本人-代理人 模型에서의 事前 情報 시스템의 效率性[1]

金 善 九

이 논문은 本人-代理人 모형에서 事前 情報가 지니는 가치에 대하여 다룬다. 사전 정보 시스템에서 정보는 대리인이 행동을 취하기 전에 드러난다. 이 논문은 대리인의 한계 효용에 영향을 주는 무작위 변수들에 대한 정보를 대리인이 행동하기 전에 본인과 대리인이 공통으로 관찰하는 것이, 대리인이 행동한 후에 관찰한 것보다 더 많은 가치를 갖지 않는다는 것을 증명한다. 또한 이 논문은 본인-대리인 관계에서 정보 시스템에 포함되는 사전 정보량과 그 效率性 간에는 음의 상관관계를 가지지만 사후 정보량과 그 효율성 간에는 양의 상관관계가 있음을 증명한다.

1. 序 論

道德的 解弛 문제는 지난 20여 년 동안 情報 經濟學에서 주요 이슈 중 하나였다. 이 문제는 본인이 대리인에게 권한을 위임하지만 대리인의 행동을 관찰할 수 없기 때문에 대리인의 행동선택에 직접적으로 의존하는 보상계약을 설계할 수 없을 때 발생한다.[2] 이 경우 대리인의 숨겨진 의사결정을 통제하기 위해, 본인은 관찰할 수 있는 사항에 대한 대리인의 보수에 기초하여 誘因 契約(incentive contract)을 설계해야 한다. 이때, 이 관찰할 수 있는 사항은 대리인의 행동 선택과 불완전한 상관관계를 가진다.

그러나 대리인이 일을 통해 얻을 수 있는 效用은 金錢的 보상뿐만 아니라, 작업장에서 동료들과의 개인적 관계, 회사의 구성원으로서 가질 수 있는 자부심, 성취감, 봉급에 따라 주는 非金錢的(non-pecuniary) 편익 등과 같은 몇몇 비금전적인 요인들에 의존한다. 대리인이 업무 환경에 얼마나 잘 적응하는지를 일반적으로 의미하는 이 변수들은 주로 무작위적이고, 계약 당시에는 본인이나 대리인 모두 알 수 없는 것들이다.

이 논문은 본인-대리인 모형에서 情報 시스템의 效率性에 대하여 연구한다. 일반적으로, 본인-대리인 관계에서 정보 시스템의 효율성은, 그 정보 시스템이 대리인의 행동 선택에 영향을 주는 무작위 변수들에 대해 얼마나 많은 정보를 가지고 있는지 뿐만 아니

(1) 이 논문은 제원연구재단의 지원을 받아 이루어졌다. 제원연구제단에 감사드린다.

(2) 도덕적 해이에 관한 표준 모형은 Ross(1973), Mirrlees(1974), Harris and Raviv(1979), Holmstrom(1979, 1982), 그리고 Grossman and Hart(1983) 등을 참고하라.

라, 언제 그러한 정보를 드러내는지, 그리고 어떤 경로를 통해 대리인의 숨겨진 행동 선택에 영향을 주는지에 영향을 받는다.

그동안 정보 시스템이 생산해내는 情報量과 본인-대리인 모형의 效率性 간의 관계에 대해서 많은 논의가 이루어져왔다. 예를 들면, Holmstrom(1979)과 Shavell(1979)은 두 개의 비용절감형 공공 정보 시스템(costless public information system) 간에, 이들 추가적인 신호 중 적어도 하나가 대리인의 숨겨진 행동에 관하여 유익한 정보를 제공하는 경우에만 본인은 이 추가적인 신호를 가진 정보 시스템을 强選好한다는 것을 증명했다. 有益性(informativeness)에 관한 이러한 개념은 충분한 통계량에 의해 정의된다. Gjesdal(1982), Grossman and Hart(1983)는 대리인 모형에서의 정보 효율성에 관한 Blackwell의 생각을 응용하여, 만약 두 가지 다른 정보 시스템이 Blackwell의 정보 충분조건을 충족시킨다면, 본인-대리인 모형에서 효율성에 따라 등급을 매길 수 있다는 것을 증명했다. 그러나 Kim(1995)은 Blackwell의 情報 充分條件이 대리인 모형에서 정보 시스템에 등급을 매기는 데 필요 이상으로 너무 엄격하다는 것을 증명하고 훨씬 약한 기준을 제시했다. 즉, 한 정보 시스템이 다른 정보 시스템의 가능도비 분포(likelihood ratio distribution)상 MPS(mean preserving spread) 성격을 나타낸다면, 전자가 후자보다 대리인 모형에서 더 효율적이라는 것이다.(3)

이들 논문은 대리인의 숨겨진 행동 선택(즉, 산출물이나 연간 수입, 주식 가격 등)에 직접적으로 영향을 받는 무작위 변수들에 대한 정보를 생산해내는 정보 시스템의 效率性을 고려한다. 더욱이 이들 변수들에 대한 정보는 대리인이 행동을 취한 이후에(다시 말해 사후적으로) 드러난다. 이 논문은 대리인의 숨겨진 행동 선택에 영향을 받는 것이 아닌, 영향을 주는 무작위 변수에 관한 정보를 생산해내는 정보 시스템의 효율성을 고려한다. 이 때 이들 변수에 대한 정보는 사후에 들어날 수도 있고, 사전에(다시 말해 대리인이 행동을 취하기 이전에) 드러날 수도 있다. 특히, 이 논문은 본인과 대리인이 무작위 변수들에 대한 정보를 사전에 관찰하는 것이 사후에 수집하는 것보다 더 가치 있는지, 그리고 정보 시스템 내에 포함되어 있는 사전 정보의 양이, 본인-대리인 관계에서 효율성을 향상 시킬 수 있는지에 대해 관심을 가진다.

