

重疊世代 模型에 대한 小考

金 信 行

본고에서는 새뮤얼슨(1958)에 의해서 처음으로 제시되었던 중첩세대 모형의 발전 과정을 나열해보고 한국을 비롯한 동남아 경제의 성장과정을 이해하는 데에 중첩세대 모형이 어떠한 의미를 지니고 있는가를 알아본다. 부동산 투기와 같은 버블과 무역 신장이 두드러진 특징적인 현상으로 나타났었던 한국경제의 경우 OLG 모형은 다음과 같은 점에서 그 시사하는 바가 있다. 첫째는 버블이 OLG 모형에서는 一般均衡의 틀에서 존재한다는 점이고, 둘째는 2부문 成長模型에서 자본집약적인 재화가 자본재이고 노동집약적인 재화가 소비재일 경우에 안정적이라는 점이다. 이 두 가지 측면에서 OLG 모형은 한국경제 성장에 있어서 무역의 역할과 버블 자산의 긍정적 또는 부정적인 기여도를 평가하는 데 있어 의미있는 틀을 제공한다.

1. 머리 말

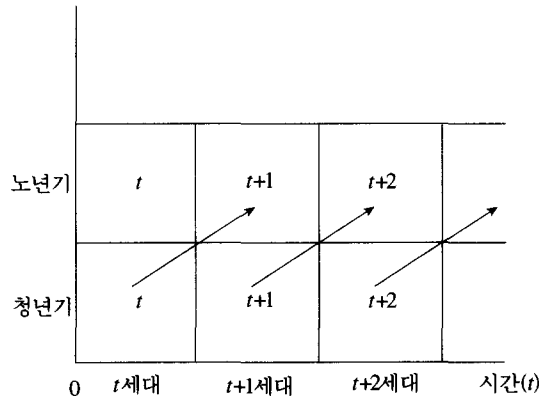
새뮤얼슨(Samuelson(1958))에 의해서 처음으로 제시되었고 다이아몬드(Diamond(1965)), 게일(Gale(1973)) 등에 의해서 다루어진 重疊世代 模型(overlapping generations model)은 지난 40여년 간에 걸쳐 미시경제학 및 거시경제학 분야에 많은 영향을 주었다.

본고에서는 새뮤얼슨 중첩세대 모형의 발전 과정을 나열해보고 한국을 비롯한 동남아 경제의 성장과정을 이해하는 데에 중첩세대 모형이 어떠한 의미를 지니고 있는지를 알아보고자 한다.

2. 버블(bubble)로서의 貨幣

중첩세대 모형에서는 한 개인의 수명기간이 青年期와 老年期の 두 기간으로 구분된다. 청년기에는 일을 하고 노년기에 은퇴한다. 청년기에 번 소득을 소비하고 나머지 부분은 노년기에 가서 소비한다. 어느 시점 t 에서 인구는 $L(t)$ 이고 n 율로 증가하여 시점 $t+1$ 에 가서 $(1+n)L(t)$ 만큼의 노동이 고용된다. 동일 세대의 개인간에 또 각기 다른 세대에 걸친 개인간에 효용 및 능력은 동일하다. 중첩세대 모형에서는 청년세대와 노년세대가 중첩된다(〈그림 1〉을 참조).

〈그림 1〉에 나타나 있는 바와 같이 청년과 노년세대의 중첩은 무한히 지속한다. 이때에



註: 횡축은 청년기 세대의 출현시점을 나타낸다. t 기에 출현한 청년기 세대는 $t+1$ 기에 노년기 세대가 된다. 어느 시점 t 에서 청년기와 노년기 두 세대가 중첩한다.

〈그림 1〉 青年期和 老年期 世대의 重疊

청년세대에 생산된 재화가 노년기까지 보존 불가능하다면 어떠한 문제가 발생하겠는가?

한 가지 가능한 해결 방안은 청년세대에 생산된 재화 중 소비되고 남은 재화를 노년세대에 공급하고 노년시기에 가서는 다음 청년세대로부터 공급받는 것이다. 그러나 문제는 노년세대에 공급했던 재화를 다음의 청년세대로부터 반드시 보상받는다라는 보장이 있겠느냐 하는 점이다. 만약에 이것이 불가능할 경우에는 노년세대에 공급이 중단되고 청년기에 생산된 재화는 전부 소비된다. 그러나 이 경우에 소비는 다음과 같은 이유에서 비효율적이다.

t 세대의 개인은 w_t 만큼의 임금을 얻고 청년기에는 c_{0t} 만큼을 노년기에는 c_{1t} 만큼을 소비하며 노년기 이자율이 r_{t+1} 일 것이라고 기대한다. 두 기간에 걸친 효용함수 $u(c_{0t}, c_{1t})$ 가 미분가능하고, $u'_i(\cdot) > 0$, $u''_i(\cdot) < 0$ 이다(여기서 $i = 0, 1$ 로서 청년기와 노년기를 각각 나타낸다.). 예산제약식은 $c_{0t} + c_{1t+1}/(1 + r_{t+1}) \leq w_t$ 이다. 그러면 이 개인의 소비는 $u_0/u_1 = 1 + r_{t+1}$ 의 일계조건으로부터 청년기 저축은 $s_t = w_t - c_{0t} = s(w_t, r_{t+1}) > 0$ 이므로 노년기 소비가 0이 되는 것은 소비자 효용 극대화에 모순된다.

