결과가 (2.1 a)에 適合시킨 결과보다 좋았다. (2.1 b)에 의한 回歸分析의 結果는 第 2.1 表와 같다.

이 表에서 알 수 있는 바와 같이 b의 標準誤差가 相對的으로 작고, 決定係數 R^2이 크

<第 2.1 表> **回 歸 分 析 의 結 果**

ISIC 番號	產業	回歸方程式		標準誤差	決定係數	b의 有意性檢定	
		$\log a$	b	S_b	R^2	自由度(1)	信賴水準(2)
202	酪農業	0.419	0.721	0.073	0.921	14	99%
203	果實및野菜통조림業	0.355	0.855	0.075	0.910	12	90
205	製粉業	0.429	0.909	0.096	0.855	14	*
206	製菓業	0.304	0.900	0.065	0.927	14	80
207	製糖業	0.431	0.781	0.115	0.790	11	90
220	煙草製造業	0.564	0.753	0.151	0.629	13	80
231	紡織業	0.296	0.809	0.068	0.892	16	98
232	編物業	0.270	0.785	0.064	0.915	13	99
250	製材業	0.279	0.860	0.066	0.910	16	95
260	家具製造業	0.226	0.894	0.042	0.952	14	95
271	製紙業	0.478	0.965	0.101	0.858	14	*
280	出版業	0.284	0.868	0.056	0.940	14	95
291	皮革業	0.292	0.857	0.062	0.921	12	95
311	基礎化工藥品業	0.460	0.831	0.070	0.898	14	95
312	油脂業	0.515	0.839	0.090	0.869	12	90
319	其他化工藥品業	0.483	0.895	0.059	0.938	14	90
331	土石業	0.273	0.919	0.098	0.878	11	*
332	유리製品業	0.285	0.999	0.084	0.921	11	*
333	窯業	0.210	0.901	0.044	0.974	10	95
334	시멘트業	0.560	0.920	0.149	0.770	10	*
341	鐵鋼業	0.363	0.811	0.051	0.936	11	99
342	非鐵金屬業	0.370	1.011	0.120	0.886	8	*
350	金屬製品業	0.301	0.902	0.088	0.897	11	*
370	電氣機械業	0.344	0.870	0.118	0.804	12	*

註 (1) 回歸方程式에서 파라미터는 $\log a$와 b의 2개가 推定되었으므로 自由度는 標本數보다 2개 작다.

(2) b가 1과 다를 信賴水準을 의미한다.

* 80%以上의 信賴水準에서 有意性이 없는 것을 나타낸다.

[2] p. 227에서 轉載

다는 데서 適合度가 좋음이 判明되며 24個產業중 20個에서 勞動生産性의 85%以上이 賃金率의 變化만으로 說明될 수 있다. 그리고 t檢定의 결과 b의 값은 24個 產業중 14개에서 90%以上의 信賴水準에서 1과는 相異하다는 結論을 얻는다.

그런데 앞으로 밝혀지는 바와 같이 위의 假定下에서 b는 該當 產業에서의 資本과 勞動間의 代替彈力性과 같다는 데서 위의 回歸分析은 새로운 生產函數의 誘導에 重要한 基礎가 된다. 그리고 b의 값이 1보다 一般的으로 작은 값을 가진다는 事實이 重要한 實證的인 發見이다.

2.2. 1次同次의 生產函數와 實質賃金

規模에 대하여 收益이 不變이고 勞動市場이 完全競爭的이라고 假定할 때, 어떤 特定한 生産函數가 주어지면 利潤極大化의 行動에 의해서 V/L와 W간의 關係는 決定된다. 逆으로 V/L와 W간의 關係가 주어졌다면 이 特定한 關係에 對應해서 生產函數가 決定될 수는 없을까를 생각할 수 있다.

어떤 特定產業의 生產函數가

$$V=F(K,\ L)$$

로 주어지고 이것이 1次同次函數라면

$$\frac{V}{L}=F\left(\frac{K}{L},\ 1\right)$$

이며 $V/L=y$, $K/L=x$라고 놓으면 이것은

$$y=F(x,\ 1)=f(x)$$

로 變形할 수 있다. 이때 資本과 勞動의 限界生產物은 各各 $f'(x)$와 $f(x)-xf'(x)$이다[4]. w를 產出을 計算單位(numéraire)로한 賃金率이라 하고, 勞動市場 및 生產物市場이 모두 競爭的이라면

$$w=f(x)-xf'(x) \tag{2.2}$$

---

(4) 資本 및 勞動의 限界生產物의 이와같은 表現은 다음과 같이하여 誘導된다.

$$\text{資本의 限界生產物}=\frac{\partial V}{\partial K}=\frac{\partial Lf(x)}{L\partial x}=\frac{L\partial f(x)}{L\partial x}=\frac{\partial f(x)}{\partial x}=f'(x)$$

$$\begin{aligned}\text{勞動의 限界生產物}&=\frac{\partial V}{\partial L}=\frac{\partial Lf(x)}{\partial L}=f(x)+L\frac{\partial f(x)}{\partial L}\\&=f(x)+L\frac{\partial f(x)}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial L}=f(x)+Lf'(x)\left(-\frac{K}{L^2}\right)\\&=f(x)-\frac{K}{L}f'(x)=f(x)-xf'(x)\end{aligned}$$

이며 이것은 w가 x의 函數임을 意味한다. 그러나 이것은 x가 w의 函數가 되도록 고쳐 쓸 수 있다. 그런데 $y=f(x)$이므로 y와 w간의 關係式을 얻을 수 있고 그것이 單調增加函數라는 것도 알 수 있다. 즉 주어진 特定한 生產函數에서 V/L와 w간의 關係가 誘導되는 것이다. 그런데 逆으로 앞의 回歸分析에서 얻은 것과 같은 $V/L(=y)$와 w간의 關係式이

$$y=\phi(w)$$

로 주어졌다고 假定하면 (2.2)로 부터

$$y=\phi\left(y-x\frac{dy}{dx}\right) \qquad (2.3)$$

의 式을 얻을 수 있다. 이 式은 $y(x)$에 관한 微分方程式으로 一般的으로

$$y=f(x;\ A) \qquad (2.4\,a)$$

와 같은 解를 가질 것이며 積分常數 A를 파라미터로 할 것이다. 이 式은 元來의 變數로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$V=Lf\left(\frac{K}{L};\ A\right) \qquad (2.4\,b)$$

물론 式 (2.4)가 生產函數의 구실을 할 수 있으려면 두 要素 K와 L의 限界生產物이 플러스이어야 하고 또 收益遞減의 法則의 支配를 받아야 한다는 生產函數로서의 要件을 갖추어야 하는데 이 條件들은 $f'(x)>0$ 및 $f''(x)<0$이 되는 條件과 同値임을 간단한 演算에 의하여 곧 알 수 있다[5].

그런데 이러한 生產函數의 誘導方法은 代替彈力性과 關聯된다. 代替彈力性은 要素의 限界代替率의 要素比率에 관한 彈力性으로 限界代替率을 $s=-dK/dL$, 要素比率을 $x=K/L$이라 하면 代替彈力性 σ는 一般的으로

$$\sigma=\frac{x}{s}\frac{ds}{dx}$$

로 定義되며, 生產函數가 一次同次函數이면

$$\sigma=\frac{F_K F_L}{FF_{KL}}$$

이다[6]. 이것을 고쳐 쓰면

$$\sigma=-\frac{f'(f-xf')}{xff''} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

(5) 限界生產物이 플러스인 것과 $f'(x)>0$가 同値임은 註 (4)에서 알 수 있다. 收益遞減은 $\partial^2V/\partial K^2<0$ 또는 $\partial^2V/\partial L^2<0$을 의미한다. 그런데

$$\frac{\partial^2 V}{\partial K^2}=\frac{\partial\left(\dfrac{\partial V}{\partial K}\right)}{\partial K}=\frac{\partial f'(x)}{\partial K}=\frac{\partial f'(x)}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial K}=\frac{f''(x)}{L}<0$$

그러므로 資本의 收益遞減의 法則은 $f''(x)<0$와 同値임을 알 수 있다. 勞動에 관해서도 마찬가지 方法으로 證明된다.

(6) [1], pp. 340–3 參照.

로 定義된다[7].

다음에 (2.2)에 의해서 決定되는 y와 w간의 관계를 보기 위하여 式(2.2)를 w에 관하여 微分하면

$$\begin{aligned}1&=f'\frac{dx}{dy}\frac{dy}{dw}-xf''\frac{dx}{dy}\frac{dy}{dw}-f'\frac{dx}{dy}\frac{dy}{dw}\\&=-xf''\frac{dx}{dy}\frac{dy}{dw}\end{aligned}$$

그런데 $dx/dy=1/f'$이므로 이를 代入하면

$$\frac{dy}{dw}=-\frac{f'}{xf''}$$

가 된다. 그리하여 w에 관한 y의 彈力性은

$$\frac{w}{y}\frac{dy}{dw}=-\frac{f'w}{xff''}=\frac{f'(f-xf')}{xff''}=\sigma \tag{2.6}$$

가 된다. 이것은 $y(=V/L)$와 w간의 關係가 1次同次의 生産函數를 따른 利潤極大化行動으로부터 나온 것이라면 그 曲線의 彈力性은 바로 要素間의 代替彈力性이 됨을 意味한다. 여기서 實質賃金의 로그와 單位勞動當 產出간의 回歸分析에서의 係數 b가 σ와 같다는 것이 立證된 셈이다.

2.3 CES 生產函數의 誘導

앞의 回歸分析에서 一般的으로 y와 w[8]간의 關係는

$$\log y=\log a+b\log w \tag{2.8}$$

에 의해서 잘 適合됨을 確認하였다. 이러한 經驗的 관계와 앞에서의 一次同次의 生産函數에 관한 豫備知識에서 새로운 生產函數가 誘導된다.

經驗的 關係式 (2.8)에 賃金率과 勞動의 限界生產力의 關係式 (2.2)를 代入하면 微方分程式 (2.3)은 다음과 같이 된다.

$$\log y=\log a+b\log\left(y-x\frac{dy}{dx}\right) \tag{2.9}$$

이 式의 逆로그를 취하고 이를 dy/dx에 관하여 풀면

$$\frac{dy}{dx}=\frac{a^{1/b}y-y^{1/b}}{a^{1/b}x}$$

여기서 $\beta=a^{-1/b}$, $\rho=1/b-1$로 놓고 式을 整頓하면

---

(7) $F_K=\partial F/\partial K=f'(x)$, $F_L=\partial F/\partial L=f(x)-xf'(x)$, $F=Lf(x)$,

그리고 $F_{KL}=\partial^2F/\partial K\partial L=\partial f'(x)/\partial L=-\frac{x}{L}f''(x)$

의 關係를 생각하면 곧 式 (2.5)를 얻는다.

(8) 이 w는 式 (2.1b)의 W와 같은 意味를 가져야 한다. 註(3) 參照.

$$\frac{dx}{x}=\frac{dy}{y(1-\beta y^{\rho})}$$

가 되며 이를 部分分數로 고쳐쓰면

$$\frac{dx}{x}=\frac{dy}{y}+\frac{\beta y^{\rho-1}dy}{1-\beta y^{\rho}}$$

가 된다. 이를 積分하면

$$\log x=\log y-\frac{1}{\rho}\log(1-\beta y^{\rho})+\frac{1}{\rho}\log\alpha$$

가 되며 여기서 $\log\alpha$는 積分常數이다. 이를 정돈하면

$$x^{\rho}=\frac{\alpha y^{\rho}}{1-\beta y^{\rho}}$$

가 되는데 이를 y에 관해서 풀면

$$x^{\rho}-\beta x^{\rho}y^{\rho}=\alpha y^{\rho}$$

$$x^{\rho}=(\beta x^{\rho}+\alpha)y^{\rho}$$

$$y^{-\rho}=(\alpha x^{-\rho}+\beta)$$

에서 $$y=(\alpha x^{-\rho}+\beta)^{-1/\rho} \tag{2.10}$$

를 얻는다. 이를 元來의 變數로 고쳐쓰면

$$V=(\alpha K^{-\rho}+\beta L^{-\rho})^{-1/\rho} \tag{2.11}$$

를 얻는다.

이 函數가 生產函數의 要件을 充足시키고 있는가를 보면, 우선 $\alpha>0$, $\beta>0$인 限 $x>0$일때 $y>0$이다. 式 (2.10)을 微分하면 限界生產物이 플러스가 되기 위한 유일한 條件은 $\alpha>0$임을 알 수 있다. 그리고 2次 微分하면 收益遞減의 條件으로 $\rho+1>0$을 얻는다. 즉 $\sigma>0$이어야 한다(9).

「파루쉬」의 註

앞에서 본 바와 같이 ACMS는 競爭的 勞動市場의 假定위에서 單位勞動當 附加價値와 賃金率間의 關係에서 CES 生產函數를 誘導하였다. 그런데 「이스라엘」의 「파루쉬」(Jacob Paroush)[11]는 市場에 관한 아무런 假定도 없이도 不變代替彈力性을 가진 函數는 모두 CES 函數임을 다음과 같이 證明하고 있다.

$$V=F(K, L)$$

이고 F가 1次同次函數라면

---

(9) 이에 관하여는 註 (5)를 參照할 것.

$$\sigma = \frac{\frac{\partial V}{\partial K} \frac{\partial V}{\partial L}}{V \frac{\partial^2 V}{\partial K \partial L}}$$

이를 고쳐쓰면[10]

$$\frac{\sigma \partial \left(\log \frac{\partial V}{\partial K} \right)}{\partial L} = \frac{\partial \log V}{\partial L}$$

σ는 一定하다는 假定에서 L과 獨立的이므로 L에 관하여 積分하면

$$\sigma \log \frac{\partial V}{\partial K} = \log(Vg(K))$$

여기서 $g(K)$는 L에 관한 積分常數로 이는 K의 函數로 보아야 한다. 위의 式을 다시 고쳐쓰면

$$\left(\frac{\partial V}{\partial K} \right)^{\sigma} = Vg(K)$$

즉

$$\frac{\frac{\partial V}{\partial K}}{V^{1-\sigma}} = (g(K))^{1-\sigma}$$

σ는 K와도 獨立的이므로 이를 K에 관하여 積分하면 $\sigma \neq 1$일 때

$$V^{1-1/\sigma} = g(K) + h(L)$$

즉

$$V = (g(K) + h(L))^{-1/\rho}$$

여기서 $\rho = 1/\sigma - 1$이며 $h(L)$은 K에 관한 積分常數로서 L의 函數로 보아야 한다. 그런데 1次同次函數라는 假定에서 우리는 다음과 같은 結果를 얻을 수 있다.

$$V = (\alpha K^{-\rho} + \beta L^{-\rho})^{-1/\rho}$$

여기서 α와 β는 各各 常數이다. 이는 바로 ACMS가 구한 式 (2.11)이다. 즉 市場條件에 관한 假定에 無關하게 一定한 代替彈力性을 가지는 1次同次의 生產函數는 모두 CES 函數族에 포함됨이 證明되었다.

