二重 代理人 問題

金 善 九

본 논문에서는, 대리인(agent)의 숨겨진 행동에 수익의 확률분포를 오른쪽으로 이동시키는 노력(effort)뿐만 아니라 그 확률분포의 분산도를 결정짓는 위험선택(risk choice)도 포함되어 있을 때, 지주(principal)가 여하히 대리인으로 하여금 적정량의 노력과 적정수준의 위험을 선택하게 할 지를 분석하고 있다. 대리인은 본질적으로는 위험회피적이라 할지라도 그의 보수체계가 어떻게 주어졌느냐에 따라 위험중립적 또는 위험선호적으로 행동할 수 있다. 따라서, 본 논문에서 밝혀진 바와 같이 이 경우 대리인의 보수는 수익의 절대치뿐만 아니라 그 분산도에도 영향을 받게 된다.

1. 序 論

현실에서 기업들은, 자신들이 직면하게 되는 다양한 위험을 평가하고, 관리하는 데 점점 더 많은 돈을 소비하고 있다. 危險 管理의 이점은 수많은 학술 논문과 전문 잡지들에서 여러 차례 강조되어 왔다.(1) 그러나 대부분 글들은 위험 의사결정을 감시하는 것에 수반되는 어려움들에 대해서는 언급하지 않고 있다. 오히려 대조적으로 많은 글들은, 사후적으로 볼 때 경영진이 기업의 위험을 줄인 것이 아니라 오히려 위험을 가중시킨, 많은 사건들에 초점을 맞추어 유인 및 감시와 관련된 내용을 다루고 있다. 1994년에서 1995년 사이 기간 중에 Barings와 Metallgesellschaft이라는 두 회사가 파생금융 상품에 대한 투기적 거래의 결과로 파산했다는 사실은 매우 잘 알려져 있다.(2)

본 논문의 주요 목적은, 자신의 노력 뿐만 아니라 기업의 현금흐름과 관련된 위험성까지 결정하는, 危險 忌避的 성향의 經營者를 대리인으로 설정하고 本人-代理人 관계의 논리적 구도 속에서 危險 管理의 問題를 검토해 보고자 하는 것이다.(3) 본 논문에서는 주

---

(1) Smith and Stulz(1985), DeMarzo and Duffie(1991), Froot, Scharfstein, and Stein(1993) among others 참조.

(2) 석유의 파생상품 거래로부터 Metallgesellschaft가 미달러 기준으로 13억 달러의 손실을 보았다는 사실은 엄청난 주목을 받았다. 이와 관련해서는 Parsons, Mello, Miller Culp 등의 논문이 있다.

(3) Harris and Raviv(1979), Holmstrom(1979), Shavell(1979), 그리고 Grossman and Hart(1983) 등등 대부분의 대리 문제를 다루는 논문들은 대리인의 노력에만 관심을 기울일 뿐 위험 등에 영향을 주는 행위들에 대해서는 언급하고 있지 않다. 그 외에 다른 논문들 예를 들어

주들은 경영자가 충분한 노력을 기울이는지 그리고 바람직한 위험 관리를 하고 있는지는 직접적으로 관찰할 수 없다고 가정한다. 결과적으로 주주들은 관찰이 가능한 수익을 바탕으로 條件附的인 補償 體系를 설계함으로써 경영자가 두 가지 측면에서 모두 바람직한 행동을 하도록 유도하여야 한다.(4)

주주들이 경영자들의 위험 의사결정을 직접적으로 관찰하고 통제할 수 있다면, 대리인 문제는 단지 경영자로 하여금 충분한 노력을 하게끔 만드는 문제로 국한된다. 만약 주주들이 경영자들의 위험 의사결정을 관찰할 수만 있다면, 주주들은 경영자들과 위험 관리에 관련된 forcing contract를 맺음으로써, 수익과 위험 간의 상충관계를 고려한 최적의 위험보다는 낮은 위험 수준을 강요할 것이다. 바꿔 말하면 危險 中立的인 주주들은 危險忌避的 경영자들에게 긍정적인 기대 수익을 갖는 일부 위험을 줄이도록 요구한다. 이렇게 함으로써 덜 위험한 수익은 주주들이 경영자들의 숨겨진 노력 수준을 보다 정확하게 추정할 수 있게 해 주고, 그런 의미에서 주주들이 (더 적은 비용으로) 경영자들과 보다 효율적인 계약을 할 수 있도록 해준다.(5)

보다 흥미로운 경우는 주주들이 경영자들의 위험 의사결정을 관찰할 수 없는 경우이다. 예를 들어 경영자의 危險 意思決定이 기업의 期待 收益에는 영향을 미치지 않고 現金흐름의 變動性만 줄여주는 단순한 경우를 생각해 보자. 그리고 보수 계약은 경영자의 숨겨진 노력을 이끌어 내는 방향으로 설계된다고 하자. 이러한 계약이 경영자로 하여금 자발적으로 위험을 관리하도록 할 수 있을까?

결국 위 질문은 주주들이 위험 관리를 관찰할 수 없다는 사실과 관련하여 代理 費用이 발생하는지 여부를 묻는 것이다. 이에 대한 답은 經營者의 效用函數에 의존한다. 최적의 노력 수준을 이끌어내도록 고안된 보상 계약이 주어진다면 경영자는 그 보상계약으로부터 도출된 자신의 위험 선호가 기업의 수익에 따라 오목할 때, 자발적으로 위험을 줄이려 한다. 그러나, Hirshleifer and Suh(1992)에 따르면 이러한 오목성 조건은 일부의 효용함수에 대해서만 만족될 뿐 다른 일반적인 함수들에 대해서는 성립되지 않는다. 이러한 조건이 충족되지 않는다면, 위험 의사결정을 관찰하는 것이 불가능하다는 사실로 인하여

Ross(1974), Lambert (1986), 그리고 Hirshleifer and Thakor(1992) 등은 단지 대리인의 위험 의사결정 등만 다루고 있다. 단지 Hirshleifer and Suh(1992)만이 두 가지를 동시에 결정하는 대리인에 대하여 분석하고 있다.

(4) 이러한 관점에서 본 논문의 모형은 multi-task model과 유사하다. 그러나 표준적인 multi-task model 대리인의 위험 의사결정에 대한 것이 아니라 생산적이고 경쟁적인 많은 업무들에 관한 것이다. standard multi-task model에 관하여서는 Holmstrom and Milgrom(1991)을 참고하기 바란다.

(5) 이러한 직관은 이미 Kim(1995)과 Kim and Suh(1991)에서 밝혀진 바 있다.

효율 손실이 발생한다.

危險 管理가 기업의 期待 收益도 함께 감소시키는 보다 일반적인 경우에는, 경영자의 위험 선호에 따라 결정되는 의사결정이 주주들이 최적이라고 생각하는 수준과는 달라질 것이다. 이러한 경우에 있어서는 多期間에 걸친 收益을 관찰하는 것이 큰 도움을 준다. 특히 우리는 이 논문에서 경영자의 보상이 現金흐름의 標本平均뿐 아니라, 推定된 分散의 函數라는 것을 보여주고 있다. 분산과 관련된 프리미엄이 작을 때에는, 위험을 줄임으로써 경영자의 노력수준에 관해 보다 정확한 정보를 얻는 이득이, 기대 수익을 포기함으로써 발생하는 비용을 훨씬 능가한다. 그래서 주주들은 분산에 대하여 제재를 가함으로써 경영자들로 하여금 위험을 줄이도록 유도한다. 반면에 분산과 관련하여 큰 프리미엄이 존재하면, 최적의 계약은 분산이 클수록 보수도 커지는 방향으로 설계될 것이다.

본 논문과 가장 유사한 것은 Hirshleifer and Suh(1992)이다. 그들은 경영자의 노력 수준뿐 아니라 위험의 의사결정에 대한 관찰이 불가능한 경우, 계약의 곡률이 경영자의 위험 선호를 결정한다는 점을 밝혔다. 이를 바탕으로, 위험이 커다란 기대 수익을 동반할 경우, 주주들은 경영자에게 stock option 등을 이용한 보상 체계를 통하여 경영자의 위험 선택을 장려함을 보였다. 그러나 그들의 분석은 대부분의 논의가 특정 예에 기초하였을 뿐 일반적인 최적 계약에 근거하지 않았다는 점에서 한계를 갖는다. 더욱이 그들의 모형은 1期間 模型이기 때문에, 현금흐름의 추정된 분산은 고려하지 못했다는 지적도 가능하다.