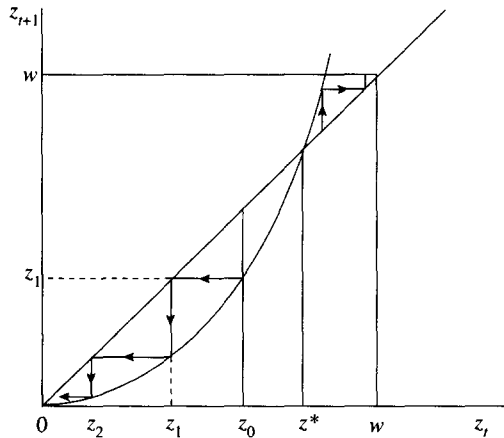
이러한 모순을 극복할 수 있는 방안의 하나로 새뮤얼슨은 貨幣를 도입한다(contrivance of money). 그러면 청년기 세대에 생산되고 남은 부분을 화폐의 형태로 보관하고 노년기에 가서 이 화폐를 다음의 청년세대에 공급하여 재화로 교환한다.

모든 개인은 w_t 의 소득을 얻고 노년기에 M_t 의 통화량이 주어졌다고 하자. 그러면 시점 t 에서 통화공급량은 노년기 소비 $p_t c_{1t} L_t$ 와 같다. 다른 한편, 청년기 세대의 통화 수요량은 $p_{t+1}(w_t - c_{0t})L_{t+1}$ 와 같고 均齊狀態(steady state)에서는 이자율이 두 세대간에 걸쳐 동일하

므로 $c_{1t} = (w_t - c_{0t})$ 이다. 그러면 $p_t/p_{t+1} = L_{t+1}/L_t = 1 + n$ 이다. 그런데 p_t/p_{t+1} 은 두 기간에 걸친 데플레율을 나타내므로 $1 + r_{t+1}$ 과 같다. 그러므로 $r_{t+1} = n$ 로서 황금률이 만족된다.

非均齊狀態(non-steady state)에서는 화폐시장의 균형이 어떻게 설명되겠는가? 데플레율(즉, 이자율)이 일정하지 않고 시간에 따라 변하므로 $z_t = M_t/p_t L_t$ 로 표시된 일인당 실질 통화 수요량도 변한다. 금기에 어느 한 개인이 기대하는 이자율에서 청년기 저축이 정해지고 노년기 소비재 가격과 이자율이 따라서 결정된다. 그런데 $M_t = p_t c_{1t} L_t$ 이므로 $z_t = c_{1t}$ 이고, c_{1t} 는 다시 지금 현재의 노년세대가 청년기 때에 결정한 저축이므로 그 전기의 이자율의 함수가 된다. 이자율은 다시 그 전기에 있어서의 실질 통화 공급량의 함수이므로 $z_t = \xi(z_{t-1})$ 와 같은 一次 非線型 差分函數(non-linear 1st-order difference equation)를 얻는다. 전기의 일인당 실질 화폐 수요량 z_{t-1} 가 증가하면 이자율이 증가하고 대체효과가 陰(-)의 소득효과를 초과하는 한에 있어 이자율의 증가에 따라 차기의 일인당 실질 통화 수요량 z_t 가 증가한다(즉, $\xi'(z_{t-1}) > 0$). $\xi(0) = 0$ 에서는 非貨幣經濟 均衡이 이루어지고 $0 < \xi'(0) < 1$, $\xi''(\cdot) > 0$ 이면, (1) 이 화폐경제의 균형이 존재하나, 이 균형은 不安定的이다. 다음의 <그림 2>는 이 내용을 요약한다.

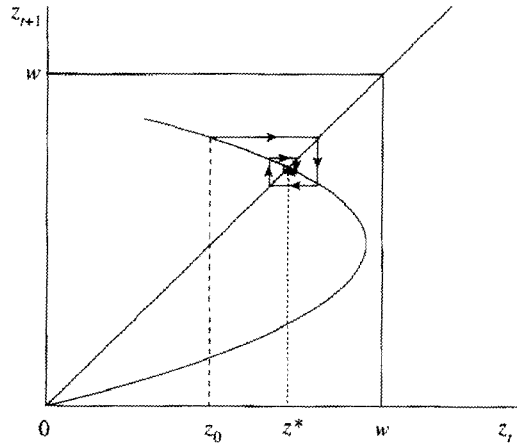
만약에 陰(-)의 소득효과가 대체효과를 초과하게 되면, $\xi'(\cdot) < 0$ 이 되어 <그림 3>에서



註: 초기의 1인당 실질통화량 z_0 가 z^* 보다 작은 경우에는 $z \rightarrow 0$ 으로 z^* 보다 큰 경우에는 w 로 접근한다.

<그림 2> 重疊世代 模型의 不安定的 均衡

(1) 만약에 $\xi'(0) > 1$ 이라면, 화폐시장에 공급만이 있고, 노년기 소비는 0이 되므로 합리적인 소비행위에 모순된다.



註: 초기의 1인당 실질통화량은 z^* 에 접근한다.

〈그림 3〉 重量世代 模形에서의 安定的 均衡

보는 바와 같이 $\xi(\cdot)$ 함수가 후굴현상을 보인다. 그리고 균형점에서 이 $\xi(\cdot)$ 기울기의 절대값이 1보다 작으면 이 경제의 화폐균형은 安定的이다.

지금까지 소개된 내용을 다시 한번 음미하여 보자. 첫째로, 새뮤얼슨의 OLG 모형에서는 노동 증가율이 陽(+)인 이상 이자율도 陽(+)이다. 그 이유는 다음과 같다. 일단, 경제에 주어진 통화량은 일정하나, 인구가 증가함에 따라 화폐에 대한 수요가 계속 상승하기 때문에 화폐에 대한 稀少性으로 이자율이 陽(+)의 값을 갖는다.