「야수이」의 註

「야수이」(T. Yasui)[19]는 市場條件에 관계없이 또 CES 生產函數가 1次同次函數라는 制約도 받지 않는 보다 一般的인 CES 生產函數를 다음과 같이 誘導하고 있다.

---

(10) $\partial^2 V/\partial K \partial L = \partial(\partial V/\partial K)/\partial L$ 임에 注意.

生產函數가

$$V=F(K,\ L)$$

로 주어졌다면 K와 L간의 代替彈力性 σ의 一般的 定義는

$$\sigma=\frac{\frac{F_L}{F_K}\ d\left(\frac{K}{L}\right)}{\frac{K}{L}\ d\left(\frac{F_L}{F_K}\right)}$$

이며[11] 微分은 주어진 等生產物曲線에 따른 變動에 對應한다. σ가 一定하다고 하고 $K/L=x$, $F_L/F_K=-dK/dL=s$라고 놓으면

$$\sigma=\frac{s}{x}\ \frac{dx}{ds}$$

즉

$$\frac{ds}{s}=\frac{1}{\sigma}\ \frac{dx}{x}$$

이며 이를 積分하면

$$s=Cx^{1/\sigma}$$

이 된다. 여기서 C는 積分常數이다. 그런데 $K/L=x$이므로 $K=xL$이며 여기서

$$\frac{dK}{dL}=x+L\frac{dx}{dL}=-s$$

이다. 이를 위의 式에 代入하고 移項하면

$$x+L\frac{dx}{dL}+Cx^{1/\sigma}=0$$

가 된다. 이를 고쳐쓰면

$$\frac{dL}{L}+\frac{dx}{x+Cx^{1/\sigma}}=0$$

가 되며 $\sigma\neq1$이라 假定하고 이를 積分하면 $1/\sigma-1=\rho$라고 놓을 때

$$\log L=\frac{1}{\rho}\log\frac{1}{x^{-\rho}+C}=\text{一定}^{(12)}$$

---

(11) 이것은 앞에서의 代替彈力性의 定義와 一致한다.

(12) 이것은 다음과 같이 하여 誘導된다.

$$\frac{dx}{x+Cx^{1/\sigma}}=\frac{dx}{(x^{1-1/\sigma}+C)x^{1/\sigma}}=\frac{dx}{(x^{-\rho}+C)x^{\rho+1}} \qquad (1)$$

그런데

$$\frac{1}{x^{-\rho}+C}=u \qquad (2)$$

라 놓으면

$$x^{-\rho}+C=\frac{1}{u}$$

$$\rho\frac{dx}{x^{\rho+1}}=\frac{du}{u^2},$$

즉

$$\left(L^{\rho}\ \frac{1}{x^{-\rho}+C}\right)^{1/\rho}=\ 一定$$

괄호 안을 정돈하면

$$(K^{-\rho}+CL^{\rho})^{-1/\rho}=\ 一定$$

$C=\beta/\alpha$ 라 놓으면

$$(\alpha K^{-\rho}+\beta L^{-\rho})^{-1/\rho}=\ 一定$$

따라서 一般解는

$$V=F\{(\alpha K^{-\rho}+\beta L^{-\rho})^{-1/\rho}\}$$

가 된다. 여기서 F는 임의의 微分可能한 函數이다. 式(2.11)은 F가 K와 L에 관한 1次同次函數일 때의 特殊한 경우 임은 곧 알 수 있다. 즉 F가 K와 L에 관한 1次同次函數라 하고 큰 괄호를 X로 나타내면 $F(X)=F'(X)X$이다. 즉

$$\frac{dF(X)}{F(X)}=\frac{dX}{X}$$

가 되는데 이를 積分하여 整頓하면

$$F(X)=AX$$

를 얻는다. 여기서 A는 積分常數이다. 그러므로 式 (2.11)은 $A=1$인 경우에 해당한다.

III. CES 生產函數의 性質

式 (2.10)과 (2.11)에서 $(\alpha+\beta)^{-1/\rho}=\gamma$, $\alpha/(\alpha+\beta)=\delta$라고 놓으면 다음과 같이 對稱的인 形態로 고쳐쓸 수 있다.

$$y=\gamma(\delta x^{-\rho}+(1-\delta))^{-1/\rho} \tag{3.1}$$

$$V=\gamma(\delta K^{-\rho}+(1-\delta)L^{-\rho})^{-1/\rho} \tag{3.2}$$

式 (3.1) 또는 (3.2)에는 파라미터가 3개 있다. 파라미터의 γ의 變化는 同一한 要素投入의 集合에 관하여 產出을 變化시킨다. 그러므로 γ는「效率파라미터」라고 부를 수 있다. 파라미터 ρ는 앞에서 본 바와 같이 代替彈力性 σ의 한 變形에 불과 하므로 이는「代替파

$$\frac{dx}{x^{\rho+1}}=\frac{1}{\rho}\ \frac{du}{u^2} \tag{3}$$

(2)와 (3)을 (1)에 代入하면

$$\frac{dx}{x+Cx^{1/\sigma}}=u\ \frac{1}{\rho}\ \frac{du}{u^2}=\frac{1}{\rho}\ \frac{du}{u}$$

그러므로

$$\log L+\frac{1}{\rho}\log u=\ 一定$$

여기에 (2)를 代入하면 된다.

라미터」라고 부를 수 있다. 그리고 ρ가 주어졌을 때 所得의 生產要素에 대한 機能的 分配는 δ에 의하여 決定된다. 따라서 δ는 「分配파라미터」(13)라고 부를 수 있다.

效率파라미터 γ (이것은 產出의 單位를 적당히 選擇함으로써 1로 놓을 수 있다)를 除外하면 (3.2)는 數學에서 「$-\rho$位의 平均값」(mean value of order $-\rho$)으로 알려진 函數族의 하나이다. 그러므로 CES 函數는 平均값函數가 갖는 性質을 그대로 가지게 된다.

ρ의 許容할 수 있는 範圍는 $\rho \geq -1$이다. 왜냐하면 앞에서 본 바와 같이 $\rho < -1$이면 收益遞減의 法則에 違背되고 또 限界代替率이 遞增하기 때문이다.

$\rho = -1$은 $\sigma = \infty$를 의미하며 따라서 等生產物曲線은 直線이 된다. 즉 式 (3.2)에서 ρ를 -1로 놓으면 等生產物曲線은 K-L平面에서 기울기가 $-\delta/(1-\delta)$인 直線이 된다.

$-1 < \rho < 0$인 경우에는 $\infty > \sigma > 1$이다. 式 (3.1)에서 보면 이때 $x \to \infty$이면 $y \to \infty$이며, $x \to 0$이면 $y \to \gamma(1-\delta)^{-1/\rho}$임을 알 수 있다. 다시 말하면 單位勞動當 產出은 勞動에 대한 資本의 比가 無限히 커질 때 無限히 增加하며 반면에 資本/勞動 比가 0에 收斂하면 勞動의 平均生產物은 플러스의 下限에 도달한다.

$-1 < \rho < 0$인 경우를 式 (3.2)에서 보면 이는 等生產物曲線이 兩軸과 만나며 또 이 만나는 點은 바로 接點임을 알 수 있다.(14) 즉 財는 한 要素만에 의해서 生產될 수 있게 된다.

$\rho = 0$인 경우는 $\sigma = 1$이 되므로 「코브-더글라스」函數이어야 한다. 그러나 式 (3.2)에서 보아서는 그것이 「코브-더글라스」函數라는 것이 明白하지 않다. 왜냐하면 $\rho = 0$일때 式 (3.2)는 1^{∞}型의 不定形이 되기 때문이다. 그리하여 그 極限이 「코브-더글라스」函數라는 것을 보이기 위해서는 (a) 式 (3.2)에 直接 「로스피탈」의 法則(L'Hôspital's rule)을 適用하거나, (b) 式 (2.9)에서 $b=1$로 놓아 積分하여 求하거나, (c) 平均값 函數에 관한 數學의 定理 즉, 0位의 平均값은 幾何平均이란 것을 適用하여 「코브-더글라스」函數를 얻을 수 있다. 그리하여 式 (3.2)의 極限값은 $\rho \to 0$일 때(15)

$$V = \gamma K^{\delta} L^{(1-\delta)} \tag{3.3}$$

---

(13) 代替彈力性의 一定할 때 要素에 대한 所得의 機能的 分配가 δ에 의해 決定되기 때문이다.

(14) 이 경우 $L=0$에 對應하는 K의 값은

$$K = \frac{\delta^{1/\rho}}{\gamma} V$$

로 주어진다. 그리고

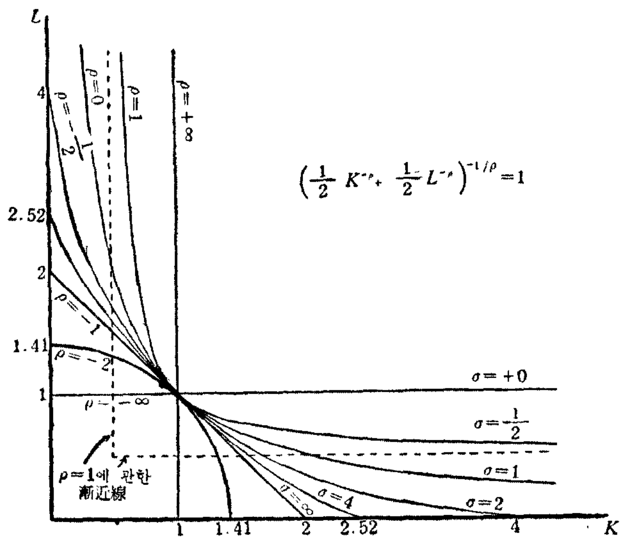
$$\frac{dL}{\partial K} = -\frac{\delta}{1-\delta}\left(\frac{K}{L}\right)^{-(\rho+1)}$$

이므로 $L=0$일때 $dL/dK=0$ 즉 K軸과 接하게 된다.

(15) 「로스피탈」의 法則을 써서 다음과 같이 求할 수 있다. 그 法則에 의하면 x의 函數 $f(x)$와 $g(x)$의 比 $f(x)/g(x)$가 $x=0$에서 不定形일때

이다[16]. 즉 이때 K-L平面의 兩軸은 等生產物曲線의 漸近線이 된다.

$0<\rho<\infty$인 경우에는 $0<\sigma<1$이다. 이 경우는 $-1<\rho<0$인 경우와는 아주 다르다. (3.1)式에서 보면 $x\to\infty$일때 $y\to\gamma(1-\delta)^{-1/\rho}$이며, $x\to 0$일때 $y\to 0$이다. 즉 勞動投入量이 固定되어 있는 새 資本이 無限히 늘면 單位勞動當產出量은 一定한 上限에 도달한다. 그리고 一定한 資本의 投入에 勞動이 無限히 늘면 勞動의 生產性은 0에 接近한다. 式 (3.2)에서 보면 $0<\rho<\infty$인 경우에 等生產物曲線은 K-L平面에서 漸近線을 가지는데, 그 漸近



<第 3.1 圖>

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

임을 말하고 있다 ([17]. pp. 815-7 參照). 式 (3.2)에서 이 式은 $\rho=0$일때 不定形이므로 「로스피탈」 法則을 適用하면,

$$\lim_{\rho\to 0}\gamma(\delta K^{-\rho}+(1-\sigma)L^{-\rho})^{-1/\rho}=\lim\exp\left\{-\frac{1}{\rho}\log(\delta K^{-\rho}+(1-\delta)L^{-\rho}\right\}$$

$$=\gamma\lim\ \exp\ \left\{\frac{\delta K^{-\rho}\log K+(1-\delta)L^{-\rho}\log L}{\delta K^{-\rho}+\rho(1-\delta)L^{-\rho}}\right\}$$

$$=\gamma\exp\{\delta\log K+(1-\delta)\log L\}$$

$$=\gamma K^{\delta}L^{1-\delta}$$

즉 式 (3.3)가 誘導되었다. 本文에 列擧한 方法 이외에 「왈터스」는 테일러 展開式을 써서 求하였나. ([18], p. 7. 參照)

(16) 이 式에서 δ가 分配파라미터라는 것이 明白히 나타난다. 즉 K에 대한 分配比率은 δ이고 L에 대한 그것은 $1-\delta$이다.

線의 原點으로 부터의 거리는 產出量 V에 따라 增加하고 또 ρ에 따라 增加한다.

$\rho\to\infty$일 때 $\sigma\to 0$이며 이는 固定投入係數生產產函數의 경우이다. 그리고 平均값函數의 理論에 의하면 $-\infty$位의 平均값은

$$\lim_{\rho\to\infty}\gamma(\delta K^{-\rho}+(1-\delta)L^{-\rho})^{-1/\rho}=\gamma\min(K, L)$$

$$=\min(\gamma K,\gamma L) \qquad (3.4)$$

이다. 이것은 꼭지점이, 原點으로 부터 뻗은 半直線위에 있는 直角等生產物曲線群을 나타낸다. 즉 固定係數生產函數의 경우이다.

第 2.1圖는 ρ가 變할 때 CES 生產函數의 等生產物曲線이 變하는 모습을 $\gamma=1$, $\delta=\frac{1}{2}$ $V=1$인 경우 즉

$$\left(\frac{1}{2}K^{-\rho}+\frac{1}{2}L^{-\rho}\right)^{-1/\rho}=1$$

의 경우에 관해서 例示한 것이다.