이러한 질문을 해결하기 위하여, 본 논문에서 본인-대리인 모형은 대리인의 效用이 그들의 금전적 임금뿐만 아니라, 매칭 變數(matching variables)(대리인이 업무환경에 얼마

(3) Kim(1995)은 Rothschild and Stiglitz(1970)의 연구에 기초하여 이를 "MPS(Mean Preserving Spread) Criterion"이라고 부른다.

나 잘 적응하는지를 보여 주는 변수)에 의존한다고 설정하였다. 우선 본인이 사후 정보 시스템과 사전 정보 시스템 중 하나를 수행할 수 있는 경우를 다루는데, 사후 정보 시스템은 대리인이 행동을 취한 이후에 매칭 變數(matching variables)에 대한 완전한 정보를 공개적으로 드러낸다. 반면, 사전 정보 시스템은 대리인이 행동을 취하기 전에 완전한 정보를 드러낸다. 이 논문에서는 본인이 사후 정보 시스템보다 사전 정보 시스템을 선택하지는 않을 것이라는 것을 보여 주는데, 그것은 본인과 대리인 모두, 사전 정보가 사후 정보보다 더 가치 있다고 여기지 않는다는 것을 의미한다.

만약 본인과 대리인이 사전에 정보를 알게 된다면, 본인은 이 정보를 이용하여 대리인으로 하여금 주어진 정보에 비추어 볼 때 最適이라고 할 수 있는 행동을 하도록 권유할 수 있을 것이다. 그러나 대리인은 본인의 이익보다는 대리인 자신을 위하여 정보를 활용할 것이다. 따라서 본인은 대리인의 誘因 制約을 만족시킬 수 있는 임금 계약을 설계해야만 한다. 그와 반대로 본인과 대리인이 사후에 정보를 취득했다면, 본인은 대리인으로 하여금 두 가지의 다른 정보를 통해서 특정한 행동을 하도록 권유해야만 하는데, 그것은 次善(sub-optimal)의 행동이다. 그러나 이런 경우에 본인은 대리인의 기대를 기반으로 한 유인 制約을 만족시킬 수 있는 임금 계약을 설계할 필요가 있는데, 이것은 훨씬 쉬운 일이다. 그러므로 정보를 사전에 알게 되는 것과 사후에 알게 되는 것 사이에는 相衝關係(trade-off)가 존재한다. 이 논문은 사전에 정보를 얻는 비용이 항상 그 편익을 초과한다는 것을 보여 준다.

둘째, 이 논문은 정보 시스템에 포함되어 있는 事前 情報量과 그 效率性 사이의 관계에 대하여 연구한다. 그리고 본인이 두 가지의 사전 정보 시스템 중 하나를 수행하여야만 하는 사례를 연구하는데, 그 중 하나의 시스템은 다른 시스템에 비해 매칭 변수에 대한 보다 정확한 정보를 드러낸다. 사전 정보량이 정보 시스템의 효율성에 대해 가지는 順效果를 알아보기 위하여, 두 사전 정보 시스템에서 변수들에 대한 완전한 정보는 사후에 사용할 수 있다고 가정했다. 이 논문은 정보 시스템에 포함되어 있는 사전 정보량과 그 효율성 간에는 음의 상관관계가 있다는 것을 보여 준다. 이것은 정보 시스템이 생산하는 사전 정보가 많을수록, 본인-대리인 관계에서 정보 시스템은 덜 효율적이라는 것을 의미한다. 이는 정보 시스템이 성과 측정에서 드러나는 정확한 정보를 많이 보유할수록, 본인-대리인 관계에서 더 효율적이라는 주요 선행 연구 결과들과 현저하게 대조되는 결과이다.

이 논문은 다음과 같이 이루어져 있다. 2장에서는 基本 硏究 模型을 설정한다. 그리고 3장에서는 사전 정보 시스템과 사후 정보 시스템이 모두 정확한 정보를 공개적으로 드러

낸다고 가정하고 두 시스템의 效率性을 비교한다. 4장에서는 정확하지 않은 정보를 드러내는 두 개의 시스템의 相對的 效率性을 비교하는데, 그 중 하나는 다른 것보다 좀 더 정확한 사전 정보를 제공한다. 5장에서는 結論을 도출하고, 附錄에서는 본 연구에서 사용된 補助定理와 命題를 증명한다.