이자율이 陽(+)의 값을 갖는 까닭에 대하여는 몇 가지 전통적인 이론이 있다. 성장경제에서는 시간이 경과함에 따라 소득이 증가하고 한계효용이 체감하는 한에 있어서는 오늘의 소비재 한 단위 한계효용은 내일의 소비재 한 단위 한계효용보다 크므로 이자율은 陽(+)의 값을 갖는다. 또 다른 이유는 소비자가 내일의 한 단위 소비재보다는 오늘의 한 단위 소비재를 더 선호하는 시간의 한계선호율이 陽(+)의 값을 갖기 때문에 이자율이 陽(+)의 값을 갖는다. 다음으로는 시간이 생산함수에서 투입요소로 간주되는 오스트리아적인 迂回生産(roundaboutness)의 요인으로 이자율이 陽(+)의 값을 갖는다(Böhm-Bawerk (1889)). 위에서 설명한 이자율이 陽(+)인 이유에는 모두 소비자의 선호함수나 생산자의 생산함수에 시간의 본질적인 영향이 담겨져 있다. 이에 비해서 새뮤얼슨의 OLG 모형에는 시간의 본질적인 요인과는 독립적으로 이자율이 陽(+)의 값을 갖는다. 단지, 세대간에 저장 불가능한 재화의 교환을 가능하게 해주는 화폐제도의 고안에 따라 이자율이 陽(+)의 값을 갖는 것이 OLG 모형의 흥미로운 점의 하나이다. 그리고 OLG 모형에 도입된 화폐

는 소비자의 효용함수나 생산함수에 아무런 영향을 미치지 않으므로 화폐의 基礎的인 價値(fundamental value)는 零(0)이다. 그럼에도 불구하고 이자율이 陽(+)의 값을 갖고 있으므로 화폐는 버블(bubble)이다. OLG 모형에서는 버블 자산으로서의 화폐가 일반균형으로서 존재하고 화폐경제의 균형은 陰(-)의 소득효과가 대체효과보다 크고 균형에서 $\xi(\cdot)$ 기울기의 절대값이 1보다 작을 때에 안정적이다. $\xi(\cdot)$ 의 균형점에서의 기울기가 1보다 크면 균형은 주기에 따라 반복되는 경기변동 또는 카오스(chaos)를 유발한다. 이로부터 內生的 景氣變動論과 카오스理論이 발전되었다(Benhabib and Nishimura(1985), Grandmont (1985)).

3. 交換經濟 模型으로서의 OLG

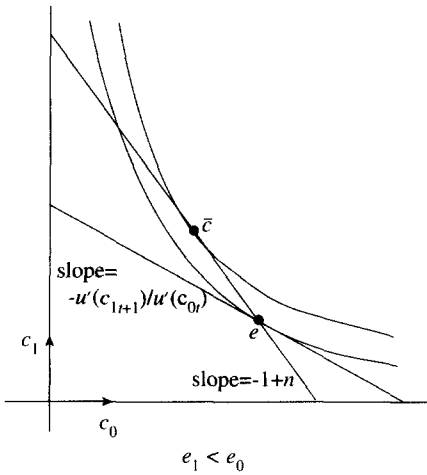
앞 장에서는 OLG 모형에서 버블자산으로서 화폐의 역할을 생각해 보았다. 본 장에서는 생산이 없는 純粹 交換經濟에서의 OLG 모형을 생각해 보고자 한다. 한 개인에게 청년기에는 e_0 , 노년기에는 e_1 만큼의 재화가 주어지고 앞 장에서와 같이 두 기간에 걸친 소비자의 효용함수가 주어졌다고 하자. 그리고 인구는 n 으로 증가한다. 그러면 세대간에 교환이 어떻게 이루어지겠는가? 청년기에는 일을 하고 노년기에는 은퇴한다는 앞 장에서의 가정에 비추어 볼 때, $e_0 > e_1$ 의 조건이 OLG 모형의 취지에 부합된다. 일생에 걸친 소비자의 효용극대화에 따른 일계조건은 다음과 같다.

$$(3.1) \quad (e_0 - c_0(t))u'(c_{0t}) + (e_1 - c_{1(t+1)})u'(c_{1t}) = 0$$

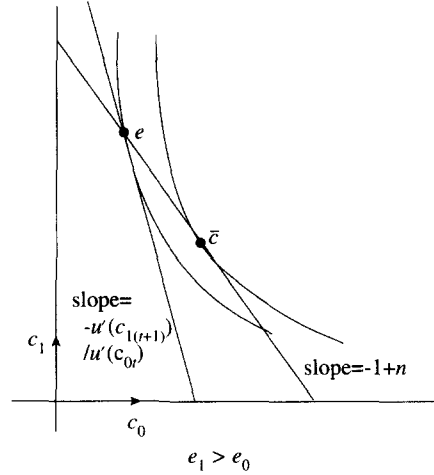
다음의 <그림 4a>는 위의 소비자 일계조건을 나타낸다. 이 그림에서 쉽게 볼 수 있는 것처럼 이 소비자의 경우에도 음(-)의 소득효과가 대체효과를 초과하게 되면 이 소비자의 오퍼 곡선이 후굴현상을 나타낸다. 이와 같은 경우를 게일(Gale(1973))은 새뮤얼슨으로, 또 $e_0 < e_1$ 인 경우를 古典派로 양분하여 균형의 존재와 안정성을 비교한다. 다음의 <그림 4b>는 고전파의 경우를 나타낸다.