IV. CES 生產函數의 擴張

4.1 多數生產要素로의 擴張

CES 生產函數는 生產要素가 K와 L의 두개가 아니라 一般的으로 m개의 生產要素의 경우에 까지 擴張할 수 있다. 生產要素의 集合을

$$z=\{z_1,\ z_2,\cdots\cdots z_m\}$$

이라 할때 CES 生產函數는

$$V=F(z)=(\sum_{i=1}^{m}\alpha_i z_i^{-\rho})^{-1/\rho} \qquad (4.1)$$

로 定義된다. 여기서 $\rho>-1$, $\rho\neq 0$이다. 또 $\alpha_i\geq 0$이며 $\Sigma\alpha_i>0$이다. $\rho\to 0$일때

$$F(z)=\prod_{i=1}^{m}z_i^{\delta i} \qquad (4.2)$$

이다. 여기서 $\delta_i=\alpha_i/\Sigma\alpha_j$이며 따라서 $\Sigma\delta_i=1$이다. 이것은「로스피탈」의 法則을 써서 證明할 수 있다.

그러므로 多數要素의 「코브-더글라스」函數는 $\rho\to 0$인 경우의 極限形이다. 代替彈力性 $\sigma=1/(1+\rho)$이며, 어떤 두 生產要素 z_i와 $z_j(i\neq j)$간에도 똑같다.

$\gamma=(\Sigma\alpha_j)^{-1/\rho}$라고 놓으면 式 (4.1)은

$$F(z)=\gamma\ (\sum_{i=1}^{m}\delta_i z_i^{-\rho})^{-1/\rho} \qquad (4.3)$$

의 形態로 고쳐쓸 수 있으며, 파라미터 γ, δ, ρ는 역시 各各 效率파라미터, 分配파라미터 그리고 代替파라미터이다.

$\rho\to 0$일때 γ가 固定되어 있다면, 生產函數는

$$F(z)=\gamma\prod_{i=1}^{m} z_i^{\delta_i} \tag{4.4}$$

가 된다.

4.2 多數의 代替彈力性으로서 擴張

「우자와」[17]에 의해서 誘導된 CES 生產函數의 擴張된 一般形態는 다음과 같이 定義된다.

集合

$$M=\{1,\ 2,\cdots\cdots,m\}$$

이 s個의 部分集合 $M_j(j=1,2,\cdots\cdots,s)$로 類別(partition)되게 한다. M_j는 各各 m_j個의 元을 가지며 $\sum_{j=1}^{m} m_j=m$이다. 이때 生產函數는

$$V=\prod_{j=1}^{s}\zeta_j^{\tau_j} \tag{4.5}$$

로 定義된다. 여기서 $\tau_j>0$, $\Sigma\tau_j=1$이며,

$$\zeta_j=(\sum_{i\in M_j}\alpha_{ij}\,z_{ij}^{-\rho_j})^{-1/\rho_j}$$

이며, $\alpha_{ij}>0$, $\rho_j>-1$, $\beta\neq 0$이다. 同一部分集合 M_j에 對應하는 生產要素 z_{ij}와 $z_{kj}(i\neq k)$간의 代替彈力性은 모두 $\sigma_j=1/(1+\rho_j)$이며, 그렇지 않은 경우 즉 他部分集合에 對應하는 要素 z_{ij}와 $z_{kl}(j\neq l)$간의 代替彈力性은 모두 1이다.

4.3 非1次同次函數로의 擴張

「파루쉬」[12]는

$$V=F(K,\ L)$$

이고 K와 L간의 代替彈力性은 σ로 一定하고 V가 K와 L에 관하여 h次의 同次函數라면 V는 모두 제곱수가 h인 CES 生產函數임을 밝히고 있다.

V가 h次의 同次函數라면 $V^{1/h}$는 1次의 同次函數이다. 그러므로 h次의 同次函數는 G가 1次의 同次函數라면 G^h라고 쓸 수 있고 이 事實을 代替彈力性을 定義한 式들중의 어느 하나에 代入하여 간단히 하면 즉시 V의 代替彈力性과 G의 代替彈力性이 같음을 알 수

(17) M. Uzawa, "Production Functions with Constant Elasticities of Substitution," *The Review of Economic Studies*, Vol. XXIX, No.4, October, 1962, pp. 292—9.

있고 그리하여 V는 h次의 CES 生産函數(CESh production function)인 것이다.

또 앞에서 본 바와 같이 「야수이」[19]는 X가 1次同次의 CES 函數이면 임의의 微分可能한 函數 F에 관해서

$$V=F(X)$$

가 모두 CES 函數임을 밝힘으로써 이를 더욱 一般化하고 있다. 즉 「파루쉬」의 경우는 「야수이」의 경우의 特殊한 경우라고 볼 수 있다.

V. CES 生産函數의 國際貿易理論에의 適用

「리카도」의 古典的 單一生産要素, 規模에 대한 收益不變, 2財 2國의 國際貿易模型에서는 生産條件에 의하여 比較優位의 財가 決定되며 各國은 比較優位를 가진 財를 輸出하고 比較劣位의 財를 輸入함으로써 相互利益을 본다. 그러나 比較優位의 格差를 일으키는 生産條件이란 무엇을 意味하는 것인지에 관해서는 이를 特定化하지 않음으로써 比較優位의 理論을 空中에 떠있게 하고 말았다.

「헥셔」와 「올린」은 比較優位의 理論과 國際貿易에 관한 이러한 不滿足을 是正하고자 보다 一般的이고 세련된 可變比率의 模型을 使用하여 比較優位의 格差를 일으키는 「條件」들을 「生産函數」로 特定化하였다. 그리하여 그들에 의한 國際貿易模型에서는 다음과 같은 두개의 命題가 나오게 되었다. 하나는 이른바 「헥셔-올린」定理라고 하는 것으로, 一國은 그 나라에 相對的으로 豐富하게 賦存하는 要素를 相對的으로 더 많이 要求하는 財, 즉 그 要素를 集約的으로 使用하는 財를 輸出한다는 말로 表現되어, 比較優位의 格差와 國際貿易을 일으키는 主原因을 相對的 要素賦存의 차이에서 發見하는 것이다. 또하나는 要素價格均等化定理라고 하는 것으로, 財의 자유로운 國際貿易은 國家間의 要素價格을 相對的으로 또 絶對的으로 均等化하는 傾向이 있다는 것이다. 즉 財의 貿易만으로 要素의 國際間의 移動과 같은 効果를 얻을 수 있다는 것이다.

「헥셔-올린」의 貿易模型에 관한 論議는 1948年 「새뮤엘슨」의 要素價格均等化에 관한 論文[13]이 나온 이래 活潑하게 展開되었고 그보다 앞서 發見되었으나 發表는 되지 않았던 「러너」의 要素價格均等化에 관한 論文[9]이 發表되기도 하였다. 要素價格均等化定理를 展開함에 있어서 「새뮤엘슨」은 現實에 관해서 다음과 같은 두개의 技術的 假定을 하였다.

1. 各財에 관해서는 萬國에 共通되는 單一生産函數가 存在하며 또 이 函數는 數學的으로 1次同次函數이다.
2. 要素價格의 比가 어떠하든지 간에 주어진 産業에 있어서의 資本과 勞動간의 最適比

率은 다른 產業보다 언제나 크거나 아니면 언제나 작다. 이를 強要素集約度假說(strong factor intensity hypothesis)이라고 부른다.

이러한 假定下에서 「새뮤엘슨」은 要素價格均等化定理를 證明하였다. 첫째의 假定은 「헥셔-올린」의 模型에서도 이미 假定된 바이나 둘째의 假定은 「새뮤엘슨」에 의해 追加된 것이다. 이 追加된 假定에 의해서, 財를 資本/勞動 比에 따라서 配列하면 그것은 同時에 比較優位의 順序에 따라 配列한 셈이 된다. 그리하여 이 比較優位의 連鎖에서 어디까지가 輸出되고 어디서부터가 輸入되는 財이냐를 決定짓는 것이 需要條件이다. 만일 한 要素의 相對的豐富를 相對的 廉價로 定義한다면 「헥셔-올린」의 命題는 妥當하다. 그러나 問題는 한 要素의 相對的 豐富를 相對的 量의 豐富로 定義한다면 需要條件의 相異로 後者의 定義에 의한 相對的으로 豐富한 要素가 前者의 定義에 의한 相對的으로 稀少한 要素가 될 수 있고 이 경우 後者의 定義에 의하면 「헥셔-올린」定理가 成立하지 않을 수도 있다. 이런 일이 없도록 하기 위하여 各國의 需要類型이 相互 類似하다는 假定을 한다.

國際貿易에 관한 많은 理論들은 이러한 諸假定위에 構築된 上部構造이다. 따라서 이 假定들의 現實的 妥當性이 問題가 된다. 이러한 假定들 가운데의 어느 하나가 充足되지 못할 때는 어떠한 理論的 歸結을 期待할 수 있느냐에 관하여는 많이 論議된 편이나 그 假定들의 現實的 妥當性에 관한 實證的 研究로는 ACMS[2]와 「민하스」[10]의 研究가 처음이라고 볼 수 있다.

이들은 CES 生產函數를 利用하여 國際貿易理論에서의 諸假定을 批判的으로 考察하고 있는 바, 本論稿에서는 「민하스」의 論文[10]을 中心으로 이 問題를 보기로 한다.

5.1 技術에 관한 諸假定의 理論과 實際

「헥셔-올린」定理에서 한 財의 生產函數가 國家間에 同一하다는 假定은 不可缺한 가정이다. 모든 生產條件을 生產函數속에 包括하였기 때문에 國家間의 價格의 格差를 說明하는 것은 要素比率의 差異뿐이다. 國家間에 同一한 財에 대해서 相異한 生產函數를 許容하는 것은 「헥셔-올린」의 要素比率理論을 完全히 否定하는 것이다. 만일 相異한 生產函數를 許容한다면 要素供給에 관한 知識을 가지고 說明할 수 없는 모든 貿易現象은 단지 生產函數의 相異에 그 理由를 돌릴 수 있기 때문이다. 이렇게 되면 그것은 事後的으로는 무엇이든지 說明할 수 있고 事前的으로는 아무것도 說明할 수 없는 狀態(18)가 되고 만다.

그러므로 우선 여기서는 同一한 財의 生產函數는 國家間에 同一하다는 假定을 妥當한 것

(18) R. Robinson, "Factor Proportions and Comparative Advantage, Part I," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. LXX, No.2, May, 1956, pp. 173-4.

으로 받아들이고, 要素集約度의 逆轉 (reversal)의 可能性에 우선 關心을 돌리기로 한다.

國家間에 共通的인 i 財産業의 生産函數가 式 (2.11)과 같은 CES 函數 즉

$$V_i=(\alpha_i K_i^{-\rho i}+\beta_i L_i^{-\rho i})^{-1/\rho i} \tag{5.1}$$

로 주어졌다고 假定한다. 여기서 要素市場이 完全競爭的이라면 要素價格 즉 實質賃金率 w 와 實質資本賃料 r 은 다음과 같이 決定된다.

$$w_i=\frac{\partial V_i}{\partial L_i}=-\frac{1}{\rho_i}(\alpha_i K_i^{-\rho i}+\beta_i L_i^{-\rho i})^{-(\rho i+1)/\rho i}(-\rho_i\beta_i L^{-(\rho i+1)})$$

$$=\beta_i\left(\frac{V}{L}\right)^{\rho i+1}$$

$$r_i=\frac{\partial V_i}{\partial K_i}=-\frac{1}{\rho_i}(\alpha_i K_i^{-\rho i}+\beta_i L_i^{-\rho i})^{-(\rho i+1)/\rho i}(-\rho_i\alpha_i K^{-(\rho i+1)})$$

$$=\alpha_i\left(\frac{V}{K}\right)^{\rho i+1}$$

여기서 i 財産業의 要素價格比는 다음과 같다.

$$\left(\frac{w}{r}\right)_i=\frac{\partial V_i/\partial L_i}{\partial V_i/\partial K_i}=\frac{\beta_i}{\alpha_i}\left(\frac{K}{L}\right)^{\rho i+1}$$

資本/勞動比를 x 라하면 이 式에서

$$x_i=\left(\frac{K}{L}\right)_i=\left\{\left(\frac{\alpha_i}{\beta_i}\right)\left(\frac{w}{r}\right)_i\right\}^{\sigma_i} \tag{5.2}$$

$$x_j=\left(\frac{K}{L}\right)_j=\left\{\left(\frac{\alpha_j}{\beta_j}\right)\left(\frac{w}{r}\right)_j\right\}^{\sigma_j} \tag{5.3}$$

을 얻는다. 여기서 σ_i, σ_j 는 각각 代替彈力性으로 $\sigma_i=1/(\rho_i+1)$, $\sigma_j=1/(\rho_j+1)$이다.

産業 i 와 j 가 모두 同一한 要素市場에서 競爭的인 條件에서 要素를 購入한다고 하면, $(w/r)_i=(w/r)_j=w/r$ 이다. 그리하여 두 産業의 相對的 資本集約度는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{x_i}{x_j}=J\left(\frac{w}{r}\right)^{\sigma i-\sigma j} \tag{5.4}$$

여기서 $J=(\alpha_i/\beta_i)^{\sigma i}/(\alpha_j/\beta_j)^{\sigma j}$이다. 式 (5.4)에서 알 수 있는 바와 같이 相對的 要素集約度가 要素價格의 比와 無關하려 면 $\sigma_i=\sigma_j$ 이어야 한다. 그리하여 $\sigma_i=\sigma_j=1$ 인 「코브-더글라스」函數나 $\sigma_i=\sigma_j=0$ 인 固定投入係數生産函數의 경우는 要素集約度의 逆轉이 없는 強要素集約度假說이 充足되기에 充分하다. 그러나 $\sigma_i\neq\sigma_j$ 인 一般的인 CES 生産函數의 경우 $J(w/r)^{\sigma i-\sigma i}=1$ 을 充足시키는 어떤 臨界値 $(w/r)^*$에서 産業 i 와 j 의 相對的 要素集約度는 逆轉된다˙ 그러므로 이 경우 어떤 特定한 産業을 要素價格比 w/r 에 關係없이 資本集約的인 産業이나 勞動集約的인 産業이니하고 規定할 수 없게 된다. $\sigma_i\neq\sigma_j$ 인 경우 産業 i 와 j 사이에 要素集約度의 逆轉이 일어나는 것은 同一平面上의 平行하지 않는 두 直線이

만난다는 것과 同一한 必然性을 가진다.

그러나 이 逆轉이 經驗的으로 重要하려면 그 逆轉이 實際로 觀測될 수 있는 相對的 要素價格의 範圍안에서 일어나야 한다.