본 논문에서 제시하고자 하는 모형은, 경영자가 위험 의사결정과 노력 수준을 결정한 후에 기업의 현금흐름이 여러 기간에 걸쳐 나타나는 多期間 模型이다. 이러한 방식으로 모형을 설정하는 이유는 이렇게 함으로써 현금흐름에 대한 추정된 분산을 계약에 반영하고, 그 결과 본 논문의 분석에 여러 현상들에 대한 설명력을 불어 넣을 수 있다는 것이다. 기업의 경영자들은 기업의 위험을 헷지하는 데 엄청난 주의를 기울이고, 가급적 수익보고서 상에 나타나는 변동성을 줄이려고 노력한다. 또 다른 경영진들과 무리를 지어 행동하기도 하고, 새로운 우수한 사업계획을 채택하는 데 있어서 보수적인 성향을 드러내기도 한다. 이러한 것들이 본 논문의 모형으로 설명가능한 현상의 대표적인 예라 할 것이다.

본 모형에서 예측하는 방식처럼, 급여 혹은 보너스가 수익의 변동성을 명백하게 반영하는 보수 계약의 예를 찾기는 어렵지 않다. 자산운용자나 혹은 거래자들은 적어도, 암묵적으로는, 시장으로부터의 이탈 정도 등에 기초하여 평가된다. 예를 들어 자산운용자들은 자산의 수익률이 S&P500의 움직임을 따르도록 자산을 구성해야 한다. S&P500과 운용자산 수익 간 차이의 변동성이 매우 클 때에는 해고될 수도 있다. 기업 경영자들도

또한 부분적으로는 그들이 생산해내는 이익의 변동성에 기초하여 평가된다. 각 부서의 장들은 안정적으로 이익을 늘릴 것으로 기대되는데, 만약 이익이 해마다 큰 변동을 보일 때에는 그에 따른 제재를 받게 된다. 수익을 조작하고 실제보다 좀더 완만하게 보이게 하려는 행동들을 자극함에도 불구하고, 예측 가능성에 프리미엄을 주는 이러한 보수적인 기업 문화는 현실에서 얼마든지 찾아 볼 수 있다.

본 고의 나머지 부분은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장은 기본적인 모형 설계를 설명한다. 3장은 경영자의 위험 의사결정을 주주가 관찰할 수 있는 경우와 그렇지 못한 경우, 두 가지 경우 각각에 대하여 최적의 계약을 도출한다. 후자의 경우 최적 계약은 현금흐름의 표본 평균에 긍정적인 영향을 받고 현금흐름의 분산에 부정적인 영향을 받는데, 특히 수익과 위험 간의 상충관계가 작을 때 더욱 그러하다. 결론은 4장에 제시된다.

2. 基本 模型

여기서는 2人 多期間 代理 模型을 고려한다.(6) 시작 시점$(t=0)$에서는 危險 中立的인 株主가 危險 忌避的인 經營者를 代理人으로 고용한다. 고용 계약이 체결된 직후, 대리인은 두 종류의 행동, $a_1 \in [0, \infty)$ and $a_2 \in [0, \bar{a}_2]$을 취한다. 첫째는 산출량을 증가시키는 생산적인 노력을 의미하고, 두번째는 산출량의 분포에 편의를 야기하는 危險 意思決定을 의미한다. 대리인이 $t=0$의 시점에서 a_1, a_2를 결정하고 나면, 각 기간의 收益 $x_t, t=1, \cdots, T$이 실현되고, 이 수익은 주주와 대리인 양쪽 모두가 관찰할 수 있다. 수익 x_t는 대리인의 두 가지 노력과 t기의 자연 상태 θ_t에 의하여 결정되는 함수이다. 논의의 단순화를 위해서 收益 函數는 분할 가감이 가능한 형태(additively separable form)를 가정한다: $x_t = \phi(a_1, a_2) + \theta_t$이고, 모든 θ_t는 각기 독립이며 $\theta_t \sim N(0, \sigma^2(a_2)), t=1, \cdots, T$이다. 最終的인 收益 x_T가 실현되고 나면, 주주는 대리인에게 金錢的인 補償을 지급한다.(7) 유일한 관측 가능한 변수는 收益 흐름 $x=(x_1, \cdots, x_T)$이기 때문에 금전적인 보상은 x에 의존해서 설계되어야 한다. 예를 들면 $w=w(x)$이다.

(6) 본 논문은, 대리인이 시작 시점 한 번만 자신의 행동을 결정하고 일단 결정한 이후 기간에는 결정된 바에 따라 노력을 기울인다는 점에서 기존의 전형적인 다기간 대리 모형과는 구분된다. 다른 논문들의 다기간 대리 모형에 대하여 보다 자세한 것은 Lambert(1983), Radner(1985)와 Holmstrom and Milgrom(1987)을 참조하기 바란다.

(7) 대리인이 일단 a_1을 결정하고 나면 그 이후 기간에는 a_1를 바꿀 수 없다는 가정은 상당히 강한 가정이다. 그러나 본 논문의 모형에서는 각 기간이 동일하고 상호 독립이며, 무엇보다 제일 마지막의 수익 x_T까지 실현되고 난 후에 금전적인 보상 w가 주어진다는 점에서, a_1이 시간에 따라 변한다고 가정하는 것과 동일한 결과를 낳는다.

본 논문의 분석을 위해 다음과 같은 사항들을 미리 가정한다.

假定 1: 대리인의 선호는 각각의 행동들에 대하여 분할 가감이 가능하다. 예를 들어

$$U(w, a_1, a_2) = u(w) - v_1(a_1) - v_2(a_2), u' > 0, u'' < 0,$$

가 성립하고 이 때 v_i, $i = 1, 2$는 i번째 행동으로 인한 대리인의 비효용을 뜻한다.

假定 2: $v_1' > 0, v_1'' > 0, \quad \forall a_1$.

假定 3. $v_2(a_2) = 0, \quad \forall a_2$.

假定 4: $\dfrac{\partial \phi}{\partial a_1} \equiv \phi_1 > 0, \dfrac{\partial^2 \phi}{\partial a_1^2} \equiv \phi_{11} < 0.$

假定 5: $\dfrac{\partial \phi}{\partial a_2} \equiv \phi_2 < 0, \dfrac{\partial \sigma^2}{\partial a_2} < 0.$

假定 6: 각 기간의 이자율(할인률)은 0이다.

假定 2와 3은 첫번째 행동을 하는 데에는 비용이 수반되지만 두 번째 행동을 하는 데에는 비용이 수반되지 않음을 의미한다. 사실 대리인의 위험 의사결정은 많은 경우에 비용이 들지 않는다는 사실을 반영한다. 假定 4와 5는 첫번째 행동이 生産을 늘리기 위한 노력이고 두 번째 행동인 危險을 줄이기 위한 노력임을 지적한다. 짚고 넘어가야 할 점은 두 번째 행동을 강화시키면 수익과 위험의 상충관계로 인하여 收益에 否定的인 영향을 미친다는 점이다.