그리고 게일(Gale(1973))의 모형에서 社會的인 制約條件(social feasibility constraint)은 다음과 같다.

$$(3.2) \quad (e_0 - c_0(t))(1 + n) + (e_1 - c_1(t)) = 0$$



〈그림 4a〉 새뮤얼슨의 境遇



〈그림 4b〉 古典派의 境遇

초기에 주어진 노년기 소비지출 $c_1(0)$ 에 대하여 $c_0(0)$ 을 얻고 이것을 다시 식 (3.1)에 대입하여 $c_1(1)$ 을 얻는다. 이와 같은 방법으로 식 (3.1)과 (3.2)로부터 노년기 소비의 궤적을 얻는다. 게일 명제 4(Gale Theorem 4)는 이 궤적의 안정성을 고전파와 새뮤얼슨 두 경우로 나누어 다음과 같이 요약한다.

게일 명제 4: 古典派 경우 세대간에 교환이 없는 균형은 不安定的이나, 새뮤얼슨 경제의 경우에는 安定的이다.

세대간에 교환이 없는 자명한(trivial) 균형이 안정적이고, 교환이 있는 경제는 고전파 경우에 안정적이다. 이 결과는 고전파 경제는 파레토 최적이나, 새뮤얼슨 경제는 비-파레토 효율적임을 함의한다(Gale Theorem 3).

여기서 게일이 지적하고 있는 중요한 점은 새뮤얼슨 OLG 경제에서의 不確定性(indeterminacy)이다. 즉, 주어진 청년기 c_0 에 대하여 두 개의 노년기 소비 c_1 이 있을 수 있고, 이것은 다시 두 개 수준의 이자율에서 동일한 청년기 소비 c_0 를 얻는다는 해석이다. 그러므로 어느 이자율의 수준이든 다 같이 균형이자율이 될 수 있으므로 이 균형이 확정적이지 못하다.⁽²⁾ OLG 모형의 화폐균형에서 실질 화폐공급이 후술현상을 나타낼 때에도 역시 균형의 불확정성이 나타난다. 소득효과가 대체효과를 초과할 때 후술현상이 일

(2) 불확정적 균형에 대한 국내 문헌연구에 대하여는 박현(2001)을 참조할 것.

어나므로 이 두 효과의 이자율 변화에 대한 반응은 균형의 불확정성과 관련이 있다. 고전파의 경우에는 이자율의 증가는 비용의 증가가 되지만, 새뮤얼슨의 경우에는 역으로 소득의 증가로 나타나므로 음(-)의 소득효과와 더불어 후술현상이 가능해지며 균형의 불확정적일 경우가 일어난다.

게일의 순수 교환경제의 OLG 모형은 그 이후 애로우-드브뢰(Arrow-Debreu)의 一般均衡으로 발전된다. OLG 모형에서는 새로운 세대가 영속적으로 구세대를 교체하고 각 세대가 보유하는 재화는 동일한 재화라 할지라도 시간의 차원에서 각기 다른 재화(dated commodities)이므로 애로우-드브뢰의 일반균형의 세계에는 수없이 많은 소비자와 부존된 재화가 있다. 이것을 ‘二重 無限性(double infinity)’ [Balasko and Shell(1980)]이라고 부른다. 새로이 태어나는 세대가 미래의 모든 재화의 가격에 대하여 完全豫測力(perfect foresight)을 가지고 있을 때에 일반균형은 존재하며 이것은 후생경제학의 제1명제를 만족시키는가에 관한 연구가 진행되었다.

일단 무한대에 걸친 왈라스 均衡(Warlas equilibrium)을 생각하기 이전에 세대 별로 구분한 절단된 경제(truncated economy)의 균형을 다루고, 이 균형의 列(sequence of truncated economy)로서 왈라스 균형을 설명한다. 이에 대하여 다음의 발라스코-셸 [Balasko and Shell(1980)]의 명제를 소개한다.

발라스코-셸 명제 3.10: OLG 모형의 모든 세대의 財貨賦存 列(sequence of endowments)에 대하여 왈라스 均衡 價格 列(Warlasian equilibrium price sequence)이 존재한다.

정부는 각 세대에 주어진 재화를 재배분할 수 없지만, 통화를 발행하고 이것을 개인에게 이전 또는 세금을 부과함으로써 통화의 재배분이 가능하다고 할 때 OLG 모형에서 화폐 균형의 존재를 다음의 발라스코-셸 [Balasko and Shell(1981a)]의 명제가 요약한다.

발라스코-셸 명제 3.1: OLG 모형의 모든 세대의 재화부존 列(sequence of endowments) 및 政府의 通貨移轉 列(monetary transfer sequence)과 재화균형 가격 列(equilibrium price sequence)에 대하여 화폐의 현재가격은 非陰數(nonnegative)인 상수이다.

이 명제는 화폐의 본질적인 가치는 0이라 할지라도 OLG 모형에서는 陽(+)의 가치를

지닌다는 새뮤얼슨의 화폐의 制度的인 價値(contrivance of money)를 일반균형의 틀에서 입증해 준다.

새뮤얼슨의 OLG 모형에 담겨져 있는 또 다른 문제의 하나인 균형의 불확정성의 문제는 재화수와 한 세대에 태어나는 인구수가 많을 때에도 발생한다[Kehoe and Levine (1985), Muller III and Woodford(1988)]. 그러나 이러한 불확정성의 문제는 효용함수가 로그-선형(log-linear)이거나[Balasko and Shell(1981b)] 기간 간 효용함수가 분리 가능(intertemporally seperable) [Geneakoplos and Polemarchakis(1984)]할 경우에는 재화 수가 많은 경제에서도 균형은 확정적이다. 이 결과는 Kehoe, Levine, Mas-Colell, and Woodford (1991)에 의해서 재화의 粗 代替性(gross substitutability)이 있을 경우에 多財貨-多數의 OLG 순수 교환경제모형의 균형은 확정적인 것으로 일반화된다. 균형이 확정적일 경우에는 Benhabib and Nishimura (1985) 등의 내생적 경기변동 현상이 일어나지 않는다.