式 (5.2) 및 (5.3)을 로그形態로 고치면 다음과 같다.

$$\log x_i = \sigma_i \log\left(\frac{\alpha_i}{\beta_i}\right) + \sigma_i \log\left(\frac{w}{r}\right) \qquad (5.5)$$

$$\log x_j = \sigma_j \log\left(\frac{\alpha_j}{\beta_j}\right) + \alpha_j \log\left(\frac{w}{r}\right) \qquad (5.6)$$

이 두 式을 聯立으로 풂으로써 x_i가 x_j보다 작은 값에서 보다 큰 값으로 移行하는 臨界値 $(w/r)^*$를 구할 수 있다. $x_i = x_j$ 가되는 이 臨界値는 다음 式으로 주어진다.

$$\log\left(\frac{w}{r}\right)^* = -\frac{1}{\sigma_i - \sigma_j}\left(\sigma_i \log\left(\frac{\alpha_i}{\beta_i}\right) - \sigma_j \log\left(\frac{\alpha_j}{\beta_j}\right)\right) \qquad (5.7)$$

이 臨界値 $(w/r)^*$를 式(5.5) 또는 (5.6)에 代入함으로써 이에 對應하는 兩產業에 同一한 資本/勞動比를 구할 수 있다. $\sigma_i > \sigma_j$ 라고 假定하면 資本/勞動比가 이 값보다 작을 때는 產業 j가 i보다 資本集約的이고 클 때는 i가 보다 資本集約的인 產業이 된다.

資料가 許容하는 6개의 產業에 관하여 파라미터 α, β, σ를 구한 것이 第 5.1表이며 式(5.5) 또는 (5.6)에 이 값을 代入하여 이를 그라프로 나타낸 것이 第 5.1圖 및 第 5.2圖이다.

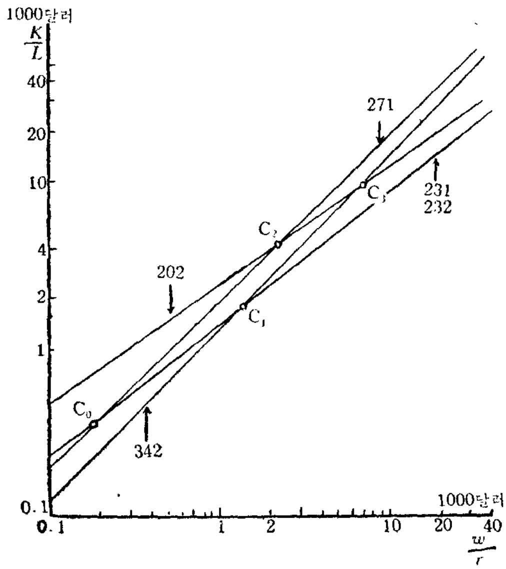
第 5.1圖에서 보면 w/r(19)이 2,136달러를 超過할 때는 모든 w/r의 값에서 製紙業(271)이 酪農業(202)보다 資本集約的이며, 未滿일 때에는 製紙業이 酪農業보다 勞動集約的이다. 그러므로 이 두 產業의 要素集約度의 逆轉이 일어나는 w/r의 臨界値는 2136달러이다. 이 臨界値에서 이 두 產業의 資本/勞動比는 똑같이 4,117달러이다 (點 C_2의 縱座標).

<第 5.1 表> 產業別生產函數의 파라미터

ISIC番號	產業	α	β	σ
202	酪農業	0.874	0.262	0.721
205	製粉業	0.720	0,337	0.909
231, 232	紡織業	0.648	0.411	0.797
271	製紙業	0.649	0.320	0.965
311	基礎化工藥品業	0.850	0.280	0.831
342	1次非鐵金屬業	0.548	0.431	1.011

[10], p. 143에서 轉載

(19) ACMS는 明示하지는 않았으나 分明히 K의 測定單位로 美貨 1000달러로 되어있고 r도 美貨 1000달러 相當의 資本에 대한 報酬로 定義하고 있다. 그러나 여기에서 「민하스」는 K는 美貨 1달러를 單位로 測定하고 r은 資本에 대한 利子率로 생각하고 있음이 文脈上 分明하다.



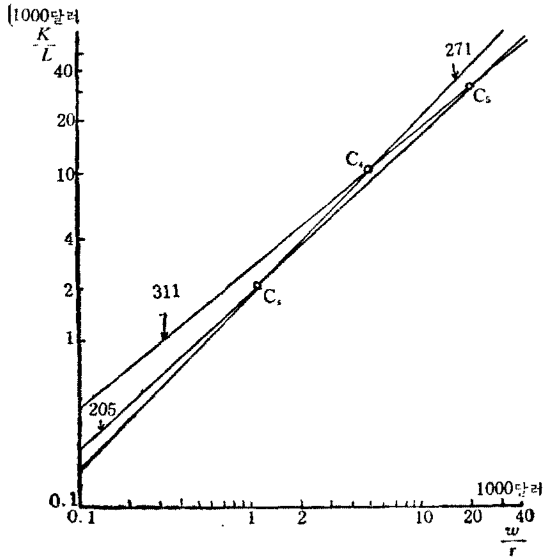
<第 5.1 圖>

이 이외의 產業間의 交叉點(crossover point)은 C_0, C_1 및 C_3가 第 5.1 圖에 表示되어 있으며 나머지 두 點은 w/r의 比率이 훨씬 더 클 때에 도달되기 때문에 第 5.1 圖에 나타나 있지 않다[20]. 그리고 C_0는 w/r의 값이 너무 작기 때문에 經驗的으로 意味를 가질 수 없다. 그리하여 第 1 圖에서 經驗的으로 意味를 가지는 交叉點은 C_1 C_2 및 C_3의 3點이다.

第 5.2 圖에서 點 C_s는 經驗的 觀測範圍內에 있기는 하지만 그 點을 決定하는 두 產業 즉 製紙業과 製粉業의 代替彈力性도 有意하게 相異하다고 볼 수 없으므로 그 點은 交叉點으로 보지 않는 것이 좋다. 그리하여 第 5.1 圖와 第 5.2 圖에 걸쳐 5개의 交叉點을 經驗的인 觀測範圍에서 確認할 수 있다.

要素集約度의 逆轉이 例外的인 現象이 결코 아니라는 것을 보이기 위해 「민하스」는 美國과 日本의 20 個의 共通的인 產業에 관해서 要素集約度의 順位대로 番號를 붙여 「스피어만」의 順位相關係數를 구해 보이고 있다. 美國의 1957 年과 日本의 1951 年의 產業聯關表에서 作成된 順位는 直接및 間接 要素所要量을 모두 합쳐 계산한 要素集約度의 경우 그 相關係數는 0.328 밖에 되지 않았다. 이는 強要素集約度假說이 要求하는 1 과는 대단히 크

(20) 「민하스」는 w/r의 觀測可能範圍로서 w는 「아시아」의 低所得國의 250 달러에서 美國의 3600 달러를 그 範圍로 가지며, r은 22%에서 15%까지 變動한다고 보아 w/r이 1100 달러에서 24000 달러의 範圍안에 들어오는 것이 經驗的으로 意味를 가진다고 보고 있다.



<第 5.2 圖>

게 거리가 있다. 그리고 直接要素所要量으로 計算한 要素集約度의 경우에는 그 相關係數는 0.730으로서 이 경우도 1과는 크게 거리가 있어, 相對的 要素集約度의 逆轉이 일어날 수 있는 餘地는 充分하다.

5.2. 要素集約度의 逆轉과 「헥셔-올린」模型

財의 價格과 要素價格間의 관계

財 i의 價格 p_i를 다음과 같이 定義한다.

$$p_i = wl_i + rk_i \tag{5.8}$$

이 式은 두가지로 說明할 수 있는데 하나는 投入과 產出을 明確히 區分하는 古典派的인 說明으로 l_i와 k_i를 각각 直接勞動係數와 直接資本係數로 보는 것이고 다른 하나는 l_i와 k_i를 直接 및 間接投入을 포함하는 總勞動係數와 總資本係數로 보는 것이다. 그러나 2要素模型에서는 後者의 說明이 보다 合理的이다.

式 (8)의 右邊을 rl_i로 곱하고 나누면

$$p_i = rl_i\left(\frac{w}{r} + x_i\right) \tag{5.9}$$

를 얻는다. 여기서 $x_i = K_i/L_i = k_i/l_i$이다. 다른 財 j에 관해서도 同一한 方法으로 p_j를 定義할 수 있다.

두 財 i와 j의 價格比 p^*를 取하면

$$p^*=\frac{p_i}{p_j}=\frac{l_i\left(\frac{w}{r}+x_i\right)}{l_j\left(\frac{w}{r}+x_j\right)} \tag{5.10}$$

을 얻는다. 式 (5.1)에서 l_i, l_j를 구하고 (5.2)의 x_i, x_j를 代入하고 $w/r=\omega$라 놓으면 式 (5.10)은 다음과 같다.

$$p^*=\frac{p_i}{p_j}=\frac{\left(\alpha_i\left(\frac{\beta_i}{\rho_i}\omega\right)^{\sigma i-1}+\beta_i\right)^{\sigma i/(1-\sigma i)}\left(\left(\frac{\alpha_i}{\beta_i}\omega\right)^{\sigma i}+\omega\right)}{\left(\alpha_j\left(\frac{\alpha_j}{\beta_j}\omega\right)^{\sigma j-1}+\beta_j\right)^{\sigma j/(1-\sigma j)}\left(\left(\frac{\alpha_j}{\beta_j}\omega\right)^{\sigma j}+\omega\right)} \tag{5.11}$$

式 (5.11)에서 財의 價格比 p^*는 단지 要素價格比 ω와 生產函數의 파라미터 α, β 및 σ로 表現되었다. 그러면 式 (5.11)은 要素價格均等化定理가 要求하는 財의 價格과 要素價格사이의 關係가 單調增加 또는 單調減小函數로서 1:1의 對應을 保證하는가?

式 (5.11)에서 p^*를 ω에 관하여 微分하고 이를 간단히 하면

$$\frac{d\log p^*}{d\log\omega}=\frac{a_i^{\sigma i}}{\omega^{\sigma i-1}+a_i^{\sigma i}}-\frac{a_j^{\sigma j}}{\omega^{\sigma j-1}+a_j^{\sigma j}} \tag{5.12}$$

를 얻는다[21]. 여기서 a_i와 a_j는 각각 β_i/α_i와 β_j/α_j이다. 이 式을 더욱 간단히 하면

$$\frac{d\log p^*}{d\log\omega}=\frac{a_i^{\sigma i}\omega^{\sigma j-1}}{(\omega^{\sigma i-1}+a_i^{\sigma i})(\omega^{\sigma j-1}+a_j^{\sigma j})}\left(1-\frac{a_j^{\sigma j}}{a_i^{\sigma j}}\omega^{\sigma i-\sigma j}\right) \tag{5.13}$$

과 같다. 그리하여 $\sigma_i>\sigma_j$인 경우 $\omega^*=(a_i^{\sigma j}/a_j^{\sigma j})^{-1/(\sigma i-\sigma j)}$라 놓으면 式 (5.13)에서

$$\omega\lesseqgtr\omega^*\text{일 때}\quad\frac{d\log p^*}{d\log\omega}\gtreqless 0 \tag{5.14}$$

이다. 여기서 ω^*는 財 i와 j의 相對的 資本集約度의 逆轉이 일어나는 臨界點의 要素價格比 $(w/r)^*$이다.[22] 式 (5.14)는 ω가 ω^*에 이르기 까지는 p^*는 ω의 增加函數이고 $\omega=\omega^*$에서 p^*는 極大값을 가지며 ω^*보다 큰 ω에 관해서는 p^*는 減小函數임을 나타낸다. 그러므로 財의 相對價格이 決定된다고 ω의 값이 一義的으로 決定된다고 말할 수 없다. 즉 財 i가 財 j보다 勞動集約的이냐 資本集約的이냐에 따라 財의 相對價格 p^*가 要素의 相對價格 ω의 增加函數가 되기도 하고 減小函數가 되기도 한다. 그리하여 두 財의 要素集約度가 ω^*에서 逆轉된다면 하나의 財의 價格比에 ω^*의 양쪽에 相異한 要素價格比가 對應하게 되며, 따라서 貿易을 통하여 財의 價格이 國家간에 均等化된다 하더라도 要素價格이 이에 따라 均等化한다는 保證은 없다.

---

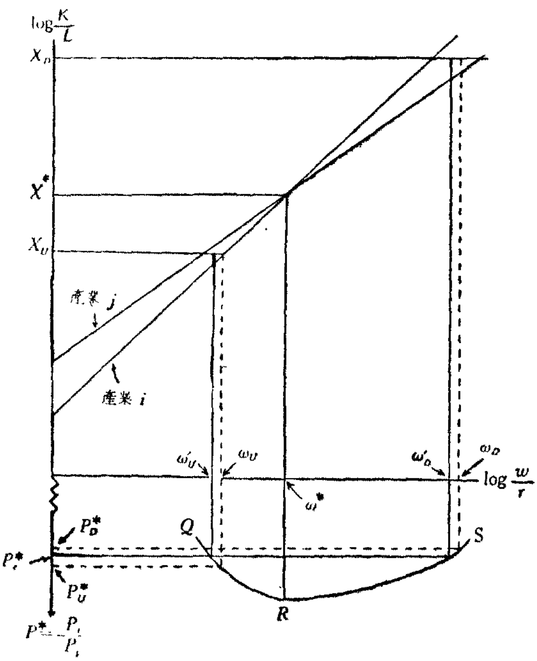
(21) $d\log p/d\log\omega=(dp/d\omega)(\omega/p^*)$이므로 極値의 問題를 分析하는 데는 $\omega/p^*>0$인 限 $d\log p^*/d\log\omega$를 대신 써도 상관없다.

(22) 이것이 式 (5.4)를 1로 놓았을때 w/r의 값과 같음은 쉽게 檢證해 볼 수 있다.

要素賦存과 貿易類型

要素賦存과 貿易의 方向, 貿易과 要素價格의 變動을 綜合的으로 把握하기 위하여는 要素賦存과 要素價格, 財의 價格과 要素價格의 關係를 나타내는 그라프를 連結하여 볼 수 있다. 이것은 第 5.3圖에 나타나 있다.