3. 分　　析

3.1. 代理人의 危險 意思決定을 觀察할 수 있는 境遇

우선 대리인의 두 번째 행동(a_2)이 관찰 가능하거나 혹은 주주에 의하여 직접적으로 명령될 수 있는 경우를 분석할 것이다. parameterization method(8)를 사용하여, 주어진 행동들이 정해졌을 때 수익 x의 結合密度函數를 $h(x|a_1, a_2)$라 표현하자. 그러면 주주의 최적

화 문제는 가중 평균된 결합 이득을 극대화하는 것이 된다:(9)

$$\begin{aligned} \underset{a_1, a_2, w(x)}{Max} \quad & SW \equiv \int [\Sigma x_t - w(x)] h(x|a_1, a_2) dx \\ & + \lambda [\int u(w(x)) h(x|a_1, a_2) dx - v_1(a_1)] \\ & s.t. \\ & \text{(i) } a_1 \in argmax \int u(w(x)) h(x|a_1', a_2) dx - v_1(a_1'), \quad \forall a_1' \\ & \text{(ii) } w(x) \geq k, \quad \forall x \end{aligned}$$

첫 번째 제약식은 대리인의 첫번째 행동(a_1)에 대한 incentive compatibility constraint를 의미하고 두 번째 제약식은 k를 대리인의 최저 생계 임금이라고 할 때 대리인의 limited liability constraint를 의미한다.(10)

The first-order approach가 유효하다고 가정하면,(11) 최적화 문제는 다음으로 축약된다.

$$\begin{aligned} \underset{a_1, a_2, w(x)}{Max} \quad & SW \equiv \int [\Sigma x_t - w(x)] h(x|a_1, a_2) dx \\ & + \lambda [\int u(w(x)) h(x|a_1, a_2) dx - v_1(a_1)] \\ & s.t. \\ & \text{(i) } \int u(w(x)) h_{a_1}(x|a_1, a_2) dx - v_1'(a_1) = 0 \\ & \text{(ii) } w(x) \geq k, \quad \forall x. \end{aligned}$$

그러나 최적화된 a_2가 주주에 의해 주어질 때, 그에 따른 최적의 a_1을 선택하도록 하는 최적 계약 $w(x)$, 그것을 구하고 싶은 것이 아니다. 그보다 여기서 보이고자 하는 것은 임의의 a_2에 대하여 최적 수준의 a_1, 즉 a_1^*를 이끌어내는 계약을 도출하고자 하는 것이다.(12) 위의 최적화 프로그램을 풀면 다음의 (3.1) 식으로 나타난다.

---

(8) 이러한 parameterization method은 Mirrlees(1974)에 의하여 처음 제시되었고 이후 Holmstrom (1979)에서 보다 발전되었다.

(9) 이러한 최적화 방식은 표준적인 대리 모형에서와는 다르다. 여기서는 대리인의 효용 수준이 결정된 상태에서 주주의 이익을 극대화하는 것이 아니라 양쪽 이익의 가중 합을 극대화하고자 한다. 여기서 우리는 대리인 효용의 가중치를 λ으로 고정시키기로 한다. 그러나 이러한 분석은 최적 계약을 분석하는 데 있어서 표준적인 모형과 동일한 결과를 가져온다.

(10) 대리인의 limited liability constraint는 임금 계약 $w(x)$에 대한 최적해가 존재한다는 점을 확실히 하기 위해 도입되었다. 신호가 표준 정규분포를 따른다고 가정하였기 때문에 반드시 필요하다. 보다 자세한 것은 Mirrlees(1974)를 참조하기 바란다.

(11) Kim(1995) 참고.

$$\frac{1}{u'(w(x|a_2))} = \lambda + \mu_1(a_2)\frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2), \tag{3.1}$$

식 (3.1)이 $w(x|a_2) \geq k$인 범위에서 해를 갖도록 하는 거의 모든 x에 대하여 최적 계약은 반드시 식 (3.1)을 만족시켜야 하고 그렇지 않는 경우에 최적 계약은 $w(x|a_2)=k$가 된다. $\mu_1(a_2)$는 a_2가 임의로 주어졌을 때 a_1에 대한 대리인 incentive constraint의 Lagrangian multiplier를 의미한다.

$f(x_t|a_1^*, a_2)$를 평균이 $\phi(a_1^*, a_2)$이고, 분산이 $\sigma^2(a_2)$인 正規密度函數라 놓자. 그러면 θ_t가 상호 독립이라는 가정에 의하여 $h(x|a_1^*, a_2) = f(x_1|a_1^*, a_2) \times \cdots \times f(x_T|a_1^*, a_2)$이고,

$$\begin{aligned}\frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2) &= \frac{f_{a_1}}{f}(x_1|a_1^*, a_2) + \cdots + \frac{f_{a_1}}{f}(x_T|a_1^*, a_2) \\ &= \frac{\Sigma[x_t - \phi(a_1^*, a_2)]}{\sigma^2(a_2)}\phi_1(a_1^*, a_2) \\ &= T\left[\frac{\bar{x} - \phi(a_1^*, a_2)}{\sigma^2(a_2)}\right]\phi_1(a_1^*, a_2),\end{aligned} \tag{3.2}$$

이 때 $\bar{x} \equiv \frac{\Sigma x_t}{T}$를 의미한다. 그래서 (3.1)식은 다음의 (3.3)식으로 변환된다.

$$\frac{1}{u'(w(x|a_2))} = \lambda + \mu_1(a_2)\frac{T(\bar{x} - \phi(a_1^*, a_2))}{\sigma^2(a_2)}\phi_1(a_1^*, a_2), \tag{3.3}$$

a_2가 주주에 의하여 직접 주문될 때, 임금 계약 $w(x|a_2)$는 단지 평균적인 기대수익 $\bar{x}$에만 의존하게 된다. 이것은 대리 문제가 a_1에만 의존하고, 또 a_1에 의하여 결정되는 x에 대하여 $\bar{x}$가 충분통계량이기 때문이다. 물론 이러한 결과는 θ_t가 정규분포를 따른다는 가정에 힘입은 바가 크다.

이제, 社會 厚生을 다음과 같이 정의해 보자.

$$SW(a_2) \equiv T\phi(a_1^*, a_2) - C(a_2) - \lambda v_1(a_1^*),$$

---

(12) 비록 현재로서는 a_1^*이 대리인의 첫번째 행동의 특정한 수준을 의미하지만, 다음 절에서는 이것에 대하여 정의할 것이다.

이때 $C(a_2) \equiv \int [w(x|a_2) - \lambda u(w(x|a_2))] h(x|a_1^*, a_2) dx$이다. a_2가 주주의 주문에 의하여 결정된다 하더라도 대리인으로 하여금 최적의 a_1^*의 노력을 하도록 동기를 부여하기 위해서는, 완전 정보 상황하에서는 없는 代理 費用이 필연적으로 발생하게 되는데, $C(a_2)$는 이러한 불완전 정보로 인한 효율성의 손실을 의미한다. 바꿔 말하면 $C(a_2)$는 주어진 a_2에 대하여 대리인이 최적의 a_1^*를 선택하도록 유도하기 위해 양자가 감수해야할 대리 비용의 척도이다. 마찬가지로 $SW(a_2)$는 주주에 의하여 a_2가 주문된 경우 $w(x|a_2)$를 통해 대리인이 a_1^* 수준의 노력을 기울이도록 동기 부여를 할 때, 최적화된 결합 이득을 의미한다.

Lemma 1[13] $C(a_2^0) < C(a_2^1)$ *when* $a_2^0 > a_2^1$.

Proof: (3.3) 식으로부터, 賃金契約을 $w(x|a_2) \equiv r(q_{a_2})$라 놓자. 이 때 q_{a_2}는 다음과 같이 정의한다.

$$q_{a_2} \equiv \lambda + \mu_1(a_2) \frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2) \tag{3.4}$$

따라서,

$$C(a_2^1) - C(a_2^0) = \int [r(q_{a_2^1}) - \lambda u(r(q_{a_2^1}))] h(x|a_1^*, a_2^1) dx - \int [r(q_{a_2^0}) - \lambda u(r(q_{a_2^0}))] h(x|a_1^*, a_2^0) dx.$$

(3.3) 식으로부터 다음이 도출된다.

$$q_{a_2} u'(r(q_{a_2})) = \begin{cases} 1 & \text{when } q_{a_2} \geq \dfrac{1}{u'(k)} \\ q_{a_2} u'(k) & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$q_{a_2} < \dfrac{1}{u'(k)}$일 때 $r(q_{a_2}) = k$이기 때문이다. 그리고 대리인의 a_1에 관한 binding incentive constraint로부터

(13) 비슷한 결과가 Kim(1995)에서도 도출된 바 있다.

$$\int u(r(q_{a_2}))\frac{h_{a_1}}{h}h(x|a_1^*, a_2)dx = v_1'(a_1^*), \quad \forall\, a_2.$$

결국 (3.4) 식으로부터, 임의의 a_2가 주어지면,

$$\int u(r(q_{a_2}))q_{a_2}h(x|a_1^*, a_2)dx = \lambda\int u(r(q_{a_2}))h(x|a_1^*, a_2)dx + \mu_1(a_2)v_1'(a_1^*). \tag{3.5}$$

그러므로,

$$\begin{aligned} C(a_2^1) - C(a_2^0) &= \int\psi(q_{a_2^1})h(x|a_1^*, a_2^1)dx - \int\psi(q_{a_2^0})h(x|a_1^*, a_2^0)dx \\ &\quad + [\mu_1(a_2^1) - \mu_1(a_2^0)]v_1'(a_1^*), \end{aligned} \tag{3.6}$$

이 때 $\psi(q_{a_2})$는 $\psi(q_{a_2}) \equiv r(q_{a_2}) - u(r(q_{a_2}))q_{a_2}$이다.