본 장에서는 재화가 청년기와 노년기에 주어진 순수 교환경제 모형에서 OLG 모형을 발전시킨 문헌들을 정리하였다. 다음 장에서는 OLG 모형에서 생산이 이루어질 경우를 생각하여 보자.

4. 生産經濟에서의 OLG

청년기에서 한 재화만이 생산되고 소비되고 남는 부분은 교환경제에서와 같이 저장 불가능하지 않으므로 노년기에 자본으로 사용된다. 이때에 생산함수는 신고전파적이고 어느 한 개인의 청년기와 노년기에 걸친 효용함수는 교환경제 모형에서와 동일하고 인구는 n 으로 증가한다.

시점 t 에서의 일인당 자본장비를 k_t , 소비 c_t 이 개인의 청년기 소비 c_{0t} 와 노년기 소비 $c_{1(t+1)}$ 은 다음과 같이 나타난다.

$$(4.1) \quad \begin{aligned} c_{0t} &= (w_t - s_t) \\ c_{1(t+1)} &= r_{t+1}s_t \end{aligned}$$

청년기에는 소득 가운데 저축하고 남는 부분을 소비하고, 노년기에는 이자율이 r_{t+1} 일 때 저축에 대한 임대료 소득 $r_{t+1}s_t$ 을 소비한다. 이 때에 임대료 소득은 자본의 순 한계 생산력에 의해서 결정된다. 즉,

$$(4.2) \quad \begin{aligned} r_{t+1} &= f'(k_{t+1}) - \delta, \\ w_t &= f(k_t) - k_t f'(k_t) \text{ 이고} \end{aligned}$$

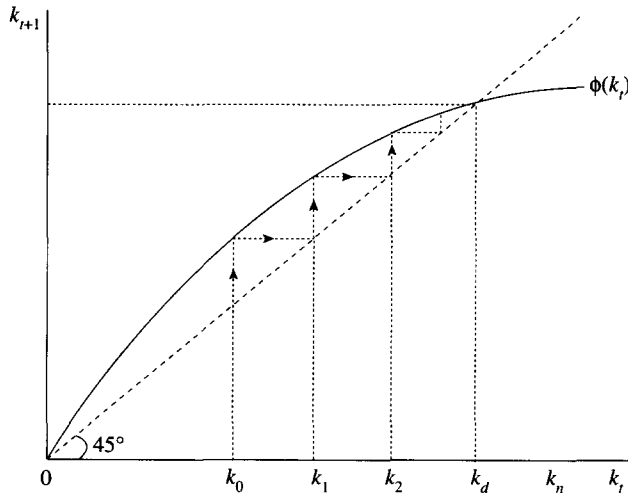
위에서 δ 는 자본에 대한 감가상각률이다. 소비자의 효용 극대화 문제는 다음과 같다.

$$(4.3) \quad \max u(w_t - s_t, (1 + r_{t+1})s_t)$$

현재 시점 t 청년기 저축은 다음 세대 청년기 이자율을 결정하게 되고 이에 따라 다음 기 자본 축적이 결정되고 이자율이 다시 결정되어 자본축적이 진행된다. 즉, $s_t \rightarrow k_{t+1} \rightarrow r_{t+1} \rightarrow s_{t+1} \rightarrow k_{t+2} \dots$ 의 자본축적의 열이 생긴다. 이 자본축적의 열은 소비자의 효용극대화의 일계조건과 식 (4.1)과 (4.2)로부터 다음과 같이 나타난다.

$$(4.4) \quad k_{t+1} = \frac{s(f(k_t) - k_t f'(k_t), f'(k_{t+1}))}{1 + n}$$

陰 函數定理 (implicit function theorem)에 의해서 위의 식 (4.4)로부터 다음과 같은 함수 ϕ 를 얻는다: $k_{t+1} = \phi(k_t)$. 이 때에 함수 ϕ 의 형태는 생산함수 f 와 효용함수 u 에 달려있다.



註: 1인당 자본장비율선인 OA선과 45°선이 만나는 k_d 점에서 중첩세대 모형은 균제상태에 있게 된다.

<그림 5> 重疊世代 模型에서 1人當 資本裝備率

여기서 우리의 관심은 위의 1차 비선형 차분방정식이 자본축적에 따라 $k_{t+1} = k_t$ 의 균제상태에 접근하느냐에 있다. 함수 ϕ 가 k_t 에 대하여 오목하면 <그림 5>에서 볼 수 있는 것처럼 어떤 초기세대 장비율은 균제상태로 접근한다.

한계효용의 체감률이 σ 이고, 효용함수가 $u(\cdot) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$ 이며, 생산함수가 콥-더글러스(Cobb-Douglas)일 때 함수 ϕ 가 오목한 것을 쉽게 볼 수 있다. 이때에 균제상태는 유일하게 존재하고, 이 균형은 안정적임을 <그림 5>에서 쉽게 알 수 있다.

OLG 모형에서 또 다른 한 가지 주목할 점은 다음 세대의 소비와는 무관하게 청년기 저축을 노년기에 가서 모두 소비하기 때문에 過多 貯蓄의 발생이 가능하다는 것이다. 이 가능성은 청년기의 임금 수준이 높을수록(즉 노동생산성이 높을수록), 한계시간 선호율이 낮을수록, 또 인구증가율이 낮을수록 높아진다. 이러한 점에서 OLG 모형은 動態的으로 非效率的이다. 전통적인 솔로우(Solow)성장모형에서는 동태적인 비효율성이 임의로 주어진 저축률의 존재로 발생하나, OLG 모형에서의 비효율성은 각 개인이 기간에 걸쳐 효용 극대화를 함에도 불구하고 발생한다.