第 5.3圖의 上半部에는 勞動이 相對的으로 豐富한 後進國 U와 資本이 相對的으로 豐



<第 5.3圖> 資本集約度의 逆轉과 相對價格

富한 先進國 D의 要素賦存比 x_U와 x_D가 縱軸에 表示되어 있고 要素價格比 ω_U와 ω_D가 橫軸에 表示되어 있다. 資本/勞動比와 相對的 要素價格간의 關係는 產業 i와 j에 관해서 각각 直線으로 表示되어 있다. 이 그림에서는 x_U가 x_D가 要素集約度의 逆轉이 일어나는 하나 밖에 없는 交叉點의 上下에 分離되어 있기 때문에 그의 對應하는 相對的要素價格도 그 交叉點의 左右에 갈라지게 되어 要素賦存의 定義에 관련된 問題는 생기지 않는다. 즉 要素賦存比率에 의한 定義와 相對的 低廉性에 의한 定義는 一致한다.

第 5.3圖의 下半部의 曲線 QRS는 上半部의 最適 資本/勞動比와 두 要素의 相對價格간의 關係에서 決定되는 財 i와 j의 價格比의 움직임을 나타내 주고 있다. 즉 이 曲線은 式 (5.11)의 關係를 圖示하되 式 (5.13)및 (5.14)의 결과를 감안하였다.

貿易前에 D國의 要素의 相對價格은 ω_D이고 U國은 ω_U이다. 이때 兩國은 두 財를 모두 生產하며, D國에서의 財 j의 相對價格 p^*_D는 U國의 p^*_U보다 낮다. 그러므로 資本豐富國은 그 나라에서 相對的으로 資本集約的인 財에 比較優位를 가진다. U國과 D國사이에는 財 i와 j의 相對價格 즉 比較生產費의 差異로 貿易이 일어날 것이다. 그러나 輸出品은 兩國 모두 자기나라의 資本集約財이다. 그러므로 두 나라중의 하나 (여기서는 U國)의 貿易類型은 「헥셔-올린」定理와 背馳된다. 이러한 경우에 輸出品의 相對的 要素集約度로부터 그 나라의 要素賦存狀態를 演繹하는 것은 不可能함을 알 수 있다.

貿易으로 因하여 各國의 比較優位의 財의 價格은 오르게 되며, 이는 財의 生產에 相對的으로 集約的으로 使用하는 要素의 價格을 올린다. 그런데 要素集約度의 逆轉으로 第 5.3圖의 경우 兩國 모두에서 그 要素는 勞動이므로, 勞動의 相對價格은 兩國에서 모두 오르게 되며, 따라서 相對的 要素價格의 不均等度는 貿易으로 인하여 커질 수도 있고 작아 질 수도 있다. 그리하여 貿易은 要素集約度의 逆轉이 있는 경우 要素價格을 均等化하지 못하며, 不完全特化의 貿易에서도 要素價格의 均等化는 必然的인 것이 아니다. 第 5.3圖에서 보면 兩國은 두 財를 모두 生產하며 財의 相對價格의 國際均衡値 p^*_e는 D國과 U國의 相異한 要素價格比 ω'_D와 ω'_U와 共存한다.

지금까지 考察한 것을 綜合하면, 各各의 個別財의 生產에 있어서 財에 따라 相異하고 國家간에 同一한 CES 生產函數의 支配를 받는다면, 各財의 生產에서 要素間의 代替彈力性이 相異한 限 要素集約度의 產業間의 逆轉이 없다는 強要素集約度假說을 支持할 수 없고 要素集約度의 逆轉이 있는 限 要素賦存이 比較優位를 決定한다는 「헥셔－올린」定理가 妥當할 수 없다는 것이였다.

따라서 2要素, 可變比率, 規模에 관한 收益不變의 世界에서 조차도 「리카도」의 比較優位의 原理는 定着할 수 없는 것 같다. 古典派의 「生產條件」이란 보따리 속의 內容은 國家間의 同一한 生產函數의 假說로는 完全히 밝혀질 수 없는 것이 아닌가 한다.

5.3. 國家間의 生產函數의 差異

지금까지는 國家間의 同一한 生產函數를 假定하고 分析을 進行시켰고, 國家間의 同一한 生產函數의 假定이 가지는 戰略的인 本質을 強調하는 한편 國家間의 相異한 生產函數의 導入은 그 相異가 어떻게 하여 存在하게 되었는가를 스스로 判明하게 하는 方法이 特定되지 않는 限 國際貿易의 理解增進에 아무런 寄與도 할 수 없다는 것을 말하였다. 「민하스」는 그의 論文 끝에서 이 生產函數의 國家間의 相異를 特定하는 問題에 관하여 몇가지 示

唆를 하고 있다.

生產函數 式 (5.1)에서 $\alpha_i+\beta_i=\gamma_i^{\rho i}$, $\alpha_i\gamma_i^{\rho i}=\delta_i$ 라 놓아 生產函數를 다음과 같이 고쳐쓴다.

$$V_i=\gamma_i(\delta_i K_i^{-\rho i}+(1-\delta_i)L_i^{-\rho i})^{-1/\rho i} \tag{5.15}$$

이 式에 의하면 γ_i의 變化에 따라 주어진 要素投入에 對應해서 產業 i의 產出은 같은 比率로 變化한다. ACMS는 γ는 國家間에 크게 變動하나 $\delta/(1-\delta)$의 값은 國家間에 一定하다는 假說이 有意함을 主張하고 있다. 이것이 事實이라면 우리는 다음과 같이 말할 수 있다. 즉 國家間에 同一한 CES 生產函數의 假定은 妥當하지 못하지만 要素效率의 國家間의 差異는 中立的이다. 이 國家間의 中立的 要素效率格差의 假說은 「레온티에프」의 國家間의 勞動效率의 格差에 관한 假說과는 正面으로 對立된다.

이 中立的 效率格差가 왜 일어나며 또 어떻게 說明해야 할 것이냐의 문제는 앞으로 많은 綿密한 實證的 調査硏究가 必要할 것이며, 여기서는 다만 中立的 效率格差가 比較優位에서 가지는 意義에만 問題를 限定한다.

먼저 모든 個別產業의 效率의 國家間의 格差가 中立的일 뿐만 아니라, 모든 產業 i와 j에 있어서 γ_i/γ_j가 두 나라 U와 D에 있어서 同一하다고 假定한다. 이를 記號로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\gamma_{iU}}{\gamma_{jU}}=\frac{\gamma_{iD}}{\gamma_{jD}} \tag{5.16}$$

이러한 假定하에서라면 $p^*=p_i/p_j$의 값은 결코 크게 變하지 않으며, 第 5.3 圖의 下半部의 曲線은 그대로이다. 그리하여 要素比率에 관한 理論과 要素價格均等化에 관한 重要한 結果는 國家間에 同一한 生產函數를 가지고 分析한 것이 그대로 妥當하게 된다. 그러나 先驗的으로 國家間의 格差가 모든 產業에서 同一하다고 假定할 根據는 없다. ACMS는 美國과 日本의 比較分析에서도 그 가정을 뒷받침할 根據를 發見하지 못하였다.

國家間效率格差均一性假說의 棄却은 國際貿易의 類型에 重要한 意味를 지니고 있다. 產業 i와 j와 相對的 效率이 U國과 D國에서 같지 않은 경우, 예컨대

$$\frac{\gamma_{iU}}{\gamma_{jU}}>\frac{\gamma_{iD}}{\gamma_{jD}} \tag{5.17}$$

를 보면 이때 D國의 生產에 對應하는 p^*의 값은 第 5.3 圖에서 RS의 下方에 있게 된다. 이렇게 되면 勞動豐富國 U는 U國의 相對的 勞動集約財인 財 i에 比較優位를 가질 수 있으며, 要素集約度의 逆轉을 고려하면 D國은 D國의 勞動集約財인 財 j에 比較優位를 가진다. 그리하여 「민하스」는 產業間의 效率의 格差를 資本과 勞動이라는 두개의 要素로 說

明할 수 있는 어떤 假說이 없는 限 比較優位를 要素比率로 說明하는 「헥셔―올린」의 理論은 흔히 생각하고 있는 정도의 適用可能性 조차도 가지고 있다고 볼 수 없다고 結論을 내리고 있다.

VI. ACMS 및 「민하스」에 대한 批判

6.1. 「레온티에프」의 批判

「레온티에프」[7]는 「민하스」의 要素集約度逆轉에 관한 主張을 다음과 같이 批判하고 있다.

「민하스」가 代替彈力性을 推定하는데 使用한 式은 實質賃金率과 勞動의 限界生產性의 로그 1次關係式

$$\log\left(\frac{V}{L}\right)=\log a+b\log w \qquad (6.1)$$

였다. 그리하여 이 식에 資料를 回歸시켜 파라미터 $\log a$와 b를 구하였으며, b는 勞動과 資本간의 代替彈力性 σ로 判明되었다. 이렇게 하여 얻은 回歸直線 24 個에서 얻은 b의 값은 酪農業의 0.721 로부터 非鐵金屬業의 1.011 에까지 이르며, 20 개가 0.8 보다 크고, 이 가운데 8 개가 0.9 를 넘는다. 그런데 要素集約度의 逆轉이 일어나는 臨界點 즉 交叉點을 알기 위해서는 要素投入比率과 要素價格比率간의 로그 1次關係式

$$\log\left(\frac{K}{L}\right)=\sigma\log\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)+\sigma\log\left(\frac{w}{r}\right) \qquad (6.2)$$

가 確定되어야 한다. 그러나 式 (6.1)에서 推定되는 a와 b에서는 $b=\sigma$, $a^{-1/b}=\beta$[23]에서 σ와 β는 決定되나 資本投入과 關係되는 α의 값은 決定되지 않는다. α를 구하려면 式 (6.1)의 V/L대신 V/K를 w대신 r을 代入하여 類似한 回歸分析을 함으로써 구할 수 있다.

「민하스」는 그의 代替彈力性의 計算에 포함되었던 24 個 產業중 단지 6 개의 產業에 관해서만 α와 β의 推定値를 提示하고 있다[24]. 여기에 나타난 β와 σ의 推定値는 式 (6.1)에 基礎하여 求한 表[25]의 것과 對應한다[26]. 그러나 그에 對應하는 6 개의 α의 값은 어

(23) 本稿 第 2.3節 參照.
(24) 本稿의 第 5.1 表 參照
(25) 本稿의 第 2.1 表
(26) 例컨대 第 5.1 表의 酪農業의 β의 推定値 0.262 는 第 21 表의 酪農業의 파라미터로부터 다음과 같이 算定된다.
$\beta=a^{-1/b}$에서 兩邊의 로그를 取하면
$$\log\beta=-\frac{\log a}{b}=\frac{-0.419}{0.721}=-0.581=\bar{1}.419$$
逆로그를 取하면 $\beta=0.262$를 얻는다.

떻게 구해진 것인지에 관해서 한마디의 言及도 없다는 것은 놀라운 일이다. 왜냐하면 「민하스」가 관습적으로 勞動集約財니 資本集約財니 하는 區別을 하는 것이 옳지 못하다고 하는 實證的 證據로서 제시한 것이 바로 이 6個 產業에서 관찰된 5개의 交叉點의 存在이기 때문이다.

式 (6.2)를 고쳐보면

$$\log\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)=\frac{1}{\sigma}\log\left(\frac{K}{L}\right)-\log\left(\frac{w}{r}\right) \qquad (6.3)$$

이 된다. 그런데 우리가 알고자 하는 것은 交叉點의 位置이므로, 式 (6.3)의 左邊의 分子에 있는 α를 推定하는 것은 必要하지 않고 단지 $\log(\alpha/\beta)$를 아는 것으로 충분하다. 그런데 이를 구하려면 σ는 이미 아는 것이므로 K/L과 w/r만이 문제가 된다. w/r은 賃金率과 利子率의 資料에서 구할 수 있고 K/L은 다음과 같이하여 구할 수 있다.

假定에 의하여 各產業의 附加價値는 그 產業에 雇傭된 資本과 勞動에 完全히 分配된다. 즉

$$V=Lw+Kr$$

이다. 이 兩邊을 Lr로 나누고 整頓하면 다음 式을 얻는다.

$$\frac{K}{L}=\frac{V}{L}\,\frac{1}{r}-\frac{w}{r} \qquad (6.4)$$

그런데 式 (6.4)의 右邊의 各項은 「민하스」가 利用한 資料들이므로 K/L의 값이 決定될 수 있다. 이를 式 (6.3)에 代入함으로써 $\log(\alpha/\beta)$가 決定된다.

「레온티에프」는 「민하스」의 21個의 r의 값에 관한 자료가 있는 產業에 관하여 이와 같은 追加計算을 하여 이를 圖示하였는 바 이 그림의 各產業에 對應하는 21個의 線分은 各產業의 w/r의 값이 가장 큰 美國의 資料를 써서 右上端이 決定되었고 左下端은 L/K의 값이 가장 작은 國家 (典型的으로 印度)의 資料에 의해 決定되었다[(27)]. 이 計算의 基礎가 되는 理論에 缺陷이 없고 經驗的 知識에 誤謬가 없다면 이 左下端에 對應하는 w/r의 값은 實際로 印度에의 觀測되는 것과 같을 것이나 實際로는 그것과는 偏差를 가지고 있다. 이 그림에서 보면 「민하스」의 強要素集約度假說이 實際的 妥當性을 缺如하고 있다고 한 단호한 主張은 옳지 않은 것 같다. 이 그라프에 나타난 21개의 直線이 交叉하는 回數는

(27) 「레온티에프」는 直線의 기울기는 σ에 의해 이미 決定되어있고 다만 水準을 決定하기 위해 $\log(\alpha/\beta)$를 計算하였노라고 앞에서 說明하고 뒤에서는 그 直線을 그릴 때 各產業의 對應하는 直線의 上端이 美國에서 觀測된 要素價格比와 要素投入比와 一致하도록 그렸노라고 말하고 있다[7], p. 342參照. 그러나 이 두 말은 우연이 아니고는 서로 矛盾된다. 틀림없이 뒤의 말은 本稿의 表現처럼 되었어야 할 것이다.

17回뿐이다. 그런데 理論的으로 可能한 交叉回數 210回[28]와 비교해 보면 한 끝은 美國, 한 끝은 印度에서 觀測되는 것을 兩端으로 한 넓은 範圍를 생각할 때 17回라는 것은 극히 작은 數라고 할 수 있다. 더욱이 大部分의 交叉는 全範圍를 일관하여 接近하여 달리는 直線들 사이에 일어나기 때문에 실제로 그들의 要素集約度는 똑같다고 보아도 무방하다. 그리고 두세 개의 例外를 除外하면 資本集約的 產業, 勞動集約的 產業, 및 中間的 產業으로 特徵지울 수 있다.

이러한 根據에서 「레온티에프」는 現代의 國際貿易理論 즉 要素比率理論이 擁護될 수 있다고 본다.