$\psi(q_{a_2})$가 q_{a_2}에 따라 오목하다는 것은 다음과 같이 어렵지 않게 보일 수 있다.

$$\frac{d\psi(q_{a_2})}{dq_{a_2}} = \begin{cases} -u(r(q_{a_2})) & \text{when } q_{a_2} \geq \dfrac{1}{u'(k)} \\ -u(k) & \text{otherwise,} \end{cases} \tag{3.7}$$

and $\dfrac{d^2\psi(q_{a_2})}{dq_{a_2}^2} \leq 0.$

q_0를 다음과 같이 정의하자.

$$q_0 \equiv \lambda + \mu_1(a_2^0)\frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^1)dx.$$

그러면,

$$\begin{aligned} \int\psi(q_0)h(x|a_1^*, a_2^1)dx - \int\psi(q_{a_2^1})h(x|a_1^*, a_2^1)dx &\leq \int\psi'(q_{a_2^1})(q_0 - q_{a_2^1})h(x|a_1^*, a_2^1)dx \\ &= -\int u(r(q_{a_2^1}))(q_0 - q_{a_2^1})h(x|a_1^*, a_2^1)dx \\ &= [\mu_1(a_2^1) - \mu_1(a_2^0)]v_1'(a_1^*), \end{aligned} \tag{3.8}$$

첫번째 등호는 (3.7) 식으로부터 도출되고, 두번째 등호는 (3.5) 식으로부터 도출된다.

그러므로 식 (3.6)과 (3.8)을 이용하여 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} C(a_2^1)-C(a_2^0) &\geq \int \psi(q_0)h(x|a_1^*, a_2^1)dx - \int \psi(q_{a_2^0})h(x|a_1^*, a_2^0)dx \\ &= \int \psi[\lambda + \mu_1(a_2^0)\frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^1)]h(x|a_1^*, a_2^1)dx \\ &\quad - \int \psi[\lambda + \mu_1(a_2^0)\frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^0)]h(x|a_1^*, a_2^0)dx. \end{aligned}$$

$\psi(q_{a_2})$가 q_{a_2}에 따라 오목하다는 사실로부터, $\mu_1(a_2)>0$을 이용하여 $\frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2)$에 따라서도 오목하다는 것을 알 수 있다. 결론적으로 Rothschild and Stiglitz(1970)에 의하여, 만일 $\frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^0)$이 $\frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^1)$의 mean preserving spread라면, $C(a_2^1)-C(a_2^0)>0$. 그리고 $h(x|a_1^*, a_2)$가 정규밀도함수이기 때문에 $a_2^0>a_2^1$이면, $\frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^0)$은 $\frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^1)$의 mean preserving spread가 된다. ■

Lemma 1은 대리인의 위험 의사결정이 주주에 의하여 주문될 때에는, 주주가 대리인으로 하여금 덜 위험스러운 사업을 추진하도록 명령함에 따라, 대리인이 최적의 a_1^*을 선택하도록 동기를 부여하는 대리 비용이 점차 감소된다는 것을 의미한다. 주주가 대리인에게 특정 수준의 a_2를 선택하도록 명령할 수 있다는 사실은 대리 문제가 단지 a_1과 관련해서만 존재한다는 것을 의미한다. 그러나 a_1을 이끌어 내는 것에서는 대리 비용의 관점에서 볼 때 보다 적은 위험을 택하는 것이 보다 바람직하다. 덜 위험한 계획이 대리인의 숨겨진 노력에 대한 더 자세한 신호$(x_1, \cdots, x_T)$를 주며, 따라서 주주가 보다 효율적인 방식으로 같은 최적의 a_1^*을 이끌어 내는 계약을 고안할 수 있도록 해 주며, 결국 양쪽 모두를 더 낫게 만든다.

물론 代理 費用을 고려하는 한, 대리인이 $\bar{a}_2$(가장 덜 위험한 계획)를 선택하도록 주주가 명령하는 것이 최상이다. 그러나 대리인이 보다 높은 수준의 a_2를 선택하는 것은, 수익과 위험 사이에 존재하는 상충관계 $\phi_2<0$로 인하여 期待收益 $\phi(a_1, a_2)$을 감소시키기 때문에 總 利得에 악영향을 끼친다. 결과적으로 주주가 요구하는 정확한 a_2의 수준은, 이러

한 否定的인 限界效果와 보다 정밀한 신호를 가능하게 하는 肯定的인 限界效果를 일치시키는 방식으로 결정될 것이다. 그러나 만약 이러한 상충관계 $\phi_2 < 0$가 상대적으로 미미하다면, 주주들은 대리인들이 a_2 수준을 증가시켜 보다 덜 위험한 계획을 실행하는 것을 선호할 것이다.

3.2. 代理人의 危險 意思決定을 觀察할 수 없는 境遇

대리인의 위험 의사결정에 대한 관찰이 불가능할 경우, 주주는 대리인에게 특정 수준의 a_2를 선택하도록 직접 명령할 수는 없고 단지 경영진이 스스로 그것을 선택하도록 적절한 유인을 제공할 수밖에 없다. 그래서 株主의 最適化 問題는 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&\underset{a_1,\, a_2,\, w(x)}{Max} \quad SW \equiv \int[\Sigma x_t - w(x)]h(x|a_1, a_2)dx \\
&\qquad\qquad + \lambda[\int u(w(x))h(x|a_1, a_2)dx - v_1(a_1)] \\
&\qquad s.t. \\
&\qquad\quad \text{(i) } (a_1, a_2) \text{ satisfies} \\
&\qquad\qquad a_1 \in \text{argmax} \int u(w(x))h(x|a_1', a_2)dx - v_1(a_1'), \quad \forall\, a_1' \\
&\qquad\qquad a_2 \in \text{argmax} \int u(w(x))h(x|a_1, a_2')dx - v_1(a_1), \quad \forall\, a_2' \\
&\qquad\quad \text{(ii) } w(x) \geq k, \quad \forall\, x
\end{aligned}
$$

위의 프로그램과 전 절에서 논의한 것과의 차이점은 여기서는 a_2에 대한 誘因 提供이 포함된다는 점이다. (a_1, a_2)에 대한 내부해가 존재한다고 가정하면 그리고 또한 first-order approach가 유효하다고 가정하면 최적화 문제는 다음과 같이 바뀌 쓸 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&\underset{a_1,\, a_2,\, w(x)}{Max} \quad SW \equiv \int[\Sigma x_t - w(x)]h(x|a_1, a_2)dx \\
&\qquad\qquad + \lambda[\int u(w(x))h(x|a_1, a_2)dx - v_1(a_1)] \\
&\qquad s.t. \\
&\qquad\quad \text{(i) } \int u(w(x))h_{a_1}(x|a_1, a_2)dx - v_1'(a_1) = 0 \\
&\qquad\quad \text{(ii) } \int u(w(x))h_{a_2}(x|a_1, a_2)dx = 0 \\
&\qquad\quad \text{(iii) } w(x) \geq k, \quad \forall\, x.
\end{aligned}
$$

위 문제에서 도출되는 代理人의 最適 行動을 (a_1^*, a_2^*)라 놓자.(14) 그러면 이로부터 다음

(14) 이제부터는 앞 절에서 임의로 주어진다고 보았던 a_1에 대하여 a_1^*로 보다 엄밀히 사용하기로 한다.

의 식 (3.9)가 도출된다.

$$\text{(3.9)} \qquad \frac{1}{u'(w^*(x))} = \lambda + \mu_1 \frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^*) + \mu_2 \frac{h_{a_2}}{h}(x|a_1^*, a_2^*),$$

식 (3.9)가 $w^*(x) \geq k$인 범위에서 해를 갖도록 하는 거의 모든 x에 대하여 최적 계약은 반드시 식 (3.9)를 만족시켜야 하고 그렇지 않는 경우에 최적 계약은 $w^*(x) = k$가 된다. μ_1과 μ_2는 각각 (i)과 (ii) 제약식의 Lagrangian multipliers이다.