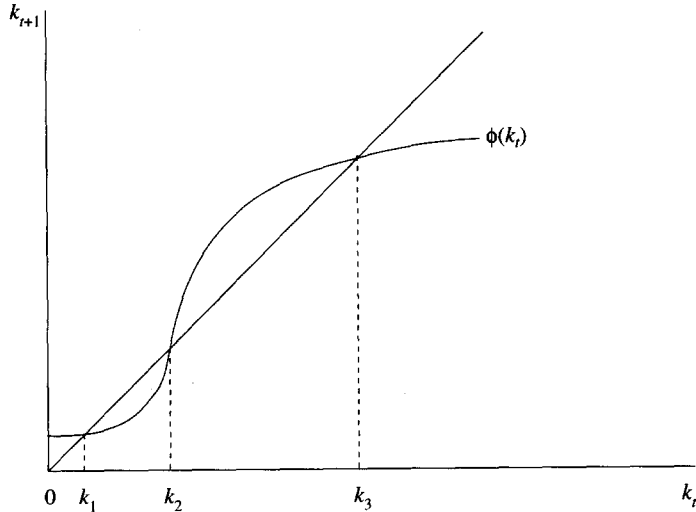
그 원인은 다음과 같이 설명된다. 기간에 걸친 交換이 OLG 모형에서는 制限(limited opportunities for intertemporal exchange)되어 있기 때문에 발생한다(Cass and Yaari (1966)). 만약에 어느 한 개인이 자신의 효용 뿐만 아니라 다음 세대의 효용까지를 고려하면 이러한 비효율성은 없어진다(Barro(1974)).

그러므로 일찍이 다이아몬드(Diamond(1965))는 정부 부채를 도입함으로써 오히려 경제의 동태적인 효율성이 향상됨을 보여준다. 이것은 이미 앞에서 설명한 바와 같이 버블로서의 화폐의 도입이 자원 배분의 효율성을 높여주는 것과 동일한 이치로 설명된다(Tirole (1985)).

5. OLG 模型에서의 複數均衡

앞 장에서는 ϕ 함수가 오목한 경우만을 생각하여 보았다. 그러나 f 와 u 가 모두 오목하다고 해서 ϕ 함수가 반드시 오목하지는 않다(Galor and Ryder(1989)).⁽³⁾ 이 경우에는 <그림 6>에서 볼 수 있는 것처럼 복수균형이 존재한다.

(3) OLG 모형에서 청년기 저축이 모두 투자되므로 임금이 상승하고 이에 따라 이자율이 하락한다. 자본의 이자율 하락에 대체탄력성이 낮은 경제에서는 임금의 소득분배율이 자본축적에 따라서 증가하므로 자본축적에 따른 축적률의 증가현상이 가능하다. 이러한 경우에 $\phi > 0$ 이고 복수균형의 현상이 일어난다.



註: k_1 과 k_3 의 균제상태는 안정적이며 k_2 는 불안정적이다.

〈그림 6〉 複數均衡

어느 한 세대의 초기 자본장비율이 불안정적인 균형점 k_2 보다 조금이라도 낮은 수준에 있는 경제(즉 $k < k_2$)의 자본장비율은 k_1 으로, 이보다 조금이라도 높은 수준에 있는 경제(즉 $k > k_2$)는 k_3 의 자본장비율에 접근한다. 다시 말해서, 초기 세대의 자본장비율이 서로 조금이라도 차이가 나는 두 경제간에 있어 시간이 경과함에 따라 일인당 자본장비율에 격차가 커지고, 결국에 가서 일인당 所得에도 큰 차이가 발생한다. 그리하여 높은 소득의 선진국 경제 郡과 낮은 소득의 후진국 경제 郡으로 분리된다. 서로 각기 다른 경제의 收斂 郡(convergence club)이 발생한다. 이에 대하여는 보몰(Baumol(1986))의 선진국 경제간에 개인당 소득의 수렴현상에 대한 관찰 이후 최근 경제성장론에서 주요 연구주제의 하나가 되고 있다.⁽⁴⁾ 생산에 있어서 규모의 경제, 외부성에 의해서 복수균형이 있게되므로, 이와 관련된 인적자본의 형성, 소득분배와 출산을 등은 국가간에 일인당 소득의 수렴 균형성 설명에 타당한 가설을 제시한다. 예컨대, 인적자본 형성에 규모의 경제가 있다면, 초기에 인적자본이 조금이라도 높은 경제는 높은 수준의 균형으로, 그렇지 못한 경제는 빈곤의 함정(poverty trap)에 빠진다(Azaridis and Drazen(1990)). 이와 병행하여 OLG 모형에서 복수균형의 존재 역시 각기 다른 郡의 존재를 뒷받침하는 데에 적절한 가설의 설

(4) 각국 경제의 收斂 郡(convergence club)에 대한 이론적인 논쟁에 대하여는 Durlauf(1996)을 참조할 것.

정을 가능하게 한다. 이를 테면, 두 경제간에 생산과 소비 및 인적자본 수준이 다 동일하다고 할지라도 초기의 인적자본의 배분이 조금이라도 달라서 세대에 걸쳐서 인적자본 형성에 유리한 경제는 일인당 인적자본 수준과 소득이 높은 수준에서 균제상태가 이루어지고 그렇지 못한 경제는 일인당 소득이 낮은 수준에서 균형이 이루어진다[Galor and Tsiddon (1997)].