2. 基本 模型

우리는 危險忌避性向의 代理人이 危險中立的인 本人을 위해 $a \in [0, \infty)$의 수고를 들이는 단일 시점 본인-대리인 모형을 고려한다. 산출 결과 $x \in [\underline{x}, \overline{x}]$[(4)]는 대리인의 노력에 의해서 뿐만 아니라, 자연 상태 θ, 즉, $x = X(a, \theta)$에 의해서 결정된다. 그리고 그 산출 결과는 마지막 기에 공개적으로 관찰할 수 있을 것이다. 본 연구는 생산함수 $X(a, \theta)$가 가법 분리될 수 있다고 가정했다. 따라서 일반적으로 $X(a, \theta)$는 단순하게 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(2.1) $$X(a, \theta) = a + \theta, \ E(\theta) = 0.^{(5)}$$

θ를 제거하기 위해, $f(x \mid a)$를 대리인의 노력에 대한 産出 密度函數(output density function)의 條件附로 표시하고, 그것은 a에 관하여 두 번 미분 가능한 것으로 가정한다. 결과 x가 산출된 후, 본인은 대리인에게 s를 금전적 임금으로써 지불한다.

대리인은 다음과 같은 가법 분리 가능한 함수를 갖는다.

(2.2) $$U(s, t, a) = u(s, t) - v(a),$$

$u(\cdot)$는 대리인의 효용을 의미하고, $v(\cdot)$는 a에 미치는 비효용을 의미한다. 등식 (2.2)에서, $t \in [\underline{t}, \overline{t}]$는 대리인의 한계 효용에 영향을 미치는 무작위 요소를 나타낸다. 예를 들면, 그것은 본인과 대리인 간의 매칭 지수(matching characteristic)를 암시하는 변수(개인

---

(4) $\underline{x}$는 음의 무한대이고, $\overline{x}$는 양의 무한대이다.

(5) 가법 분리할 수 있는 생산 함수의 일반적인 형태는 다음과 같다.

$$X(a, \theta) = A(a) + \theta, \ A' > 0.$$

그러나 다음과 같이 생산 함수를 다시 쉽게 쓸 수 있다.

$$X(A, \theta) = A + \theta,$$

여기에서, A는 대리인의 노력 수준을 나타낸다.

적으로 대리인이 업무 환경에 맞는지)로 이해될 수 있고, 또한 그 변수는 본인이 그 기간 동안 대리인에게 줄 수 있는 金錢的 偏愛(monetary favoritism)로써 이해할 수 있다.

매칭 지수나 偏愛(favoritism)는 본인과 대리인이 실질적으로 만나고 계약을 할 때까지는 그들 모두에게 유용한 것은 아니다. 그러므로 계약 시점에서 본인과 대리인은 t의 실제 가치를 알지 못한다. 그러나 처음에 사후 정보 시스템과 사전 정보 시스템이 본인에게는 도움이 된다. 두 시스템 모두 公開的으로 t에 대한 완전 정보를 드러내지만, 정보 노출의 時點이 다르다. 사후 정보 시스템은 생산이 이루어진 후에 t에 대한 정보를 공개적으로 드러낸다. 그러므로 사후 정보 시스템에서 본인과 대리인은, 대리인이 a를 행한 이후에 t에 대한 실제 가치를 알 수 있다. 반면에, 사전 정보 시스템에서 t에 대한 정보는 계약 바로 후에 드러낸다. 그러므로 본인과 대리인은 대리인이 노력 a를 행하기 전에 무작위 요소 t에 대한 실제 가치를 알 수 있다.

본 연구 모형의 段階는 다음과 같이 요약될 수 있다.

1段階: 본인은 사후 정보 시스템과 사전 정보 시스템 중 하나를 수행한다.

2段階: 본인과 대리인은 1段階($s^0(x, t)$ 또는 $s^*(x, t)$)에서 선택한 정보 시스템에 기초하여 계약을 체결한다. $s^0(x, t)$는 사후 정보 시스템이 선택되었을 때의 대리인의 최적 임금 계약이고, $s^*(x, t)$는 사전 정보 시스템이 선택되었을 때의 최적 임금이다.

3段階: 대리인의 노력 수준을 정한다. 사후 정보 시스템이 선택되었을 경우, 대리인은 t의 실제 가치가 알려지기 전에 노력을 기울인다. 그러나 사전 정보 시스템이 선택되었을 경우, t의 실제 가치에 기초하여 노력을 한다.

4段階: 산출 수준 x가 달성되고 본인은 2段階에서 정해진 임금 계약에 따라 대리인에게 임금 s를 지불한다.

분석을 용이하게 하기 위하여 우리는 다음과 같이 가정하였다.

假定 1: $u_s > 0,\ u_{ss} < 0,\ v' > 0,\ v'' > 0.$

假定 2: 몇몇의 (x, t)에 대하여, $u_{st} \neq 0.$

假定 3: 주어진 t에 대하여, $u_s^{-1}(u_s(s, t)) \equiv s$라고 하자. 그때, $u(u_s^{-1}(\frac{1}{z})) \equiv w(z)$는 주어진 t에 대하여, $z > 0$인 조건에서 오목하다.

假定 4: 産出密度函數 $f(x \mid a)$는 다음을 만족한다.

(1) $\int_{-\infty}^{y} F(x \mid a)dx$는 a의 조건에서 y에 대하여 非增加 볼록함수이다. $F(x \mid a)$는 $f(x \mid a)$의 누적 분포 함수를 의미한다.

(2) $\int x f(x \mid a)dx$는 a의 조건에서 非減少 오목함수이다.