다음에 「레온티에프」는 代替彈力性의 推定方法에 批判을 加하고 「코브-더글라스」函數로의 復歸를 主張한다.

「민하스」가 式 (6.1)을 써서 b를 推定함에 있어서는 變數 V/L만이 確率的 誤差를 가지며 變數 w는 그렇지 않다고 假定하고 計算을 進行하였으나 b의 推定에서 w의 크기에 影響을 미치는 誤差를 또한 許容했더라면 b값은 커져, 보다 1에 接近했을 것이다. 왜냐하면 24個 產業가운데 단 한 產業만이 b가 1보다 크게 나타났기 때문이다.

特定產業의 單位生產量當 雇傭되는 勞動者의 數와 相異한 國家의 同一產業에 의해서 勞動者들에게 支拂되는 賃金率간의 逆比例 관계 ($b=1$이라는 데서 나오는)는 전혀 다른 말로 說明할 수 있다. 어떤 國家의 勞動 1人年이 다른 國家의 勞動 1人年과 等價라는 假定은 의문의 여지가 있다. 論證을 위하여 한 나라의 주어진 產業에 雇傭된 勞動이 다른 나라의 同一產業에 고용된 勞動의 2倍의 能率이 있다고 假定하자. 勞動의 投入을 測定하는데 比較를 위하여 前者의 勞動投入을 雇傭量에 2를 곱하여 測定한다면, 두 나라의 生產函數는 本質的으로 同一할 것이며, 그 產業의 實質單位勞動費用의 比較를 위하여는 前者의 賃金率은 2로 나누어야 할 것이다. 이것은 本質的으로 「리카도」가 그의 地代論에서 使用한 方法과 같다.

이렇게 보면 「민하스」가 式(6.1)에 橫斷面資料를 適合시켜 구한 彈力性은 資本과 勞動間의 代替彈力性이 아니라 相異한 等級의 勞動간의 代替彈力性일 수도 있고 이 경우 b는 1에 접근한다. 이것을 어떻게 설명하여야 할 것인가를 決定지울 수 있으려면 資本投入에 관한 知識을 浮刻시킨 分析이 있어야 한다.

끝으로 「레온티에프」는 特定한 生產關係를 叙述하는데에는 CES 生產函數보다도, 「코

---

(28) 어느 둘도 서로 平行하지 않은 n個의 直線은 一般的으로 $n(n-1)/2$回 交叉한다.

브-더글라스」函數보다도 固定係數生產函數가 더욱 適切하다고 主張하면서 다음과 같이 말하고 있다.

CES 生產函數自體는 $\sigma=0$인 退化된 경우를 除外하고는 事實 文字 그대로 要素間의 無限한 代替可能性으로 特徵지워진다. 그리하여 두 要素가 資本과 勞動이라고 할 때 한 要素의 供給에 비하여 다른 要素의 供給이 充分히 클 때에는 勞動 또는 資本중 어느 하나는 거의 無視할만한 量만 가지고서도 所期의 量을 生產할 수 있다는 뜻이 된다(29).

6.2. 「치프만」의 批判

「치프만」은 그의 論文(30)에서 ACMS에 의해 알려진 CES生產函數의 誘導와 應用을 國際貿易理論의 가장 重要한 發展의 하나라고 前提하고 ACMS와 「민하스」의 論文에 批評을 加하고 있다.

지금 n個의 財의 生產函數가

$$y_i=f_i(z_i)=\left(\sum_{j=1}^{m}\alpha_{ij}z_{ij}^{-\rho i}\right)^{-1/\rho i}(i=1,\ 2,\ldots\ldots,n) \qquad (6.5)$$

로 주어 졌다고 假定한다. 여기서

$$z_i=(z_{i1},\ z_{i2},\ldots\ldots z_{im})$$

으로 財 i의 生產에 雇傭되는 要素 j의 量의 集合이다. w_j를 要素 j의 價格이라 하면 그에 對應하는 要素需要函數는

$$z_{ij}=h_{ij}(y_i;w)=y_i\alpha_{ij}^{\sigma i}w^{-\sigma i}\left(\sum_{k=1}^{m}\alpha_{ik}^{\sigma i}w_k^{-\sigma i}\right)^{\sigma i/(1-\sigma i)} \qquad (5.5)$$

이며 여기서 $i=1,\ 2,\ldots\ldots,n$이며 $j=1,\ 2,\ldots\ldots,m$이다. 그리고 $w=(w_1,w_2,\ldots\ldots,w_m)$, $\sigma_i=1/(1+\rho_i)$이다(31). 여기서 最少單位費用函數를 誘導하면 單位費用 c_i는

(29) 이 말에는 잘못이 있다. 앞의 CES 生產函數의 性質에서 본 바와 같이 $\sigma>1$일 때만 한 要素만으로 生產이 可能한 것이 된다. 그러나 이때 等生產物曲線과 軸와 만나는 點은 接點이 었으므로 限界代替率과 要素價格比가 같다는 데서 이러한 경우란 어느 한 要素가 自由財인 경우에만 到達할 수 있는 것임을 알 수 있다. 그리고 ACMS와 「민하스」의 σ의 推定値를 認定한다면 한 產業을 除外한 모든 產業에서 $\sigma<1$이 었으므로 이 경우는 한 要素만가지고 生產이 이루어 질 수는 전혀 없다는 것을 CES 生產函數의 性質에서 알 수 있다. 요컨대 代替彈力性이 一定하다는 假定은 要素間의 無限한 代替可能性을 말하는 것이 아님을 注意할 필요가 있다.

(30) [3], Part 3, 3.9. The Homohypallagic Production Function pp. 57-70.

(31) 이 要素需要函數는 다음과 같이 誘導된다. 財 i의 生產에서 要素 j의 限界生產物은 $\partial f_i/\partial z_{ij}=-y_i^{1+\rho i}\alpha_{ij}z_{ij}^{-(1+\rho i)}/\rho_i$이다. 完全競爭에서 要素價格과 限界生產物은 比例하여야 하므로,

$$\frac{w_i}{w_k}=\frac{\alpha_{ij}}{\alpha_{ik}}\cdot\left(\frac{z_{ij}}{z_{ik}}\right)^{-(1+\rho i)}$$

이며 여기서 $\sigma_i=1/(1+\rho_i)$라 하면

$$z_{ij}=z_{ik}\left(\frac{\alpha_{ik}}{w_k}\right)^{-\sigma i}\left(\frac{\alpha_{ij}}{w_j}\right)^{\sigma i}$$

$$c_i=g_i(w)=(\sum_{j=1}^{m}\alpha_{ij}{}^{\sigma_i}w^{1-\sigma_i})^{1/(1-\sigma_i)} \quad (6.7)$$

이 된다[32]. 財 i의 價格을 p_i라 하면, 完全競爭의 假定에서

$$c_i \geqq p_i \quad (6.8)$$

를 얻는다. 그리고 $y_i>0$이면 언제나 式 (6.8)은 等號가 成立한다. 여기서 問題는 적어도 m個의 財에 관해서 等號가 成立할 것인지, 그리고 成立하기 위한 條件은 무엇인지 하는 것이다.

우선 적어도 n個의 財가 生產된다고 假定하고 n個의 財 가운데 生產되는 財는 m개의 처음부터 m번째 까지의 財라고 한다. 이는 조금도 一般性을 制約하는 假定이 아니다. 生產되는 財의 價格과 最少單位生產費는 다음과 같이 된다.

$$p_i=g_i(w)=(\sum_{j=1}^{m}\alpha_{ij}{}^{\sigma_i}w_j{}^{1-\sigma_i})^{1/(1-\sigma_i)} \quad (i=1,2,\ldots\ldots,m) \quad (6.9)$$

이 式 (6.9)에 의해서 要素需要函數 (6.6)은 다음과 같이 간단히 된다.

$$z_{ij}=y_i\alpha_{ij}{}^{\sigma_i}w_j{}^{-\sigma_i}p_i{}^{\sigma_i} \quad (6.10)$$

그리하여 投入/產出係數는 實質需要價格의 函數로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a_{ij}=\frac{z_{ij}}{y_i}=\left(\frac{\alpha_{ij}p_i}{w_j}\right)^{\sigma_i} \quad (6.11)$$

이 式은 財 i 한 單位를 生產하는데 所要되는 要素 j의 量은 財 i의 價格의 要素의 價格에 대한 比의 函數이며, 특히 이는 다른 要素價格과는 無關함을 나타내고 있다. ACMS와 「민하스」가 σ_i의 實證的 推定値를 얻기 위하여 使用한 式은 우리가 뒤에서 볼 수 있는 바와 같이 本質的으로 이 간단한 式 (6.11)이 였다.

式 (6.9)은 m次元의 要素價格空間 W로 부터 n次元의 財의 價格空間 P로의 微分可能한

를 얻는다. 이 式과 式 (6.5)에서 要素價格의 函數로서의 投入/產出係數는

$$a_{ik}=\frac{z_{ik}}{y_i}=z_{ik}\left[\sum_{j=1}^{m}\alpha_{ij}\left\{x_{ik}\left(\frac{\alpha_{ik}}{w_k}\right)^{-\sigma_i}\left(\frac{\alpha_{ij}}{w_j}\right)^{\sigma_i}\right\}^{-(1-\sigma_i)/\sigma_i}\right]^{\sigma_i/(1-\sigma_i)}$$

$$=\left(\frac{\alpha_{ik}}{w_k}\right)^{\sigma_i}(\sum_{j=1}^{m}\alpha_{ij}{}^{\sigma_i}w_j{}^{1-\sigma_i})^{\sigma_i/(1-\sigma_i)}$$

이 된다. 이것은 式 (6.6)의 變形이다.

(32) $c_i=\sum_{k=1}^{m} w_k\frac{x_{ik}}{y_i}$로 定義되므로,

$$c_i=\sum_{k=1}^{m} w_k\left(\frac{\alpha_{ik}}{w_k}\right)^{\sigma_i}(\sum_{j=1}^{m}\alpha_{ij}{}^{\sigma_i}w_j{}^{1-\sigma_i})^{\sigma_i/(1-\sigma_i)}$$

$$=\sum_{k=1}^{m}(\alpha_{ik}{}^{\sigma_i}w_k{}^{1-\sigma_i})^{1+\sigma_i/(1-\sigma_i)}$$

이는 式 (6.7)과 一致한다.

寫像 g 를 規定하고 있다. 이것의 야코비안行列은

$$g'(w)=[\partial g_i/\partial w_j]=[(\alpha_{ij}p_i/w_j)^{\sigma_i}]$$

이며, 이것은 對角行列 $[p_i^{\sigma_i}]$와 行列$[(\alpha_{ij}/w_j)^{\sigma_i}]$로 分解된다. 그런데 $p_i^{\sigma_i}>0$이므로 行列 $[\alpha_{ij}/w_j]^{\sigma_i}$가 모든 w_j에 관해서 非特異(non-singular)인 것이 寫像 g의 全體的 一價性을 위한 必要條件이라는 것을 알 수 있다. 그런데 이것은 $\sigma_1=\sigma_2=\ldots\ldots\sigma_m$을 意味한다. 왜냐하면 $\sigma_i\neq\sigma_h$라 假定하면 式

$$w_j^{\sigma_i-\sigma_h}=\frac{\alpha_{ij}^{\sigma_i}}{\alpha_{hj}^{\sigma_h}}$$

는 모든 $j=1,\ 2,\ldots\ldots,m$에 관해서 一義的인 解

$$w_j=\left(\frac{\alpha_{ij}^{\sigma_i}}{\alpha_{hj}^{\sigma_h}}\right)^{1/(\sigma_i-\sigma_h)}$$

를 가지며 따라서

$$\left(\frac{\alpha_{ij}}{w_j}\right)^{\sigma_i}=\left(\frac{\alpha_{hj}}{w_j}\right)^{\sigma_h}$$

이다. 즉 行列 $[(\alpha_{ij}/w_j)^{\sigma_i}]$의 第 i行과 第 h行이 같아진다. 그러므로 그 行列은 特異가 된다. 그런데 그 야코비안의 元 $(\alpha_{ij}p_i/w_j)^{\sigma_i}$가 바로 投入/產出係數 a_{ij}이기 때문에 [式(6.11)參照] 이것은 어떤 要素價格이 存在하여 그 價格에서는 代替彈力性이 相異한 두 產業間에 要素集約度의 逆轉이 일어남을 意味한다.

CES 生產函數의 경우 야코비안行列式 $|\partial g_i/\partial w_j|$가 모든 w_j에 관해서 0이 되지 않는 것은 寫像 $g(w)$의 全體的 一價性을 위한 必要充分條件임은 곧 알 수 있다. 그 야코비안 行列式이 0이 되지 않는 다는 것은 앞에서 본 바와 같이 代替彈力性 σ_i가 모두 같은 것을 意味하기 때문에 모든 $i=1,2,\ldots\ldots m$에 관해서 $\sigma_i=\sigma$라 놓으면 $\sigma\neq1$일 때 最少單位生產費方程式 (6.9)로 부터

$$p_i^{1-\sigma}=\sum_{j=1}^{m}\alpha_{ij}^{\sigma}w_j^{1-\sigma}\ (i=1,\ 2,\cdots\cdots,m) \qquad (6.12)$$

를 얻는다. 이 式은 $p_i^{1-\sigma}$와 $w_j^{1-\sigma}$에 있어서 線形이며 이 各各의 項은 또 p_i와 w_j간에 각각 1:1의 對應이 된다. 그리하여 야코비안이 0이 안된다는 것은 $|\alpha_{ij}^{\sigma}|$가 0이 안됨을 意味하며 또 線形性 때문에 이것은 p_i와 w_j간의 1:1의 對應을 規定한다. $\sigma=1$인 경우에는

$$\log p_i = k_i + l_i \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} \log w_j (i=1,\ 2, \cdots\cdots, m) \qquad (6.13)$$

을 얻는다. 여기서 $l_i = 1/\sum_{k=1}^{m} \alpha_{ik}$, $\delta_{ij} = l_i \alpha_{ij}$, 그리고 $k_i = -\sum_{j=1}^{m} \delta_{ij} \log \alpha_{ij}$ 이다[33]. 式 (6.13) 역시 線形이다. 그리하여 모든 $\sigma_i = \sigma > 0$ 에 관해서 $|\alpha_{ij}{}^{\sigma}| \neq 0$ 은 寫像 $g(w)$의 1價性을 保證하는 必要하고도 充分한 條件이 된다.