6. OLG 模型에서 國際貿易

금융이나 재정 분야와는 다르게 國際貿易理論에서 OLG 모형은 널리 응용되지 않았다. 단지 부이터와 돈부쉬(Buiter(1981), Dornbusch(1985))의 貿易과 厚生과 관련된 연구가 있다. 한계시간선호율이 낮은 경제는 청년기 세대의 재화를 수출하여 경상수지 흑자를 기록하고, 노년기에 가서 한계시간선호율이 높은 경제로부터 재화를 공급받고 경상수지 적자가 발생한다(Buiter(1981)). 경제의 개방시점에서 자본의 이동은 이루어지지 않는다고 하자. 그러면 청년기 임금과 노년기에 얻게 되는 利子所得은 개방 이전과 동일하다. 따라서 단기적으로는 개방 이전과 이후의 노년기 소득에는 변함이 없다. 그러나 개방으로 인하여 양 교역국에 기대되는 利子率이 달라진다. 한계시간선호율이 높은 경제에서의 이자율은 낮아지고, 한계시간선호율이 낮은 경제에서의 이자율은 올라갈 것으로 이자율에 대한 기대가 바뀐다. 그러므로 한계시간선호율이 높은 경제의 개방시점에서 청년세대 후생은 단기적으로 하락한다. 반면에 한계시간선호율이 낮은 경제의 청년세대 후생은 단기적으로 올라간다. 또 두 교역경제의 일인당 자본장비율이 황금률의 자본장비율보다 다 같이 높거나 낮을 경우에 양국의 장기적인 후생은 향상된다. 한계시간 선호율이 낮은 경제의 경우에는 단기와 장기 후생이 모두 함께 올라가므로 개방으로 이 경제의 후생은 확실히 향상된다. 그러나 한계시간선호율이 높은 경제의 경우에는 단기 후생이 떨어지는 것을 감안하였을 때, 장기적인 후생향상효과가 반드시 개방으로 인하여 향상된다는 보장은 없다. 그러나 돈부쉬(1985)는 債券(consol)을 도입한 1-개의 OLG 모형에서 채권 한 단위에 대한 일인당 가처분소득이 다른 경제간에 채권의 자유교역은 양 교역국의 후생을 증가시킴을 보여 준다.

7. 二國-二財 經濟에서의 OLG

앞에서 생산경제에서의 OLG 모형에서 재화는 하나만이 생산되는 경제이다. 그러나 消

費財와 資本財의 두 재화를 생산하고 일인당 자본장비율이 서로 다른 두 경제에서의 OLG 모형의 균형과 안정성은 어떻게 수정되었는가?

二國-二財의 모형은 헉셔-오린 定理(Heckscher-Ohlin)의 貿易模型에 부합된다. 솔로우의 一財 모형이 우자와(Uzawa(1963))에 의해서 二財 성장모형으로 발전되면서 貿易과 經濟成長과의 관계가 연구되었다(Oniki and Uzawa(1965)). 개방경제로 확장된 二國-二財의 우자와모형에서는 소비재가 자본재보다 더 자본집약적일 때, 균형이 안정적이다. 따라서 헉셔-오린의 무역이론에 비추어 볼 때 자본이 상대적으로 풍부한 경제는 소비재를 수출하고 자본재를 수입함으로써 자본 축적이 가속화되는 한편, 노동이 상대적으로 풍부한 경제는 자본을 수출함으로써 자본이 고갈된 경제로 전락해 버린다. 이러한 극단적인 경우는 현실적으로 무역과 성장간의 관계를 설명하는 데에 한계가 있다. 그러나 二財의 생산을 도입한 OLG 모형에서는 자본재가 소비재보다 자본집약적일 경우에 균형이 결정되고 그 균형은 안정적이다(다음의 Galor(1992) 명제 3을 참조).

갈로 명제 3: 2부분 OLG 모형에서 자본재가 資本集約的이고, 소비재가 勞動集約的일 때, 자명하지 않은(non-trivial) 균제상태가 존재하면, 이 균형은 鞍裝點(saddle-point)이다.

그리고 이 모형을 헉셔-오린의 二國-二財 모형으로 확장했을 경우에 국제무역에 복수균형이 존재하고, 초기 소득 수준이 서로 다른 경제라 할지라도 무역에 의해서 국가간에 서로 수렴하는 收斂 郡(convergence club)이 형성됨을 보여 준다(다음의 Mountford(1998) 유추정리 4.1을 참조).

마운트포드 유추정리 4.1: 무역이전의 균제상태 소득이 낮은 경제가 국제무역을 통하여 소득이 높은 경제의 균제상태로 접근하거나 추월할 수 있다.

8. 맺는 말

본고에서는 1958년 새뮤얼슨의 消費-貸出 模型(OLG 모형)의 지난 40여년 간의 발전과정을 간략하게 요약하였고, 이 OLG 모형이 국제무역과 경제성장에 어떻게 응용되었는가를 살펴보았다.

새뮤얼슨의 모형에서는 고전파적인 이자율 결정론에서 벗어나 세대간의 同時 去來

(atemporal transactions)로서 이자율의 결정을 설명한다. 한 개인의 수명기간이 한정되어 있음으로 인한 몇 가지 흥미로운 점들을 검토하였다. 첫째는 버블로서 화폐의 역할, 둘째는 균형의 불확정성과 동태적인 비효율성, 셋째는 복수균형의 존재이다. 이러한 OLG 모형으로서의 특수성은 미시경제학의 一般均衡論이나, 거시경제학에서 貨幣經濟學과 內生的景氣變動論에 지대한 영향을 끼쳤음을 알아보았다. 이 뿐만 아니라, OLG 모형에 내재되어 있는 복수균형의 존재는 빈국과 부국간에 소득 격차를 설명하는 데에 원용되어 왔다.