(3) $\frac{f_a}{f}(x \mid a)$는 a의 각각의 가치에 대하여 x에서 非減少 오목함수이다.

위의 假定에서, 각 하첨자와 소수는 동일 차수(corresponding order)에서 얻어진 微分係數(derivative)이다(예를 들면, $u_{ss} \equiv \frac{\partial^2}{(\partial_s)^2} u$). 假定 1에서 대리인은 위험과 일을 모두 기피한다는 것을 보여 준다. 假定 2에서는 대리인의 효용에서 금전적 임금 s와 무작위 변수 t 사이의 관계를 구체화한다. 그것은 단순하게 대리인의 금전적 임금에 대한 한계 효용이 t에 의하여 영향을 받는다는 것을 보여 준다. 반면, 假定 3과 4는 최적 임금을 特性化(characterizing)하는 1계 조건(first order approach)이 유효하다는 것을 충분히 보증한다.(6) 예를 들면, 만약 $r \leq \frac{1}{2}$이고 지수 분포, 카이제곱 분포, 포와송 분포 등의 다른 많은 분포가 假定 4를 만족한다면, $u(s, t) = \frac{1}{r}(ts)^r$ 또는 $u(s, t) = \frac{1}{r}(s+t)^r$은 假定 3을 만족한다.

3. 事後 公開 情報 對 事前 公開 情報

事後 情報 시스템을 수행할 경우, 마지막 기에 t는 공개적으로 알려질 것이다. 그러므로 계약 변수로써 사용될 수 있고, 대리인의 임금 계약 s는 (x, t)에 기초할 것이다(즉, $s = s(x, t)$). 그러나 대리인의 노력 선택인 a는 t가 달라져도 변하지 않는다. 왜냐하면 t는 대리인이 a를 행한 후에 유효하기 때문이다. 그러므로 이 경우 본인의 極大化 프로그램은 다음과 같다.

$$\max_{a,\, s(x,t)} \quad \int_t \int_x [x - s(x, t)] f(x \mid a) h(t) dx dt$$

$$\text{s.t.}$$

$$\text{(i)} \quad \int_t \int_x u(s(x, t), t) f(x \mid a) h(t) dx dt - v(a) \geq \bar{U}$$

$$\text{(ii)} \quad a \in \operatorname{argmax} \int_t \int_x u(s(x, t), t) f(x \mid a') h(t) dx dt - v(a'),\ \forall a'$$

$$\text{(iii)} \quad s(x, t) \geq 0,\ \forall (x, t),$$

(6) Jewitt(1988)은 假定 3과 4가 1계 조건의 사용을 충분히 정당화할 수 있다는 것을 보여 주었다. 그리고 이들 假定은 Grossman and Hart(1983), Rogerson(1985)에 의해서 주장된 보편적인 MLRP(Monotone Likelihood Ratio Property)와 CDFC(Convexity Distribution Function Condition) 조건에 비하여 실질적으로 약하다. 자세한 것은 Jewiit(1988)을 참고하기 바란다.

$h(t)$는 t의 密度 函數를 의미하고 $\bar{U}$는 대리인이 어딘가에 고용된 경우, 그가 받을 수 있는 留保 效用(reservation utility) 수준을 나타낸다. 첫 번째 制約은 대리인의 參與 制約으로, 계약 단계에서는 본인과 대리인이 t의 실제 가치에 대하여 알지 못한다는 것을 반영한다. 두 번째 제약은 대리인의 誘因 制約으로 t가 알려지기 전에 대리인의 선택을 최적화하는 것을 반영한다. 또한 마지막 제약은 대리인의 제한된 責任 制約으로, 0에 의해 일반화되는 대리인의 금전적 임금의 생계 수준이 어떠한 (x, t)에도 보증되어야 한다는 것이다. 이 대리인의 제한된 책임 제약은 최적 임금 계약의 존속을 위해 주어지는 것이다.

假定 3과 4(7)로 인해 1계 조건을 쓰는 것이 유효하기 때문에, 위에 언급된 極大化 프로그램은 다음과 같이 간소화될 수 있다.

$$\max_{a,\, s(x,t)} \int_t \int_x [x - s(x, t)] f(x \mid a) h(t)\, dx\, dt$$

$$\begin{aligned}
&s.t.\\
&\text{(i)}\ \int_t \int_x u(s(x, t), t) f(x \mid a) h(t)\, dx\, dt - v(a) \geq \bar{U}\\
&\text{(ii)}\ \int_t \int_x u(s(x, t), t) f_a(x \mid a) h(t)\, dx\, dt - v'(a) = 0,\\
&\text{(iii)}\ s(x, t) \geq 0,\ \forall (x, t),
\end{aligned}$$

여기에서 f_a는 a와 관련하여 f를 1계 미분한 것이다.