Lemma 2: $w^*(x) = w^*(\bar{x}, s^2)$, *where* $s^2 \equiv \dfrac{\sum(x_t - \phi(a_1^*, a_2^*))^2}{T}$.

Proof: 식 (3.2)로부터, 다음은 명백하다.

$$\frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^*) = T\left[\frac{\bar{x} - \phi(a_1^*, a_2^*)}{\sigma^2(a_2^*)}\right]\phi_1(a_1^*, a_2^*).$$

반면에,

$$\begin{aligned}\frac{h_{a_2}}{h}(x|a_1^*, a_2^*) &= \frac{f_{a_2}}{f}(x_1|a_1^*, a_2^*) + \cdots + \frac{f_{a_2}}{f}(x_T|a_1^*, a_2^*) \\ &= \left[-\frac{T}{\sigma(a_2^*)} + \frac{T(\bar{x} - \phi(a_1^*, a_2^*))}{\sigma^2(a_2^*)}\phi_2(a_1^*, a_2^*) + \frac{Ts^2}{\sigma^3(a_2^*)}\sigma'(a_2^*)\right].\end{aligned}$$

그러므로,

$$\begin{aligned}\text{(3.10)} \quad \frac{1}{u'(w^*(x))} &= \lambda + \mu_1 T\left[\frac{(\bar{x} - \phi(a_1^*, a_2^*))}{\sigma^2(a_2^*)}\right]\phi_1(a_1^*, a_2^*) \\ &+ \mu_2 T\left[-\frac{1}{\sigma(a_2^*)} + \frac{(\bar{x} - \phi(a_1^*, a_2^*))}{\sigma^2(a_2^*)}\phi_2(a_1^*, a_2^*) + \frac{s^2}{\sigma^3(a_2^*)}\sigma'(a_2^*)\right].\end{aligned}$$

결론적으로, $w^*(x) = w^*(\bar{x}, s^2)$. ■

Lemma 2는 대리인의 위험 의사결정을 관찰하는 것이 불가능할 때 대리인의 最適 賃金 契約은 단지 平均收益 $\bar{x}$뿐 아니라 收益흐름의 標本分散 s^2에도 영향을 받는다는 사실을 의미한다. 만약 주주가 대리인에게 특정 수준의 a_2를 수행할 것을 직접 명령할 수 없다면 대리 문제는 단지 a_1을 이끌어 내는 것 뿐 아니라 a_2도 이끌어 내도록 하여야 한다. 결국 대리인이 특정 수준의 a_2를 선택하도록 효과적으로 설득하기 위해서 주주는 계약에 a_2에 관한 추가적인 유인을 제공하여야 한다. 이러한 a_2에 대한 추가적인 유인은 계약에 표본분산 s^2를 도입함으로써 효과적으로 해결될 수 있다.

최적 계약이 $(x_1, \cdots, x_T)$이 아닌, 단지 두 가지 $\bar{x}$과 s^2에 의존하는 이유는 $(\bar{x}, s^2)$이 (a_1, a_2)으로 결정되는 $(x_1, \cdots, x_T)$의 充分 統計量이기 때문이다. 특이한 예로서, 만약에 $\phi_2 = 0$, 즉 수익과 위험 간에 상충관계가 존재하지 않는다면, 그 때에는 $\bar{x}$이 a_1으로 결정되는 $(x_1, \cdots, x_T)$의 충분 통계량이고 동시에 s^2가 a_2로 결정되는 $(x_1, \cdots, x_T)$의 충분 통계량이 된다.

대부분의 대리 문제와 관련된 글들에서 그랬듯이 비록 최적의 계약을 명백하게 풀어내지는 못하였지만, 본 논문에서는 식 (3.10)과 관련하여 몇 가지 흥미로운 결과들을 도출해 낼 수 있다.

Proposition 1: $\mu_1\phi_1 + \mu_2\phi_2 > 0$.

Proof: Proposition 1이 참이 아니라면, 즉 $\mu_1\phi_1 + \mu_2\phi_2 \leq 0$이라면,

$$\frac{1}{u'(w^*(x))} = \lambda + (\mu_1\phi_1 + \mu_2\phi_2)\frac{T}{\sigma^2(a_2^*)}(\bar{x} - \phi(a_1^*, a_2^*)) + \mu_2 T\left[-\frac{1}{\sigma(a_2^*)} + \frac{s^2}{\sigma^3(a_2^*)}\sigma'(a_2^*)\right], \tag{3.11}$$

이기 때문에 임금 w^*는 $\bar{x}$에 대하여 non-increasing임을 알 수 있다.

즉, 주어진 $x_{-t} \equiv (x_1, \cdots, x_{t-1}, x_{t+1}, \cdots, x_T)$에 대하여 w^*는 x_t를 따라 non-increasing이다. $|\theta_t^-| = \theta_t^+ \geq 0$를 만족 시키는 θ_t의 특정한 실현치 두 개를 잡아 θ_t^-와 θ_t^+라 하자.

그러면,

$$w^*(\phi(a_1^*, a_2^*) + \theta_t^-, x_{-t}) \geq w^*(\phi(a_1^*, a_2^*) + \theta_t^+, x_{-t}), \quad \forall\ \theta_t^-, \theta_t^+.$$

그러므로,

$$u[w^*(\phi(a_1^*, a_2^*) + \theta_t^-, x_{-t})] \geq u[w^*(\phi(a_1^*, a_2^*) + \theta_t^+, x_{-t})], \quad \forall\ \theta_t^-, \theta_t^+. \tag{3.12}$$

$f(x_t|a_1^*, a_2^*), t = 1, \cdots, T,$가 독립이라는 성질에 의하여

$$\begin{aligned} &\int u(w^*(x))h_{a_1}(x|a_1^*, a_2^*)dx \\ &= \int_{x_{-t}}[\int_{x_t} u(w^*(x_t, x_{-t}))f_{a_1}(x_t|a_1^*, a_2^*)dx_t]h(x_{-t}|a_1^*, a_2^*)dx_{-t} \\ &\quad + \int_{x_t}[\int_{x_{-t}} u(w^*(x_t, x_{-t}))h_{a_1}(x_{-t}|a_1^*, a_2^*)dx_{-t}]f(x_t|a_1^*, a_2^*)dx_t, \end{aligned}$$

$h(x_{-t}|a_1^*, a_2^*)$는 $h(x_{-t}|a_1^*, a_2^*) \equiv \dfrac{h(x|a_1^*, a_2^*)}{f(x_t|a_1^*, a_2^*)}$을 만족시킨다. 식 (3.12)로부터, 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} &\int_{x_t} u(w^*(x_t, x_{-t}))f_{a_1}(x_t|a_1^*, a_2^*)dx_t \leq 0, \quad \forall\ x_{-t}, \\ &\int_{x_{-t}} u(w^*(x_t, x_{-t}))h_{a_1}(x_{-t}|a_1^*, a_2^*)dx_t \leq 0, \quad \forall\ x_t. \end{aligned}$$

$v_1'(a_1^*) > 0$임을 이용하면, 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\int u(w^*(x))h_{a_1}(x|a_1^*, a_2^*)dx - v_1'(a_1^*) < 0,$$

이는 모순이다. ■

Proposition 1은 收益平均($\bar{x}$)이 증가함에 따라 代理人의 賃金이 증가함을 의미한다. 이러한 결과는 Holmstrom의 標準 代理 模型에서 대리인의 생산 노력에 대한 incentive constraint의 Lagrangian multiplier가 양의 값을 갖는다는 결과와 유사한다. 그래서 이것의 직관은 Holmstrom의 직관과 유사하고 따라서 본 논문에서는 이에 대한 설명은 생략하기로 한다.

이 논문에서 더 재미있는 사실은 代理人의 報酬와 收益흐름의 標本分散(s^2) 사이의 관계이다. 여기서 보이고자 하는 것은, 분산이 작을 때 주주가 더 많이 지불하는지 혹은 더 적게 지불하는지, 다시 말해서 주주가 수익흐름의 변동성에 대하여 제재를 가할지 보상을 줄지는 수익과 위험의 상충관계의 정도에 달려 있다는 것이다. 만약 상충관계가 미

미하다면, 예를 들어 위험 감소의 비용이 작다면, 주주는 항상 대리인이 위험을 줄이려는 행동(높은 수준의 a_2)을 장려해야 하고, 따라서 추정된 분산(s^2)의 크기에 따라 제재를 가해야 한다. 이것을 좀 더 엄밀히 보이기 위해서 다음의 Lemma 3을 살펴보자.