ACMS의 硏究중 刮目할만한 것 가운데의 하나는 產業들 사이에 代替彈力性이 모두 同一한 매우 特殊한 경우에는 要素價格과 財의 價格간의 1：1의 對應을 위한 條件은 比較的 弱한 條件인 $|\alpha_{ij}{}^{\sigma}| \neq 1$ 이나 代替彈力性이 產業間에 同一하지 않다면 要素價格과 財의 價格간의 對應은 多數：1 이라는 것이다. 理論的인 관점에서 볼 때 ACMS의 硏究는 「러너—새뮤엘슨」의 要素價格均等化理論을 아주 破壞해 버리고 마는 듯이 보일 수도 있다. 왜냐하면 그 理論의 主要假定중의 하나인 強要素集約度假說에 의문을 표시할 뿐만 아니라 더 나아가서 겉보기에 대단히 엄격해 보이는 產業間에 代替彈力性이 모두 同一해야 한다는 條件이 충족되지 않고는 어떠한 要素價格에서 要素集約度의 逆轉이 반드시 일어난다는 것을 말하고 있기 때문이다. 그러나 이러한 結論에 성급하게 도달하기 전에 銘心하여 둘 것은 不變代替彈力性의 假定은 理論에 導入할 수 있는 여러 假定중의 하나일 뿐이며, 要素集約度 逆轉의 不在의 假定 즉 強要素集約度假說은 그와는 別個의 單純化라는 點이다. 그리하여 다만 말할 수 있는 것은 이 두 擇一的인 單純化가 代替彈力性이 產業間에 同一한 特殊한 경우를 제외하고는 相互矛盾된다는 것이다. 特殊形의 CES 生產函數 자체도 要素의 數가 2개를 超過하는 경우에는 要素間의 극히 人爲的인 對稱性을 導入하여 임의의 두 要素間의 代替彈力性이 같다고 假定하는 것 자체가 이미 대단히 엄격한 假定임이 分明하다.

---

(33) 式 (6.13)은 式 (6.12) 또는 (6.9)에 「로스피탈」의 法則을 適用하여 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\log p_i &= \lim_{\sigma_i \to 1} \frac{1}{1-\sigma_i} \log \{\Sigma \alpha_{ij}{}^{\sigma_i} w_j{}^{1-\sigma_i}\} \\
&= \lim \frac{1}{1-\sigma_i} \log \left\{\Sigma \alpha_{ij} \left(\frac{w_j}{\alpha_{ij}}\right)^{1-\sigma_i}\right\} \\
&= \lim \frac{\Sigma \left\{\alpha_{ij} \left(\frac{w_j}{\alpha_{ij}}\right)^{1-\sigma_i} \log\left(\frac{w_j}{\alpha_{ij}}\right)\right\}}{\Sigma \alpha_{ij} \left(\frac{w_j}{\alpha_{ij}}\right)^{1-\sigma_i}} \\
&= \Sigma \delta_{ij} \log \frac{w_j}{\alpha_{ij}} \\
&= -\Sigma \delta_{ij} \log \alpha_{ij} + \Sigma \delta_{ij} w_j \\
&= k_i + l_i\ \Sigma \{\alpha_{ij} \log w_j\}
\end{aligned}$$

CES 生產函數에서 생각하는 限 要素價格均等化의 妥當性을 主張하기 위하여는 經驗的인 命題로서 產業間에 代替彈力性이 같다는 것을 主張하거나 그렇지 않으면 야코비안 行列式을 0 으로 만들어 要素集約度의 逆轉을 가져오는 要素價格의 臨界値가 결코 觀察되지 않는 範圍에 있다는 것을 主張할 必要가 있다. 그리고 後者는 國家間의 相對的 要素賦存狀態가 그리 크게 다르지 않다는 假定에 의존한다.

ACMS 의 硏究는 파라미터의 實證的 推定이 큰 比重을 차지하고 있다. 그리고 여기에 쓰인 것은 주로 投入需要函數

$$z_{ij}=y_i\alpha_{ij}^{\sigma i}\left(\frac{w_j}{p_i}\right)^{-\sigma i}$$

을 利用하였다. 이 式을 變形하여 로그를 取하면,

$$\log\left(\frac{z_{ij}}{y_i}\right)\log\alpha_{ij}^{\sigma i}-\sigma_i\log\left(\frac{w_j}{p_i}\right) \qquad (6.14)$$

를 얻는다. 投入/產出比의 로그를 從屬變數로, 그에 對應하는 價格比의 로그를 獨立變數로 取扱하여 最小自乘法으로 파라미터 $\log\alpha_{ij}^{\sigma i}$ 와 σ_i 를 推定하고 여기서 α_{ij} 의 推定値를 求할 수 있다.

ACMS 는 두 生產要素 勞動과 資本을 생각하고 各產業에서 代替彈力性 σ_i 가 國家間에 同一하다고 假定하였다. 勞動을 $j=1$ 에 對應한다고 할때 z_{i1} 은 產業 i 에 雇傭된 勞動의 量 (人年으로 測定된)이라고 보고 y_i 는 產業 i 의 國民生產에의 附加價値 (美貨 1000 달러로 測定된)라고하고 w_1/p_i 를 人年當 달러로 表示한 貨幣賃金率 (產業 i 의 總勞動費用을 z_{i1} 으로 나눈 것)이라 하였다. 그리하여 各財의 測定單位는 $p_i=1$ 이 되도록 되어있다. 그리고 σ_i 는 위의 式을 19 個國의 資料에 適合시킴으로써 推定되었다. 그런데 그들의 推定에서 注意해야 할 것은 賃金率 w_1 이 產業間에 相異하다고 보고 推定을 했다는 것이며, 따라서 w_1 은 w_{i1} 이라고 하는 것이 더욱 適切하다는 點이다. 그러나 ACMS 는 이것이 要素價格 均等化理論의 主假定 가운데의 하나를 否認하는 것이란 點을 아무데서도 言及하지 않았다.

ACMS 가 使用한 推定方法은 여러가지 問題를 提起하고 있다. 첫째로 어떤 產業 i 에서 式 (6.14)를 써서 파라미터 σ_i 를 推定한다고 할 때 w_j 와 x_{ij} 에 관한 資料를 利用할 수 있는 要素 j 의 各各에서 同一한 파라미터 σ_i 에 관해서 相異한 推定子 (estimator)를 얻을 수 있다. 또 式

$$\frac{z_{ij}}{z_{ik}}=\left(\frac{\alpha_{ij}}{\alpha_{ik}}\right)^{\sigma i}\left(\frac{w_j}{w_k}\right)^{-\sigma i}$$

에서도 推定子를 얻을 수 있는데 여기서 求한 α_{ij}/α_{ik}의 推定値는 式 (6.14)를 써서 求한 α_{ij}와 α_{ik}의 推定値의 比率과 相異할 것이다. 理論的으로 보면 式

$$p_i^{1-\sigma_i}=\sum_{j=1}^{m}\alpha_{ij}^{\sigma_i}w_j^{1-\sigma_i}$$

에 反復法을 써서 $p_i^{1-\sigma_i}$의 $w_j^{\sigma_i 1-\sigma_i}$위에의 回歸로 부터 얻어지는 多重回歸係數를 極大로 하는 σ_i의 推定値를 擇하는 것이 가장 좋을 것이나 아직 이 手法에 따른 推定節次가 開發되지 않고 있다.

ACMS와 「민하스」가 σ_i의 推定에 있어 資本需要方程式을 쓰지 않고 勞動需要方程式을 擇한 데는 勞動投入量과 賃金에 관한 資料가 資本投入과 資本賃料에 관한 資料보다 더욱 信賴度가 높다고 믿어진다는 理由가 있었다. 그러나 그들이 使用한 方法은 모자를 가지고 토끼를 만들어 내는 (34) 마술사와 같았다. 즉 資本에 관한 資料는 전혀 使用하지 않고 勞動과 資本間의 代替彈力性의 推定値가 求해졌던 것이다. 그 다른 要素는 勞動이 아니라 「土地」라고 볼수도 있다고 主張해도 할 말이 없을 것이다. ACMS와 「민하스」가 그 代替彈力性이 1보다 작고 產業間에 相異한 傾向이 있다고 結論을 내린 것은 이러한 根據위에서였다.

다른 한 問題는 識別(indentification)의 問題이다. ACMS에 의해 適合된 式은 基本的으로 需要方程式이므로 주어진 產業에 있어서 要素供給이 彈力的이었는지가 問題가 된다. 그렇지 않다면 ACMS 및 「민하스」의 σ_i의 推定値는 下向偏倚되었을 것이다.

이 밖에도 ACMS와 「민하스」의 推定値가 偏倚될 수 있었던 要因은 또 있다. 附加價値와 賃金率은 各國의 經常價格으로 測定된 것을 公定換率 또는 自由市場率을 써서 美貨로 換算되었다. 여기에 알맞는 式은 要素需要方程式 (6.10)으로 부터

$$\frac{z_{ij}}{p_i y_i}=\alpha_{ij}^{\sigma_i}w_j^{-\sigma_i}p_i^{\sigma_i-1} \qquad (6.15)$$

이어야 하나 ACMS와 「민하스」가 실제로 適合시킨 式은

$$\frac{z_{ij}}{p_i y_i}=\alpha_{ij}^{\sigma_i}w_j^{-\sigma_i} \qquad (6.16)$$

이었다. 이것은 ACMS가 財의 價格이 賃金率과 體系的으로 變動하지 않으며 換率의 高評價나 低評價가 똑같이 賃金率과 體系的으로 關係되지 않는다고 假定한 이유일 것이나, 그 假定의 目的이나 구실에 관하여는 아무데서도 言及이 되어있지 않다. 확실히 이 두 條件은 式 (6.15)대신 (6.16)을 回歸方程式으로 옳게 使用하려면 必要하고 充分한 條件이다.

(34) J. R. Hicks, *Value and Capital*, 1946. 2nd ed. p.23.

특히 式 (6.16)에서 變數 p_i 를 無視한 것이 σ_i 의 推定値에 偏倚를 일으키지 않으려면 p_i 와 w_j 의 로그가 標本안에서 0의 相關을 가진다고 假定하지 않으면 안된다. 그러나 $\log p_i$ 와 $\log w_j$ 가 正의 相關關係에 있다고 볼 수 있는 理由는 수없이 많다.

輸出財의 國內價格이 外國보다 낮고 또 그 財가 勞動集約的이라면 그에 따라 賃金率도 낮을 것이다. (이것은 要素價格均等化理論으로부터 나온다). 마찬가지로 換率의 高評價 또는 低評價는 불가피 하게 財의 價格과 賃金率에 同一한 方向으로 影響을 미친다. 그러므로 財의 價格의 로그와 賃金率의 로그는 그 財가 勞動集約的인 경우 正의 相關關係가 있다고 보아야 하며 이것은 代替彈力性의 推定値를 下向偏倚시킬 것임이 곧 檢證된다.「민하스」가 엄밀하게 高度로 勞動集約的인 產業에서 낮은 代替彈力性을 얻었다는 것은 注意할만한 興味있는 事實이다.

σ_i 와 α_{i1} 의 推定値를 구하는 데는 勞動需要方程式으로 充分하였으나 α_{i2} 를 얻기 위해서는 資本需要方程式이 必要하였다. 各 產業의 勞動需要方程式으로부터 σ_i 와 α_{i1} 을 推定하고난 뒤 ACMS 는 式

$$\frac{z_{i1}}{z_{i2}}=\left(\frac{\alpha_{i1}}{\alpha_{i2}}\right)^{\sigma i}\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{-\sigma i}$$

를 變形하여

$$\frac{\alpha_{i2}}{\alpha_{i1}}=\left(\frac{w_2}{w_1}\right)\left(\frac{z_{i2}}{z_{i1}}\right)^{1/\sigma i}$$

를 얻었다. 各國의 w_2/w_1 과 z_{i2}/z_{i1} 의 觀測値가 주어지고 모든 나라에서 同一하다고 假定되는 σ_i 가 주어지면 各國 各產業에 관해서 α_{i2}/α_{i1} 의 推定値가 얻어진다. 그리고 ACMS 나「민하스」가 어떤 方法으로 推定했다고 言及하지는 않고 있으나 α_{i2} 가 推定되었다. 그들은 α_{i1}, α_{i2} 및 α_{i2}/α_{i1} 이 國家間에 同一한지의 여부를 檢定한 후 α_{i2}/α_{i1} 이 國家間에 同一하다고 보고 生產函數를

$$y_i=\gamma_i\left(\sum_{j=1}^{m}\delta_{ij}x_{ij}^{-\rho i}\right)^{-1/\rho i}$$

로 쓸 수 있었다. 여기서 ρ_i 와 $\delta_{ij}=\alpha_{ij}/\sum_{l=1}^{m}\alpha_{il}$ 은 國家간에 同一하나 $\gamma_i=(\sum_{l=1}^{m}\alpha_{il})^{-1/\rho i}$ 는 國家間에 相異하다. 이것이「中立的 效率性假說」이다.

ACMS 가 이러한 結論에 도달한 過程은 다음과 같다. 그들은 各國이 推定値 α_{i1} α_{i2} 및 δ_{i2} 의 各各의 變異係數를 計算하였다. δ_{i2} 에 관해서 計算된 變異係數는 一般的으로 α_{i1} 과 α_{i2} 에 관한 것보다 작았다. 그러나 이 方法은 극히 恣意的인 것 같으며, 一般的으로 認定을 받는 어떠한 統計方法으로도 合理化될 수 없는 듯하다. 예컨대 그들이 變異係數를 δ_{i2}

대신 δ_{i1}에 관해서 求했더라면 그것은 두배 가량이나 되었을 것이다[35]. 그리고 比率 α_{i2}/α_{i1}의 變異係數는 훨씬 더 높았을 것이다. 이렇게 볼 때 中立的 效率性假說은 흥미있는 것이기는 하나 아직도 假說의 段階를 벗어나지 못한 것으로 보아야 한다.