$(a^0, s^0(x, t))$을 앞에서 언급된 프로그램을 위한 最適解라고 하자. 그러면 위 프로그램의 오일러의 공식으로 풀면, $s^0(x, t)$는 다음의 식을 반드시 만족시켜야 한다.

$$\frac{1}{u_s(s^0(x, t), t)} = \lambda^0 + \mu^0 \frac{f_a}{f}(x \mid a^0) \equiv z^0(x), \tag{3.1}$$

거의 대부분의 (x, t)에 대하여, 등식 (3.1)은 $s^0(x, t) \geq 0$ 또는 $s^0(x, t) = 0$의 해답을 가지고

(7) Grossman and Hart(1983), Rogerson(1985)은 신호 공간(signal space)이 단일 차원일 경우, MLRP와 CDFC가 1계 조건의 타당성을 입증하기 위해 충분하다는 것을 증명하였다. Jewitt (1988)은 1계 조건의 타당성에 대하여 덜 제한적인 조건을 찾아냈다. 그것은 대리인의 위험 선호도와 신호의 분포 함수(假定 3과 4)에 기초하고 있는 것으로, 많은 다른 분포들도 이 조건을 만족한다는 것을 보여 주었다. Sinclair-Desgagne(1994)은 다차원공간에서의 MLRP와 CDFC의 좀 더 일반화된 버전은, 단일 차원이 다차원으로 되었을 때, 1계 조건의 타당성을 위해 충분하다는 것을 보여 주었다.

있다. 위의 등식에서, λ^0은 대리인의 參與 制約의 최적화된 라그랑지안 승수(Lagrangian multiplier)를 의미한다. 그리고 μ^0은 대리인의 誘因 制約의 최적화된 라그랑지안 승수를 의미한다.

t는 등식 (3.1)의 오른쪽 항에 위치하지 않는다는 점에 주목하자. 그러므로 등식 (3.1)은 최적 임금 계약($s^0(x, t)$)에서 대리인 소득의 한계 효용은 t가 달라져도 불변의 상수가 되어야 한다. 이렇게 함으로써, 본인은 대리인에게 부과되는 危險量을 極小化할 수 있다.

사후 정보 시스템에서의 본인의 최적화된 이익은 다음과 같이 정의한다.

$$PW^0 \equiv \int_t \int_x [x - s^0(x, t)] f(x \mid a^0) h(t) dx dt. \tag{3.2}$$

이제 事前 情報 시스템을 수행하는 경우를 살펴보자. 사전 정보 시스템은 t에 대한 정보를 계약 이후에 공개적으로 드러내기 때문에, 본인과 대리인은 대리인이 노력 a를 들이기 전에 t의 실제 가치를 알 수 있다. 그러므로 사전 정보 시스템하에서의 본인의 극대화 프로그램은 다음과 같다.

$$\underset{a(t),\, s(x,t)}{\text{Max}} \quad \int_t \int_x [x - s(x, t)] f(x \mid a(t)) h(t) dx dt$$

$$\begin{aligned}
&s.t. \\
&\text{(i)} \quad \int_t \Big[\int_x u(s(x, t), t) f(x \mid a(t)) dx - v(a(t)) \Big] h(t) dt \geq \bar{U} \\
&\text{(ii)} \quad a(t) \in argmax \int_x u(s(x, t), t) f(x \mid a') dx - v(a'), \ \forall t, \forall a' \\
&\text{(iii)} \quad s(x, t) \geq 0, \ \ \forall (x, t).
\end{aligned}$$

첫 번째 제약은 대리인의 參與 制約을 나타내는데, 이는 본인과 대리인이 계약 당시에는 t의 실제 가치를 알지 못하는 것을 반영한다. 두 번째 제약은 대리인의 誘因 制約으로, 본인과 대리인이 모두 대리인이 a를 행하기 이전에 t의 실제 가치를 알고 있다는 것을 반영한다. 반면 마지막 제약은 대리인의 제한적인 責任 制約이다. 위의 극대화 프로그램은 사후 정보 시스템의 극대화 프로그램과 두 가지 점에서 차이가 있다. 첫째, 대리인의 유인 제약은 모든 t에 대하여 만족되어야 하고, 둘째, 대리인의 노력 선택은 일반적으로 t에 대한 당연한 함수 관계를 갖는다. 실제로 이 두 가지 차이점은 사전 정보 시스템하에서 본인과 대리인이 모두 t의 실제 가치를 a를 행하기 전에 발견할 수 있다는

사실에서 기인한다.

假定 3과 4로 인하여 1계 조건을 사용하는 것은 유효하기 때문에, 사전 정보 시스템에서의 본인의 극대화 프로그램은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\underset{a(t),\, s(x,t)}{\text{Max}} \quad \int_t \int_x [x - s(x, t)] f(x \mid a(t)) h(t) dx dt$$

$$\text{s.t.}$$

$$\text{(i)} \quad \int_t \Big[\int_x u(s(x, t), t) f(x \mid a(t)) dx - v(a(t)) \Big] h(t) dt \geq \bar{U}$$

$$\text{(ii)} \quad \int_x u(s(x, t), t) f_a(x \mid a(t)) dx - v'(a(t)) = 0, \forall t,$$

$$\text{(iii)} \quad s(x, t) \geq 0, \forall (x, t).$$

$(a^*(t), s^*(x, t))$를 위의 프로그램을 위한 最適解라고 하고, 위의 프로그램을 오일러의 공식으로 풀면 최적 임금 계약 $s^*(x, t)$는 다음 식을 만족한다.

$$(3.3) \qquad \frac{1}{u_s(s^*(x, t), t)} = \lambda^* + \mu^*(t) \frac{f_a}{f}(x \mid a^*(t)) \equiv z^*(x, t),$$

거의 대부분의 (x, t)에 대하여, 등식 (3.3)은 $s^*(x, t) \geq 0$ 또는 $s^*(x, t) = 0$의 해를 가지고 있다. 위의 등식에서, λ^*은 대리인의 參與 制約을 최적화한 라그랑지안 승수를 의미한다. 그리고 $\mu^*(t)$은 t가 실현되었을 때, 대리인의 誘因 制約을 최적화한 라그랑지안 승수를 의미한다. 대리인의 유인 제약은 위의 프로그램에서 모든 t에 대하여 만족될 수 있기 때문에, $\mu^*(t)$은 t의 함수가 될 수 있다.