Lemma 3: $w(x|a_2)$가 설계되었을 때 $a_2^0(a_2)$를 그로부터 실질적으로 유도되는 대리인의 두 번째 행동이라고 하자. 그 때 (3.10)의 $\mu_2 < 0$이면, $a_2^0(a_2^*) \geq a_2^*$이다.

Proof: 식 (3.10)에서 (μ_1, μ_2)가 약간 변화하여 $(\mu_1 + d\mu_1, \mu_2 + d\mu_2)$가 되었다고 가정하자. 여기서 a_2^*는 고정되어 있을 때, $(\mu_1 + d\mu_1, \mu_2 + d\mu_2)$에 기초한 새로운 임금 계약 $w^d(\bar{x}, s^2)$이 여전히 a_1^*을 유도해야 한다. 즉,

$$\frac{1}{u'(w^d(\bar{x}, s^2))} = \lambda + (\mu_1 + d\mu_1)\frac{T[\bar{x} - \phi(a_1^*, a_2^*)]}{\sigma^2(a_2^*)}\phi_1(a_1^*, a_2^*)$$
$$+ (\mu_2 + d\mu_2)\left[-\frac{T}{\sigma(a_2^*)} + \frac{T[\bar{x} - \phi(a_1^*, a_2^*)]}{\sigma^2(a_2^*)}\phi_2(a_1^*, a_2^*) + \frac{Ts^2}{\sigma^3(a_2^*)}\sigma'(a_2^*)\right],$$

이고, 또한

$$\int u(w^d(\bar{x}, s^2))h_{a_1}(x|a_1^*, a_2^*)dx - v_1'(a_1^*) = 0.$$

그러므로 (μ_1, μ_2)에서 $(\mu_1 + d\mu_1, \mu_2 + d\mu_2)$까지의 변화는 다음을 만족시켜야 한다.

$$\frac{\partial A}{\partial \mu_1}d\mu_1 + \frac{\partial A}{\partial \mu_2}d\mu_2 = 0,$$

이 때 A는,

$$A \equiv \int u(w^*(\bar{x}, s^2))h_{a_1}(x|a_1^*, a_2^*)dx. \tag{3.13}$$

그러므로,

$$(3.14)\qquad d\mu_1 = -\frac{\dfrac{\partial A}{\partial \mu_2}}{\dfrac{\partial A}{\partial \mu_1}} d\mu_2.$$

q를 다음과 같이 정의하자.

$$(3.15)\qquad q \equiv \lambda + \mu_1 \frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^*) + \mu_2 \frac{h_{a_2}}{h}(x|a_1^*, a_2^*).$$

$w^*(\bar{x}, s^2) \equiv r(q)$이라 가정하면 식 (3.13)으로부터,

$$(3.16)\qquad \frac{\partial A}{\partial \mu_1} = \int u' \cdot r' \cdot [\frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^*)]^2 h(x|a_1^*, a_2^*)dx,$$

이고,

$$(3.17)\qquad \frac{\partial A}{\partial \mu_2} = \int u' \cdot r' \cdot \frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^*) \frac{h_{a_2}}{h}(x|a_1^*, a_2^*) h(x|a_1^*, a_2^*)dx,$$

이 때 r'는 $r' \equiv \dfrac{\partial r}{\partial q}$로 한다.

대리인의 두 번째 행동 a_2는 주주에 의하여 명령될 수 없다고 가정하자. 또한 B에 대하여 다음과 같이 정의하자.

$$B \equiv \int u(w^*(\bar{x}, s^2)) h_{a_2}(x|a_1^*, a_2^*)dx.$$

그러면 (μ_1, μ_2)에서 $(\mu_1 + d\mu_1, \mu_2 + d\mu_2)$까지의 변화로 인한, a_2에 대한 유인의 변화는 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$\frac{\partial B}{\partial \mu_1} d\mu_1 + \frac{\partial B}{\partial \mu_2} d\mu_2 = [\int u' \cdot r' \cdot \frac{h_{a_1}}{h}(x|a_1^*, a_2^*) \frac{h_{a_2}}{h}(x|a_1^*, a_2^*) h(x|a_1^*, a_2^*)dx] d\mu_1$$

$$+ [\int u' \cdot r' \cdot [\frac{h_{a_2}}{h}(x|a_1^*, a_2^*)]^2 h(x|a_1^*, a_2^*)dx]d\mu_2.$$

식 (3.14), (3.16), (3.17)을 이용하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial B}{\partial \mu_1}d\mu_1 + \frac{\partial B}{\partial \mu_2}d\mu_2 = \left[\int u' \cdot r' \cdot [\frac{h_{a_2}}{h}]^2 h(x|a_1^*, a_2^*)dx - \frac{[\int u' \cdot r' \cdot \frac{h_{a_1}}{h}\frac{h_{a_2}}{h}h(x|a_1^*, a_2^*)dx]^2}{\int u' \cdot r' \cdot (\frac{h_{a_1}}{h})^2 h(x|a_1^*, a_2^*)dx}\right]d\mu_2.$$

Cauchy-Schwarz 부등식을 사용하면, 윗 식의 대괄호는 항상 양의 값을 갖는다는 것이 명백하다. 그러므로 $d\mu_2 > 0$에 대하여 임금 계약이 $w^*(\bar{x}, s^2)$에서 $w^d(\bar{x}, s^2)$까지 변한다면, 다음의 식이 성립된다.

$$\int u(w^d(\bar{x}, s^2))h_{a_2}(x|a_1^*, a_2^*)dx > 0.$$

이것은 $d\mu_2 > 0$일 때 $w^d(\bar{x}, s^2)$ 계약 하에서 대리인이 $a_2 > a_2^*$을 선택한다는 것을 의미한다. 결국, 식 (3.10)에서 $\mu_2 < 0$일 때 $w^*(\bar{x}, s^2)$에서부터 $w(x|a_2^*)$까지의 변화는, $\mu_2 + d\mu^2 = 0$ 하에서 다시 말해 $d\mu_2 = -\mu_2 > 0$하에서, $w^*(\bar{x}, s^2)$ to $w^d(\bar{x}, s^2)$까지의 변화와 일치한다. 그러므로, a_2가 계약 가능하지 않을 경우 $w(x|a_2^*)$에 의하여 실제 유도되는 $a_2^0(a_2^*)$는, 식 (3.10)에서 $\mu_2 < 0$일 경우 도출되는 a_2^*보다 훨씬 크다. ■

만약 식 (3.10)에 나타난, 최적 노력 (a_1^*, a_2^*)을 이끌어 내기 위한 최적 계약 $w^*(\bar{x}, s^2)$에서 μ_2가 음수라고 가정하자. 그러면 Lemma 3은, 주주가 a_2^*를 주문하는 상황 하에서 최적의 a_1^*만을 이끌어 내도록 고안된 다른 계약 $w(x|a_2^*)$이 대리인으로 하여금 최적의 a_2^*보다 더 높은 수준의 a_2를 선택하도록 유도한다는 것을 보여준다. 직관적으로 최적 임금 계약 $w^*(\bar{x}, s^2)$에서 $\mu_2 < 0$이면, 주주는 표본분산이 더 클 때 더 많은 보상을 해 줌으로써 대리인으로 하여금 보다 높은 위험수준(보다 낮은 a_2)을 선택하도록 장려할 수 있다. 그래서 $\mu_2 = 0$와 같이 표본분산에 얽매이지 않는 다른 형태의 임금계약을 고안함으로써 주주는 대리인의 위험 감수 유인을 줄일 수 있다.

Proposition 2: 만약 $\varnothing_2(a_1^*, a_2^*) < 0$의 절대값이 충분히 작다면, $\mu_2 \geq 0$이 성립한다.