특별히, 지난 1970년대와 1980년대에 걸친 경제성장 과정에서 부동산 투기와 같은 자본이득 발생과 무역의 신장이 두드러진 특징적인 현상으로 나타났었던 韓國經濟의 경우 OLG 모형은 다음과 같은 점에서 그 시사하는 바가 있다. 첫째, 버블이 OLG 모형에서는 일반 균형의 틀에서 존재한다는 점과 둘째, 2부문 성장모형에서 자본집약적인 재화가 자본재이고 노동집약적인 재화가 소비재일 경우에 안정적이라는 점이다. 이 두 가지 측면에서 보았을 때에 OLG 모형이 한국경제의 성장에 있어서 무역의 역할과 버블 자산의 긍정적 또는 부정적인 기여도를 평가하는 데 있어 의미있는 틀이 아닌가 생각된다.

서울대학교 經濟學部 教授

151-742 서울특별시 관악구 신림동 산56-1

전화: (02)880-6388

팩시: (02)886-4231

E-mail: shk@plaza.snu.ac.kr

參 考 文 獻

- 박현(2001): “내생적 성장어론에서의 불확정적 균형,” 『계량경제학보』, **12**, 117-170.
- Azaridis, Castas, and Allan Drazen(1990): “Threshold Externalities in Economic Development,” *Quarterly Journal of Economics*, **105**, 501-526.
- Balasko, Y., and K. Shell(1980): “The Overlapping-Generations Model, I: The Case of Pure Exchange without Money,” *Journal of Economic Theory*, **23**, 281-306.
- _____ (1981a): “The Overlapping-Generations Model, II: The Case of Pure Exchange with Money,” *Journal of Economic Theory*, **24**, 112-142.
- _____ (1981b): “The Overlapping-Generations Model, III: The Case of Log-Linear Utility Functions,” *Journal of Economic Theory*, **24**, 143-152.

- Barro, Robert J.(1974): "Are Government Bonds Net Wealth?" *Journal of Political Economy*, **82**, 1095-1117.
- Baumol, William J.(1986): "Productivity Growth, Convergence, and Welfare: What the Long-Run Data Show," *American Economic Review*, **76**, 1072-1085.
- Benhabib, J., and K. Nishimura(1985): "Competitive Equilibrium Cycles," *Journal of Economic Theory*, **35**, 284-306.
- Buiter, Willem H.(1981): "Time Preference and International Lending and Borrowing in an Overlapping-Generations Model," *Journal of Political Economy*, **89**, 769-797.
- Böhm-Bawerk, E von.(1889): Kapital und Kapitalzins. Zweite Abteilung: Positive Theorie des Kapitals, Innsbruck: Translation of 1st ed. in 1891 as *Positive Theory of Capital*, London.
- Cass, David, and M.E. Yaari(1966): "A Re-examination of the Pure Consumption Loans Model," *Journal of Political Economy*, **74**, 353-367.
- Diamond, Peter A.(1965): "National Debt in a Neoclassical Growth Model." *American Economic Review*, **55**, 1126-1150.
- Dornbusch, Rudiger(1985): "Intergenerational and International Trade," *Journal of International Economics*, **18**, 123-139.
- Durlauf, Steven N.(1996): "Controversy on the Convergence and Divergence of Growth Rates," *Economic Journal*, **106**, 1016-1018.
- Gale, David(1973): "Pure Exchange Equilibrium of Dynamic Economic Models," *Journal of Economic Theory*, **6**, 12-36.
- Galor, Oded(1992): "A Two-Sector Overlapping-Generations Model: A Global Characterization of the Dynamical System," *Econometrica*, **60**, 1351-1386.
- Galor, Oded, and Harl E. Ryder(1989): "Existence, Uniqueness, and Stability of Equilibrium in an Overlapping-Generations Model with Productive Capital," *Journal of Economic Theory*, **49**, 360-375.
- Galor, Oded, and Daniel Tsiddon(1997): "The Distribution of Human Capital and Economic Growth," *Journal of Economic Growth*, **2**, 93-124.
- Geneakoplos, J.D., and H.M. Polemarchakis(1984): "Intertemporally Separable Overlapping-Generations Model," *Journal of Economic Theory*, **34**, 207-215.
- Grandmont, Jean M.(1985): "On Endogenous Business Cycles," *Econometrica*, **53**, 995-

1045.

Kehoe, T.J., and D. Levine(1985): “Comparative Statics and Perfect Foresight in Infinite Horizon Economies,” *Econometrica*, **53**, 433-453.

Kehoe, T.J., D. Levine, A. Mas-Colell, and M. Woodford(1991): “Gross Substitutability in Large Square Economies,” *Journal of Economic Theory*, **54**, 1-25.

Mountford, Andrew(1998): “Trade, Convergence and Overtaking,” *Journal of International Economics*, **46**, 167-182.

Muller III, W.J., and M. Woodford(1988): “Determinacy of Equilibrium in Stationary Economies with Both Finite and In Finite-Lived Consumers,” *Journal of Economic Theory*, **46**, 255-290.

Oniki, H., and H. Uzawa(1965): “Patterns of Trade and Investment in a Dynamic Model of International Trade,” *Review of Economic Studies*, **32**.

Samuelson, Paul A.(1958): “An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money,” *Journal of Political Economy*, **66**, 467-482.

Tirole, J.(1985): “Asset Bubbles and Overlapping Generations,” *Econometrica*, **53**, 1163-1181.

Uzawa, H.(1963): “On a Two-Sector Model of Economic Growth II,” *Review of Economic Studies*, **30**, 105-118.