사전 정보 시스템하에서의 본인의 최적화된 이익은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$(3.4) \qquad PW^* \equiv \int_t \int_x [x - s^*(x, t)] f(x \mid a^*(t)) h(t) dx dt.$$

사전 정보 시스템과 사후 정보 시스템의 효율성을 비교하기 위해, 다음과 같은 假定을 세울 수 있다.

假定 5: $v'''(a) \geq 0$.

假定 5는 대리인이 발휘하는 노력의 한계 비효용이 증가하고 있다는 것을 보여 준다. 이것은 대리인의 노력의 비효용 함수 $v(a)$가 충분히 볼록하다는 것을 말해준다.

命題 1: 假定 1에서 5까지가 주어진다면, 다음의 식을 도출할 수 있다.

$$PW^* \leq PW^0.$$

이 모형에서의 무작위 변수인 t는 생산함수나 대리인의 비효용 함수에도 영향을 주지 않는다. 그러므로 다음 식을 만족하는 최선의 노력 수준 a^{FB}는

$$v'(a^{FB}) = 1$$

t에 의해 변하지 않는다. 이는 사전에 t의 실제 가치를 아는 것은 본인이 직접 대리인의 노력을 관찰할 수 있는 최선(first-best)의 상황에서는 별로 많은 정보를 제공하지 못한다는 것을 보여 준다. 본인은 대리인으로 하여금 a^{FB}를 행하게 하고, 留保 效用 $\bar{U}$을 보증하게 하는 契約을 설계한다. 그러나 본인이 대리인의 노력을 직접 관찰할 수 없는 차선(second-best)의 경우에는, 일반적으로 본인이 대리인에게 원하는 노력 수준은 t에 따라 달라진다. 왜냐하면 t는 대리인의 한계 효용에 영향을 주기 때문이다. 이것은 次善의 상황(본인이 대리인의 노력을 직접 관찰할 수 없는 상황)에서 사후에 t의 실제 가치를 아는 것이 정보 가치를 지니고 있다는 것을 의미한다. 그러므로 본인이 대리인이 행동을 취하기 전에 t의 실제 가치를 알 수 있을 때, 본인은 그 정보를 이용하여, t에 대한 최적 수준의 노력을 하게 할 수 있다. 그러나 대리인 역시 사전에 t의 실제 가치를 관찰하기 때문에, 대리인은 그 정보를 자신의 관심에 따라 노력 수준을 조절하는 데에 이용할 것이다. 그러므로 본인은 이 경우의 모든 t에 대하여 대리인의 유인 제약을 만족시키는 임금 계약을 설계하여야 하는데, 그것은 t에 대한 기대치를 기반으로 한 유인 제약을 만족시키는 임금 계약 설계보다 훨씬 어려울 것이다. 결과적으로 두 당사자가 t를 사전에 관찰하는지, 사후에 관찰하는지는 서로 相衡關係가 존재한다. 命題 1은 사전에 t를 관찰하는 비용이 항상 그 이익을 초과한다는 것을 말해준다.

이와 같은 결론을 더욱 정확하게 이해하기 위해서, 사후 정보 시스템에서 본인이 대리인으로 하여금 $a^m \equiv \int_t a^*(t)h(t)dt$만큼의 노력을 들이게 하는 경우를 살펴보자. 이때, 사후 정보 시스템에서 a^m은, 사전 정보 시스템에서 $a^*(t)$가 생산해내는 것과 같은 기대 산출물

을 산출할 것이다. 그러나 〈附錄〉에서 알 수 있는 바와 같이, 사후 정보 시스템에서 a^m을 행하게 하는 것은, 사전 정보 시스템에서 $a^*(t)$를 행하게 하는 것보다 費用이 덜 든다. 그러므로 대리인의 입장에서 사후 정보 시스템에서의 a^m을 수행하는 것은, 사전 정보 시스템에서 $a^*(t)$를 수행하는 것보다 덜 효율적이다. 그러나 사후 정보 시스템에서 a^m을 행하는 것은 최적이 아니다(예를 들어, a^m은 a^0와 동등할 수 없다.). a^0가 최적화되는 사후 정보 시스템은 $a^*(t)$가 최적화되는 사전 정보 시스템에 비하여 덜 효율적일 수 없다($PW^* \leq PW^0$). 다시 말하면, t의 실제 가치를 사후에 알 수 있는 경우에는, 본인과 대리인이 t를 먼저 관찰하는 것이 본인-대리인 관계에 가치를 더하지 않는다. 그리고 때로는 본인의 후생이 크게 악화된다.