Proof: $\mu_2 < 0$라 가정한 후 모순이 발생함을 보이면 된다. $w^*(\bar{x}, s^2)$에 의한 공동 편익은 다음과 같다.

$$SW(w^*(\bar{x}, s^2)) \equiv T\phi(a_1^*, a_2^*) - \int [w^*(\bar{x}, s^2) - \lambda u(w^*(\bar{x}, s^2))] h(x|a_1^*, a_2^*)dx - \lambda v_1(a_1^*).$$

그리고 주주가 a_2^*을 직접 명령했을 때, $w(x|a_2^*)$로부터 파생되는 공동 편익은 다음과 같다.

$$SW(w(x|a_2^*)) \equiv T\phi(a_1^*, a_2^*) - \int [w(x|a_2^*) - \lambda u(w(x|a_2^*))] h(x|a_1^*, a_2^*)dx - \lambda v_1(a_1^*).$$

결국 社會 厚生에 관하여는 다음의 부등식이 성립된다.

$$SW(w^*(\bar{x}, s^2)) \leq SW(w(x|a_2^*)),$$

이는 우변이 좌변보다 제약조건이 적은 경우에 얻을 수 있는 공동 편익을 나타내고 있기 때문이다. 그러나 a_2^*를 직접 주문할 수 없다면, $w(x|a_2^*)$이 설계되어 있을 때 대리인은 a_2^*과는 다른 $a_2^0(a_2^*)$을 선택할 것이다. Lemma 3에 의하여 만약 $\mu_2 < 0$이라면, $a_2^0(a_2^*)$임을 알 수 있다. 게다가 a_2^*가 보장되어 있다고 가정하고, 대리인으로 하여금 a_1^*을 선택하도록 유도하는 계약 $w(x|a_2^*)$은 실제로는 a_1^*를 유도할 수 없게 된다. 그것은 a_2^*가 $w(x|a_2^*)$에 의하여 유도되지 않기 때문이다. 그러나 最大값 定理(theorem of maximum)에 의해 $a_2^0(a_2)$에 대하여 a_2에서 연속이고, $a_2^0(\bar{a}_2) \leq \bar{a}_2$이 성립하기 때문에, 만약 $a_2^0(a_2^*) > a_2^*$이면 中間값 定理에 의해서 $a_2^0(\hat{a}_2) = \hat{a}_2$을 만족시키는 $a_2^* < \hat{a}_2 \leq \bar{a}_2$이 존재한다.

이것은 주주가 $\hat{a}_2$을 직접 명령했다고 가정할 때 a_1^*을 유도하기 위해 최적으로 설계된 임금 계약 $w(x|\hat{a}_2)$은 비록 $\hat{a}_2$가 계약 불가능하더라도 대리인이 $(a_1^*, \hat{a}_2)$을 선택하는 유인을 제공하게 된다는 것을 의미한다. Lemma 1에 의해서, $\phi_2(a_1^*, a_2^*) \leq 0$의 절대값이 충분히 작다면, $\hat{a}_2 > a_2^*$이기 때문에 $SW(w(x|\hat{a}_2)) > SW(w(x|a_2^*))$임을 알 수 있다. 그러므로 또 다른 계약 $w(x|\hat{a}_2)$을 설계함으로써 양 당사자는 $\mu_2 < 0$일 때, 최적 계약 $w^*(\bar{x}, s^2)$보다 더 나아질 수 있다. 그러나 이것은 모순이다. ■

Lemma 1에서 경영자의 위험을 줄임으로써 기대되는 수익의 감소분이 작을 경우(예를 들어 $\phi_2(a_1^*, a_2^*)$이 0에 가까운 경우) 주주는 대리인에게 적은 위험(높은 수준의 a_2)을 선택

하도록 한다는 것을 이미 설명하였다. Proposition 2는 a_2에 대한 직접 계약이 불가능할 경우 주주는 유인 계약을 통해 대리인이 적은 위험을 선택하도록 유도해야 한다는 것을 보여준다. 그리고 이러한 목적은 표본분산(s^2)이 클 경우 대리인에게 제재를 가함으로써 달성될 수 있다. 식 (3.10)은 $\mu_2 \geq 0$일 때, 대리인에 대한 報酬가 標本分散과 陰의 상관 관계를 갖는다는 것을 보여준다.

한 가지 여기서 짚고 넘어가야 할 점은 $\mu_2 = 0$인 경우가 존재할 수 있다는 사실이다. 이것은 최적 계약 $w^*(\bar{x}, s^2)$이 단지 $\bar{x}$에만 기초한 계약 $w(x|a_2^*)$과 우연히 일치할 수도 있다는 것을 의미한다. 사실 $w^*(\bar{x}, s^2)$를 제시함으로써 부분적으로나마 주주가 대리인에게 a_2^*를 선택하도록 유도하는 것이 가능하다. 예를 들어 $z \leq 1/2$일 때 代理人의 效用函數가 $1-z$차의 constant relative risk aversion인 경우를 생각해 보자. 즉 대리인의 효용함수가 $1/z\, s^z$, $z \leq 1/2$라고 하자.(15) 만약 대리인이 a_2^*를 선택할 것이라 가정하고 주주가 임금 계약을 고안한다면 a_1^*를 이끌어내는 最適 賃金 契約은 다음과 같다.

$$w(x|a_2^*) = \{\lambda + \mu(a_2^*) \cdot T[\frac{\bar{x} - \phi(a_1^*, a_2^*)}{\sigma^2(a_2^*)}] \cdot \phi_1(a_1^*, a_2^*)\}^{\frac{1}{1-z}},$$

그리고 이 임금계약 하에서 代理人의 效用函數는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(w(x|a_2^*)) = \frac{1}{z}\{\lambda + \mu(a_2^*) \cdot T[\frac{\bar{x} - \phi(a_1^*, a_2^*)}{\sigma^2(a_2^*)}] \cdot \phi_1(a_1^*, a_2^*)\}^{\frac{z}{1-z}}.$$

여기서는 어떠한 임금계약 $w(x)$에 의하여 유도되는 대리인의 위험 의사결정은 직접적으로 부에 대한 위험 선호 $u(\cdot)$에 직접 좌우되는 것이 아니라, 단지 대리인의 산출물에 대한 間接的인 危險 選好 $u(w(x))$에 의지한다는 점에 주목할 필요가 있다. 經營者의 間接 效用은 $z \leq 1/2$이면 $\bar{x}$에 오목하다. 그러므로 $w(x|a_2^*)$에 의하여 유도된 대리인의 위험 선호는 그가 낮은 위험(높은 a_2)를 선택하게 만든다. 그렇게 하는 것이 자신의 기대 효용을 증가시키기 때문이다. 그러나 대리인의 賃金이 期待收益과 陽의 상관관계를 갖고 있으므로

---

(15) 이러한 분석은 first-order approach가 유효하다는 가정에 힘입은 바가 크다. Jewitt(1988)은 표준 대리 모형에서(즉 a_2가 고정된 상황) 만약 $h(x|a_1)$이 정규분포를 따를 때 $u(r(q))$, $q \equiv \lambda + \mu \frac{h_{a1}}{h}(x|a_1)$이 q에서 오목하다면, first-order approach가 유효하다는 것을 보였다. 그러므로 Jewitt(1988)에 의해서, 대리인의 위험 선호가 power utility function으로 묘사된다면, z는 1/2보다 클 수 없다.

$(\mu(a_2^*)>0)$, 대리인이 낮은 위험을 선택할 때 수익과 위험간의 상충관계로 인해 기대 수익이 낮아지는 것은 감수하여야 한다. 결국 임금계약 $w(x|a_2^*)$ 하에서 대리인이 정확한 a_2^*를 선택할지는 자신의 危險 選好와 收益 危險 간의 상충관계에 의하여 결정된다.

그러나 공동의 이익을 극대화하기 위한 a_2를 선택하는 주주의 관심은 두 가지 이유로 인하여 $w(x|a_2^*)$ 하에서 대리인의 개인적인 이해와 대치될 수 있다. 우선 주주는 임금 계약이 아니라 그 자신 때문에 기대수익이 변하는 것을 고려해야 하며, 두 번째로 a_1^*를 선택하도록 동기 부여를 하는 과정에서 발생하는 代理 費用을 고려해야 한다. 앞서 보인 바와 같이 a_1^*를 이끌어 내는 데 필요한 대리 비용이 고려되는 한 주주는 항상 대리인이 적은 위험(높은 수준의 a_2)를 선택하는 것을 선호한다.