ACMS는 α_{i2}/α_{i1}과 σ_i가 國家간에 同一하다는 假定에서 美國 U와 日本 J에 관하여, $z_{i2}/z_{i1}=(\alpha_{i2}/\alpha_{i1})^{\sigma i}(w_2/w_1)^{-\sigma i}$에서 誘導되는

$$\frac{(z_{i2}/z_{i1})_J}{(z_{i2}/z_{i1})_U}=\left[\frac{(w_1/w_2)_J}{(w_1/w_2)_U}\right]^{\sigma i}$$

이 公式을 써서 σ_i의 推定値를 求할 수 있었다. 이 推定値는 앞서 求한 σ_i의 推定値와 比較되었으며, 그 둘 사이에는 0.55의 有意한 相關이 있음을 發見하였다. 그들이 이만한 정도에 滿足할 수 있었다는 사실은 計量經濟學의 硏究의 여러가지 難點들을 새삼스럽게 想起시키고 있다. 더욱 重要한 것은 이미 豫想한 바와 같이 이 方法으로 얻은 σ_i의 推定値가 더욱 1에 接近하는 傾向이 있다는 事實이다. ACMS는 이를 運轉資本의 省略으로 說明하고 있으나 이는 式 (6.16)에서 財의 價格을 생략하였기 때문에 생긴 偏倚가 除去되었기 때문이라고 보는 것이 보다 妥當할 것이다.

要素集約度의 逆轉의 可能性은 直線

$$\log\left(\frac{z_{i2}}{z_{i1}}\right)=\log\left(\frac{\alpha_{i2}}{\alpha_{i1}}\right)^{\sigma i}-\sigma_i\log\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$$

이 $\sigma_i \doteqdot \sigma_h$ $(i \doteqdot h)$인 한 交叉한다는 事實로부터 나온다. 이것은 產業 i및 h의 等生產物曲線群이 한 주어진 要素賦存半直線을 따라서 서로 接하게 된다는 條件에 對應한다. 國際貿易理論에서 이것이 經驗的으로 重要性을 가지려면 이 交叉點들이 兩國의 要素價格比에 의해서 有界되는(bounded) 띠 안에 들어와야 한다. 「민하스」는 그러하다는 것을 主張하였다. 이에 대하여 「레온티에프」는 그렇지 않다고 主張하였다. 「민하스」는 또 美國과 日本의 產業別 要素集約度의 順位相關係數를 計算하여 強要素集約度假說이 妥當하지 못함을 主張하였다. 「민하스」의 結果가운데 가장 뛰어난 側面중의 하나는 測定된 代替彈力性들이 經濟的으로 容納될 수 있는 값일 뿐만 아니라 推定의 標準誤差가 낮다는 것이다. 엉뚱한 先驗的인 根據에서 극히 容納할 수 없는 推定値를 얻기가 매우 쉬운 分野에서 이만한 業績이 나왔다는 것은 印象的이다. 그러나 「레온티에프」는 이 印象的 結果에 대해 失望的인 說明

---

(35) ACMS가 쓴 變異係數의 公式은 $\Sigma|X_i-m|/Nm$이었다. 여기서 X_i는 各國의 값이고 m은 그 平均이고 N은 標本의 數이다. 그런데 $\delta_{i1}=1-\delta_{i2}$의 관계가 있으므로, 이 公式에 δ_{i1}을 代入하면, δ_{i2}의 경우와 比較하여 分子는 同一하고 分母의 平均은 $1-(\delta_{i2}$의 平均$)$이 된다. 그런데 ACMS에서 보면 δ_{i2}의 平均은 0.590, 0.754, 0.598, 0.514이므로 δ_{i1}의 平均은 0.410, 0.246, 0.402 0.486이 되므로 그만큼 變異係數는 커진다.

을 하고 있다.

끝으로 한마디 하자면 ACMS와 「민하스」는 24個의 財를 고려의 對象으로 하고 있으나 要素는 단 두개 뿐이다. 「새뮤엘슨」의 要素價格均等化理論안에서는 이러한 要素의 數와 財의 數간의 不均衡은 있을 수 없는 일이다. ACMS 및 「민하스」의 資料자체가 產業間의 賃金率의 不一致를 보였다는 事實은 確實히 相異한 產業의 「勞動」이 移動可能한 「要素」가 될 수 없음을 示唆하는 것으로 볼 수 있다. 그리고 自然資源을 無視하는 國際貿易理論은 더욱 더 이상하다. 古典理論의 要素의 3分法에서 土地가 除外된 것은 自然資源의 認識이 적극적인 곤란을 야기한 戰後의 成長模型의 結果인 듯하다. 「레온티에프」의 硏究에서 조차도 財의 數는 빠른 速度로 增加하였는데 要素의 數는 0에서 1951年의 『美國經濟의 構造』 第2版에서는 1개로, 그리고 1953年에는 2개로 增加했을 따름이다. 理論家이거나 應用을 위한 計量經濟學者이거나를 막론하고 生產要素의 數를 2개로 限定하는 慣例를 깨뜨릴 때가 되었다고 생각한다.

VII. 結　　言

우리는 지금까지 CES生產函數와 그 函數의 國際貿易理論에서 가지는 意義를 槪觀하였다.

「코브-더글라스」函數는 1928年[36]에 經濟學에 導入된 이래 30餘年間을 獨走해 왔으나 이제 有力한 挑戰者로서 CES函數를 맞게 되었다. CES函數는 「코브-더글라스」函數보다 制約을 덜 받는, 「코브-더글라스」函數를 그 特殊경우로서 包含하는, 函數라는 意味에서 그 函數보다 優秀하며, 따라서 지금까지 「코브-더글라스」 函數가 할 수 있었던 役割을 모두 遂行할 수 있다. 本論稿에서는 주로 國際貿易理論과의 關聯에서 이 새로운 函數를 다루었으나, 이것은 生產의 純粹理論, 所得의 要素에 대한 機能的 分配, 經濟成長 및 經濟開發模型등에 應用될 수 있고, 또 그 函數 자체는 效用指標函數로서도 그 有用性이 認定되고 있다.

종래의 「코브-더글라스」函數로는 要素에 대한 所得의 機能的 分配比率이 一定하다는 結果밖에는 얻을 수 없었으나 CES函數를 使用함으로써, 要素間의 代替彈力性이 1보다 작을 때는 資本이 蓄積됨에 따라 資本/勞動比가 增加하면 勞動이 차지하는 國民所得의 相對的 몫이 增加한다는 것을 說明할 수 있다.

---

(36) C. W. Cobb, and P. H. Douglas, "A Theory of Production", *The American Economic Review*, Vol. XVIII, Suppl., 1928, pp. 139-65.

經濟成長模型에 CES 生產函數를 最初로 適用한 사람은「피치포드」(37)였고, 그뒤「스톤」과「브라운」(38)은 將來의 最適產業構造 내지 最適經濟構造를 描寫하기 위한 模型에서 CES 生產函數를 使用하였다.

效用指標函數로서의 CES 函數의 使用例는「치프만」(39)과「존슨」(40)을 들 수 있다.

CES 函數는 線型이 아니며, 또 線型으로 變換할 수도 없기 때문에 파라미터의 推定에 있어서는「코브-더글라스」函數의 경우보다도 더 많은 難點이 있으며 實際로 特殊한 方法을 쓰지 않고는 推定이 不可能하다. 그리하여 ACMS와「민하스」가 推定한 代替彈力性 σ는 勞動과 資本간의 代替彈力性이 아니고 相異한 等級의 勞動간의 代替彈力性일지도 모른다는「레온티에프」의 主張에 대해서도 正面으로 反駁할 수 없게 되며 推定方法의 制約에서 오는 推定된 파라미터의 偏倚가 問題된다. 앞에서 본「레온티에프」와「치프만」의 σ의 推定値에 관한 批判은 傾聽할만한 가치가 있다고 본다. 또「하코트」[4]는 빈티지(vintage)의 槪念을 導入하여 ACMS가 回歸分析에 의해 推定한 σ의 값이 偏倚가 상당히 클 수 있고 또 그 偏倚는 先驗的으로는 上向이나 下向 어느쪽으로도 可能하다는 것을 指摘하고 있다. 그러므로 推定된 파라미터의 偏倚의 方向과 크기, 그리고 새로운 推定方法에 관한 硏究가 要請된다고 하겠다.

CES 函數의 國際貿易理論에 대한 가장 큰 貢獻은 產業間의 要素集約度의 逆轉可能性을 明白하게 한 것일 것이다. 이에 관하여는「레온티에프」의 我田引水的인 說明이 있기는 하나 逆轉可能性의 存在는 否認될 수 없을 것이다.

CES 生產函數로 부터 第6.3圖를 얻을 수 있다는 것은 큰 收穫이라 할 수 있다. 不特定한 生產函數를 가지고 이와 類似한 그라프를 얻은 例로는「존슨」[6]을 들 수 있으나, 特定한 生產函數를 써서 이와 같은 結果를 얻기는 이것이 처음이다. 要素集約度의 逆轉을 根本的으로 排除하는「코브-더글라스」函數에서는 이와같은 結果가 나올 수 없다.

「새뮤엘슨」은 1949年 論文 [14]에서 까지도 第6.3圖와 같은 그라프의 提示는 없었다. 最近의 論文 [15]에서 그와 類似한 그라프를 提示하면서 그의 理論을 修正하고 있다. 즉 이 論文에서 그는 종래의 全體的 要素價格均等化定理를 修正하여 局地的 要素價格均等化定理

(37) J. D. Pitchford, "Growth and the the Elasticity of Factor Substitution," *The Economic Record*, December 1960, pp. 491-500.

(38) R. Stone, and A. Brown, *A Programme for Growth, Computable Model of Economic Growth*, Chapman and Hall, Cambridge, 1962.

(39) [3], Part 2, p. 687 및 p. 726.

(40) H. G. Johnson, "Tariff and Protectionism," *The Journal of Political Economy*, August, 1964.

를 提示하고 있다. 이 理論에 의하면 國家간의 要素賦存比率의 格差가 크기 때문에 예컨대 「오스트레일리아」와 印度가 貿易을 할 때 그 두 나라의 要素價格은 均等化하지 않는다 할찌라도 貿易에 의해서 要素賦存比率이 類似한 國家끼리, 예컨대 「오스트레일리아」, 「뉴질란드」 「캐나다」, 美國 등의 國家群에서 하나의 要素價格類型이 形成되고 印度, 中國, 「파키스탄」등 勞動이 豊富한 國家群에서 또 하나의 要素價格類型이 形成되어 全世界의 要素價格均等化는 要素集約度의 逆轉으로 이루어질 수 없다 하더라도 이러한 局地的인 要素價格均等化는 이루어 질 수 있다는 것이다.

CES 函數는 그 誕生이 아직 日淺하나 이미 여러 分野에서 活潑히 應用되어 종래의 그 方面의 理論을 修正하도록 하고 있다. 그러나 앞에서도 指摘한 바와 같이 파라미터의 推定問題가 滿足스럽게 解決을 보지 못하고 있다. 그리고 生產要素가 2개가 아니라 一般的으로 m個인 경우 CES 生產函數는 어느 두 要素間의 代替彈力性도 모두 同一하다는 強力한 制約을 加하고 있다. 물론 이 程度의 制約도 종래의 다른 生產函數에 비하면 弱한 것이나 보다 一般的인 生產函數에 대한 要求는 아직도 남아 있다고 볼 수 있다.

參 考 文 獻

[1] R. G. D. Allen, *Mathematical Analysis for Economists*, Macmillan and Co., Ltd., London, 1938.

[2] K. Arrow, H. B. Chenery, B. Minhas, and R. M. Solow, "Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency," *The Review of Economics and Statistics*, Vol. XLIII, No. 3, August 1961, pp. 225-250.

[3] J. S. Chipman, "A Survey of the Theory of International Trade, Part 1, The Classical Theory; Part 2, The Neo-Classical Theory; Part 3, The Modern Theory," *Econometrica*, Vol. 33, No. 3, July, 1965, pp. 477-519; Vol. 33, No. 4, October, 1965, pp. 685-760; Vol. 34, No. 1, January, 1966, pp. 18-76.

[4] G. C. Harcourt, "Biases in Empirical Estimates of the Elasticities of Substitution of CES Production Functions," *The Review of Economic Studies*, Vol. XXXIII, No. 3, July, 1966.

[5] H. G. Johnson, *International Trade and Economic Growth*, Allen & Unwin Ltd., London, 1958.

[6] ——, "Factor Endowments, International Trade and Factor Prices," *The Manchester School of Economic and Social Studies*, Vol. XXV, No. 3, September 1957, pp. 270-83, also in [5], pp. 17-30.

[7] W. W. Leontief, "An International Comparison of Factor Costs and Factor Use, A Review Article, *The American Economic Review*, Vol. LIV, No. 4, Pt. 1, pp. 335-45.

[8] A. P. Lerner, *Essays in Economic Analysis*, Macmillan and Co., Ltd., London, 1953.

[9] ——, "Factor Prices and International Trade(1933)", *Economica*, N.S., Vol. XIX, No. 1, February,

1952, pp. 1-15, also in [8], pp. 67-84.

[10] B. S. Minhas, "The Homohypallagic Production Function, Factor Intensity Reversals, and the Heckscher-Ohlin Theorem," *The Journal of Political Economy*, Vol. LXX, No. 2, April, 1962, pp. 138-56.

[11] J. Paroush, "A Note on the CES Production Function," *Econometrica*, Vol. 32, No. 1-2, January-April, 1964, pp. 213-4.

[12] ——, "The *h*-Homogeneous Production Function with Constant Elasticity of Substitution, A Note," *Econometrica*, Vol. 34, No. 1, January, 1966, pp. 225-7.

[13] P. A. Samuelson, "International Trade and the Equalization of Factor Prices," *The Economic Journal*, Vol. LVIII, No. 230, June, 1948, pp. 163-184, also in [16] pp. 847-68.

[14] ——, "International Factor Price Equalization Once Again," *The Economic Journal*, Vol. LIX, No. 234, June 1949, pp. 181-97, also in [16], pp. 869-85.

[15] ——, "Equalization by Trade of the Interest Rate along with the Real Wage," R. E. Caves, H. G. Johnson, and P. E. Kenen, eds., *Trade, Growth and the Balance of Payments*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1965, pp. 35-52, also in [16] pp. 909-24.

[16] J. E. Stiglitz, ed., *The Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson*, Two Vols., MIT Press, Cambridge, 1966.

[17] G. B. Thomas, Jr., *Calculus and Analytic Geometry*, 3rd ed., Addison-Wesley Publishing Co., Inc., 1960.

[18] A. A. Walters, "Production and Cost Functions, An Econometric Survey," *Econometrica*, Vol. 31, No.1-2, January-April, 1963, pp. 1-66.

[19] T. Yasui, "The CES Production Function, A Note," *Econometrica*, Vol. 33, No. 3, July, 1965, pp. 646-8.

[筆者 서울大學校商科大學
韓國經濟硏究所補助硏究員
서울大學校商科大學助敎]