본인이 사전 정보 시스템보다 사후 정보 시스템을 弱選好한다면, 그 중 본인이 개의치 않는 조건을 인식하는 것은 흥미로운 일일 것이다. 충분조건을 끌어내기 위해 본 연구는 다음과 같은 補助定理를 따른다.

補助定理 1: 만약 대리인의 제한된 責任 制約이 어떤 (x, t)에도 구속력이 없다면, 그리고 대리인의 효용 함수가 $\frac{u_{ss}}{u_{sss}} = \frac{u_{st}}{u_{sst}}$를 만족하는 경우,

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial t} s^0(x, t) = 0.$$

補助定理 1은 대리인의 제한된 責任 制約이 어떤 (x, t)에도 구속력이 없다면, 그리고 대리인의 효용함수가 $\frac{u_{ss}}{u_{sss}} = \frac{u_{st}}{u_{sst}}$를 만족한다면, 사후 정보 시스템에서의 최적 임금 계약은 t가 달라져도, 實績 堂 支拂 方式(pay-for-performance)과 같은 민감성을 갖는다는 것을 보여 준다.

補助定理 2: 만약 대리인의 제한된 책임 제약이 어떤 (x, t)에도 구속력이 없다면, 그리고 대리인의 효용 함수가 $\frac{u_{ss}}{u_{sss}} = \frac{u_{st}}{u_{sst}}$를 만족한다면,

$$\frac{d}{dt} \int_x u(s^0(x, t), t) f_a(x \mid a^0) dx = 0.$$

t는 이후에 알 수 있기 때문에, 사후 정보 시스템에서 대리인의 賃金 契約은 t뿐만 아

니라 x(즉, $s=s(x,t)$)를 기반으로 해야 한다. 그러나 대리인이 노력의 수준을 정하기 전까지 t는 알 수 없기 때문에, 본인은 대리인으로 하여금 t에 대하여 기대를 하게 해서 어느 정도의 노력을 들여 줄 것을 유도한다. 그러므로 사후 정보 시스템(대리인이 a^0의 노력을 하도록 하는 $s^0(x,t)$)에서 최적의 임금 계약을 설계하는 데에 있어서 본인은 t가 다르더라도 노력 유인을 어떻게 割當할 것인가를 고려해야만 한다. $\int_t \int_x u(s^0(x,t),t) f_a(x \mid a^0) h(t) dx dt$가 최적 임금 계약에 포함된 유인의 기대 양인 $s^0(x,t)$을 나타낸다. 그러므로 $\int_x u(s^0(x,t),t) f_a(x \mid a^0) dx$은 특정한 t을 위한 $s^0(x,t)$에 포함되어 있는 유인량을 나타낸다. 補助定理 2는 만약 대리인의 제한된 책임 제약이 어떤 (x,t)도 구속하지 않고 대리인의 효용 함수가 $\frac{u_{ss}}{u_{sss}}=\frac{u_{st}}{u_{sst}}$을 만족한다면, 사후 정보 시스템에서의 최적 임금 계약인 $s^0(x,t)$는 모든 t에 같은 양의 유인이 할당되는 것처럼 설계되어야 한다. 補助定理 1에서 보여 주는 것처럼, 만약 대리인의 제한된 책임 제약이 어떤 (x,t)도 구속하지 않고 대리인의 효용 함수가 $\frac{u_{ss}}{u_{sss}}=\frac{u_{st}}{u_{sst}}$을 만족한다면, 사후 정보 시스템에서의 최적 임금 계약은 t가 달라져도, 實績 堂 支拂 方式과 같이 민감하게 반응해야 한다. 이것은 최적 임금 계약인 $s^0(x,t)$가 모든 t에게 동일한 양의 勞力 誘因을 割當해야 하는 것을 의미한다.

命題 2: 만약 대리인의 제한된 책임 제약이 어떤 (x,t)도 구속하지 않는다면, 그리고 $\frac{u_{ss}}{u_{sss}}=\frac{u_{st}}{u_{sst}}$라면, 본인은 사전 정보 시스템과 사후 정보 시스템에 개의치 않는다. 예를 들어,

$$PW^0=PW^*.$$

더욱이, 이 사례에서는

$$a^0=a^*(t),\ \forall t.$$

命題 2는 사전 정보 시스템에서 대리인으로부터 이끌어내지는 最適의 勞力 水準이 t가 다르게 나타나더라도 변하지 않는다는 점에서 본인이 사전 정보 시스템과 사후 정보 시스템 사이에 별로 개의치 않는다는 充分條件을 유도해낸다. 앞에서 언급한 바와 같이, 본인과 대리인 두 당사자가 사전에 t를 관찰하는 데 드는 비용은, 사후에 관찰하는 것과 비교하여 보았을 때, 본인으로 하여금 모든 t에 대하여 대리인의 유인 제약을 만족시키는 임금 계약을 설계해야 한다는 것을 의미한다. 그러나 補助定理 2에서 보여지는 것처