Proposition 2가 의미하는 것 중에서 특히 중요한 것은 만약 덜 위험한 계획이 기대수익에 미치는 역효과가 미미하다면, 주주는 항상 대리인이 $w(x|a_2^*)$ 하에서 선택하는 것보다 더 보수적인 a_2를 취하는 것을 선호한다. 즉 공동의 이익을 극대화하기 위하여 주주에 의하여 선호되는 a_2는 대리인의 $\bar{x}$에 대한 간접 효용함수의 곡률에 상관없이 $w(x|a_2^*)$ 하에서 대리인이 선택하게 되는 수준보다 높다. 즉 $a_2^*\geq a_2(a_2^*)$이 성립된다. 이것은 보다 적은 위험이 실행될 때 a_1^*를 이끌어내는 대리 비용이 대리인의 관심사도 아닐 뿐더러, 상충관계가 미미할 경우 그 비용으로 인한 수익의 감소분이 상충관계로 인한 기대수익의 감소보다 훨씬 중요하기 때문이다. 이러한 경우에는 주주는 대리인의 간접 효용을 $w(x|a_2^*)$ 보다 더욱 오목하게 만들어야 하고 이러한 목적은 표본분산 s^2을 계약에 반대 방향으로 (예를 들어 $\mu_2\geq 0$) 도입함으로써 달성될 수 있다.

Remark 1: 비록 본 논문에서 명시적으로 제시하지는 않았으나, 期待收益이 대리인의 위험 선택에 매우 민감한 경우 즉, 收益과 危險 간의 상충관계가 큰 경우도 생각해 볼 수 있다. 그런 경우에는 주주는 대리인이 $w(x|a_2^*)$하에서 선택하는 a_2 수준보다 더 공격적인 a_2 수준을 선택하기를 원한다. 좀더 높은 위험(낮은 a_2)를 선택함으로써 증가되는 기대수익이 a_1^*에 관한 덜 자세한 신호로 인하여 야기되는 대리 비용을 훨씬 능가하기 때문이다.(16) 이러한 경우 標本分散 s^2는 계약에서 陽의 방향으로 고려되는데, 이것은 임금계약을 $w(x|a_2^*)$보다 덜 오목하게 만든다. 따라서 주주는 표본분산에 대하여 제재를 가한다기 보다는 보상을 주게 된다.

(16) Hirshleifer and Suh(1992)는 이러한 경우에 중점을 두고, 위험한 사업 분야에서 경영자들의 유인체계가 stock option에 더 많이 의존하는 이유를 유인체계를 보다 더 볼록하게 만들기 위해서라고 설명하였다.

4. 結 論

본 논문은 二重 代理 問題하에서 설계되어야 하는 最適 契約의 특징에 대하여 연구해 보았다. 여기서는 대리인의 두 행동이 모두 선택된 후에 여러 기간에 걸쳐 현금흐름이 발생하는 것을 가정하였다. 그간의 논의를 통해 대리인의 최적 보상은 現金흐름의 推定된 分散과 平均의 函數임를 살펴보았다. 분산과 관련된 보수가 작다면 주주는 분산에 대하여 제재를 가함으로써 대리인이 보다 덜 위험한 계획을 선택하도록 유인한다. 반면에 위험을 감수하는 것에 높은 프리미엄이 주어진다면 최적 계약은 분산에 대하여 보상하는 방향으로 설계된다.

이러한 결과를 이용하면, 우리는 企業 經營者들과 관련하여 몇 가지 定形化된 契約과 行動 樣式을 설명할 수 있다. 경영자들은 기업의 위험을 헷징하는 데 엄청난 노력을 기울이고 있다. 또한 그들의 수입 보고서를 부드럽게 만들고, 때로는 무리를 만들어 행동하기도 한다. 아울러 우월한 사업 계획을 채택하는 것에서조차 보수적인 성향을 드러내기도 한다.

본 논문의 초점은 대리인의 태만에 직면하는 危險中立的인 株主는 항상 낮은 위험을 선호한다는 것이다. 만약 그런 위험에 대하여 주주가 직접 결정할 수 없을 때에는, 계약이 부분적으로나마 주주의 이익을 대변할 것이고 대리인의 행동은 그것을 보여줄 것이다. 그러므로 비록 본 논문에서 명시적으로 언급하지는 않았지만, 이 모형은 다른 현상들을 설명하는 데에도 적용될 수 있다. 자산운용자들이 종종 시장으로부터의 이탈에 대하여 제재를 받으며 합병의 물결 속에서 주도권을 잡은 쪽은 주주가 아니라 경영자라는 점 등이 좋은 예이다.(17)

서울大學校 經濟學部 副敎授
151-742 서울특별시 관악구 신림동 산56-1
전화: (02)880-6363
팩스: (02)886-4231
E-mail: sonkukim@snu.ac.kr

(17) 이와 관련된 내용은 Aron(1988)에 의하여 검토된 바 있다.

參 考 文 獻

Aron, D.J.(1988): "Ability, Moral Hazard, Firm Size, and Diversification," *Rand Journal of Economics*, **19**, 1, 72-87.

DeMarzo, P., and D. Duffie (1991): "Corporate Financial Hedging with Proprietary Information," *Journal of Economic Theory*, **53**, **2**, 261-286.

Froot, D., D. Scharfstein, and J. Stein(1993): "Risk Management: Coordinating Corporate Investment and Financing Policies," *Journal of Frinance*, **48**, 1629-1658.

Grossman, S.J., and O. Hart(1983): "An Analysis of the Principal-Agent Problem," *Econometrica*, **51**, 7-45.

Harris, M., and A. Raviv(1979): "Optimal Incentive Contracts with Imperfect Information," *Journal of Economic Theory*, **20**, 231-259.

Hart, O., and B. Holmstrom(1987): "The Theory of Contracts," *Advances in Economic Theory, Fifth World Congress*, in T. Bewley(ed.), Cambridge, Cambridge University Press.

Hirshleifer, D., and Y. Suh(1992): "Risk, Managerial Effort, and Project Choice," *Journal of Financial Intermediation*, **2**, 308-345.

Hirshleifer, D., and A. Thakor(1992): "Managerial Conservatism, Project Choice and Debt," *Review of Financial Studies*, **5**, **3**, 437-470.

Holmstrom, B.(1979): "Moral Hazard and Observability," *Bell Journal of Economics*, 74-91.

______(1982): "Moral Hazard in Teams," *Bell Journal of Economics*, **13**, 314-340.

Holmstrom, B., and P. Milgrom(1987): "Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives," *Econimetrica*, **55**, **2**, 303-328.

______(1991): "Multitask, Principal-Agent Analyses: Incentive Contracts, Asset Ownership, and Job Design," *The Journal of Law, Economics, and Organization*, **7**, Special Issue, 24-51.

Holmstrom, B., and J. Tirole(1989): "The Theory of the Firm," *Handbook of Industrial Economics*, in R. Schmalensee, and R. Willig(eds.), New York. North-Holland.

Jewitt, I.(1988): "Justifying the First-Order Approach to Principal-Manager Problems," *Econometrica*, **56**, **5**, 1177-1190.

Kim, S.(1995): "Efficiency of an Information System in an Agency Model," *Econometrica*, **63**, **1**, 89-102.

Kim, S., and Y. Suh(1991): "Ranking of Accounting Information Systems for Management Control," *Journal of Accounting Research*, 386-396.

Lambert, R.A.(1983): "Long Term Contracts and Moral Hazard," *Bell Journal of Economics*, 441-452.

______(1986): "Executive Effort and the Selection of Risky Projects," *Rand Journal of Economics*, **17**, **1**, 77-88.

Mirrlees, J. A.(1974): "Notes on Welfare Economics, Information, and Uncertainty," *Essays on Economic Behavior Under Uncertainty*, in E. Balch, D. McFadden, and H. Wu(eds.). North-Holland, Amsterdam.

Radner, R.(1985): "Repeated Principal-Agent Games with Discounting," *Econometrica*, **53**, 1173-1198.

Ross, S.(1974): "On the Economic Theory of Agency and the Principle of Similarity," *Essays on Economic Behavior Under Uncertainty*, in E. Balch, D. McFadden, and H. Wu(eds.), North-Holland, Amsterdam.

Rothschild, M., and J. Stiglitz(1970): "Increasing Risk I: A Definition," *Journal of Economic Theory*, **2**, 225-243.

Shavell, S.(1979): "Risk Sharing and Incentives in the Principal and Agent Relationship," *Bell Journal of Economics*, **10**, 55-73.

Smith, C., and R. Stilz(1985): "The Determinants of Firms' Hedging Policies," *Journal of Financial Quantative Analysis*, **20**, 391-405.