럼, 만약 대리인의 제한된 책임 제약이 어떤 (x, t)에도 구속력을 갖지 않고, 대리인의 효용 함수가 $\frac{u_{ss}}{u_{sss}}=\frac{u_{st}}{u_{sst}}$를 만족한다면, 모든 t에 대하여 같은 양의 노력 유인이 포함되어 있기 때문에, 사후 정보 시스템에서의 최적 임금 계약인 $s^0(x, t)$는 모든 t에 대하여 대리인의 유인 제약을 만족시킨다. 이 사례는 두 당사자가 사전에 t에 대해 아는 費用이 사라졌다는 것을 보여 준다. 이에 반해, 사후에 t를 아는 것과 비교하여 사전에 t를 알고 있음으로 해서 얻을 수 있는 이익은 본인으로 하여금 다른 t가 사전에 알려졌을 때 대리인으로부터 다른 노력 수준을 유도할 수 있다는 것이다. 그러나 命題 2에서 보여지는 바와 같이, 사전 정보 시스템에서 대리인이 들일 수 있는 최적의 노력 수준은, t가 다르게 나타나더라도(즉, $a^*(t)=a^0, \forall t$) 변하지 않으며, 이 경우에는 두 당사자가 사전에 t를 알게 됨으로써 얻는 이익도 사라진다.

만약 대리인의 留保 效用 水準인 $\bar{U}$가 충분히 높거나, $\underline{t}$와 $\bar{t}$가 0에 충분히 가깝다면, 대리인의 제한된 責任 制約이 어떤 (x, y)에도 구속력을 갖지 않는다는 조건은 만족될 것이다. 또한 만약 대리인의 효용 함수가 아래와 같이 s와 t 사이에 加法 分離 可能한 형태를 갖는다면, $\frac{u_{ss}}{u_{sss}}=\frac{u_{st}}{u_{sst}}$의 조건은 충족될 것이다.

$$u(s, t)=u(k(s)+\phi(t)).$$

4. 두 가지 不完全 事前 情報 시스템

앞 장에서는 본인-대리인의 관계에서 사전 정보 시스템과 사후 정보 시스템이 t에 대한 完全 情報를 제공한다는 가정에서, 두 정보 시스템의 效率性을 비교해 보았다. t의 실제 가치가 사후에 주어졌을 경우에, 본인과 대리인이 t를 빨리 관찰하는 것이 두 당사자 간의 관계에 큰 가치를 제공하지 않고, 일반적으로 본인의 상황을 불리하게 만든다.

이 장에서는 좀 더 현실적으로 어떤 정보 시스템(사전 또는 사후)이 t에 대한 不完全 情報를 제공한다고 가정하고, 정보 시스템이 포함하고 있는 情報量 사이에 관계를 조사하였다.

본 연구에서는 어떤 사전 정보 시스템이 t에 대한 불완전한 정보를 생산해 낸다는 현실적인 가정을 통해, 본인-대리인 관계에서 정보 시스템이 포함하고 있는 事後 情報量과 그 효율성 사이의 관계는 어떠한지에 대하여 연구할 것이다. 그리고 그것이 事前 情報量과 그 효율성 사이의 관계처럼 양의 상관관계를 나타내는지를 연구할 것이다. 다시 말하면, 본인과 대리인 모두가 정확한 사전 정보를 보유하는 것이 본인을 유리하게 만드는지

에 대하여 살펴볼 것이다. 사전 정보의 양이 본인-대리인 관계의 효율성에 미치는 順效果를 측정하기 위하여 t의 실제 가치는 마지막에 공개적으로 알려질 수 있다고 가정했다. 그리고 분석의 단순화를 위해, 불완전 사전 정보 시스템과 완전 사전 정보 시스템 사이의 효율성을 비교하였다.

$\{T_1, T_2, \cdots, T_N\}$를 $[\underline{t}, \bar{t}]$에 대한 분리집합(set of partitions)이라고 간주하자. 이 부분은 순서가 정해질 필요는 없다. 다른 말로 하면, $\forall t_1 \in T_1 \leq \forall t_2 \in T_2 \cdots < \forall t_N \in T_N$와 같이 될 필요가 없다는 것이다. 불완전 사전 정보 시스템은 본인과 대리인에게 사전에 t의 실제 가치가 속한 구체적인 부분(partition)인 T_i를 알려준다고 가정하는데, t의 실제 가치는 맨 마지막에 공개적으로 알려질 것이다. 반면, 완전 사전 정보 시스템은 t의 실제 가치를 사전에 알려준다.

이때, 不完全 情報 시스템에서 본인의 極大化 프로그램은 다음과 같다.

$$(4.1) \quad \underset{a(T_i),\, s_i(x,t)}{\text{Max}} \quad \sum_{i=1}^{N} p_i \int_{t\in T_i}\int_x [x - s_i(x,t)] f(x \mid a(T_i)) h(t \mid T_i)\, dx dt$$

$$s.t.$$

$$\text{(i)} \quad \sum_{i=1}^{N} p_i [\int_{t\in T_i}\int_x u(s_i(x,t),t) f(x \mid a(T_i)) h(t \mid T_i)\, dx dt - v(a(T_i))] \geq \bar{U}$$

$$\text{(ii)} \quad \int_{t\in T_i}\int_x u(s_i(x,t),t) f_a(x \mid a(T_i)) h(t \mid T_i))\, dx dt = v'(a(T_i)),\ \forall T_i$$

$$\text{(iii)} \quad s_i(x,t) \geq 0,\ \forall (x,t),\ \forall i,$$

$p_i \equiv \int_{t\in T_i} h(t)dt$와 $h(t \mid T_i)$는 t가 $t \in T_i$일 때의 條件附 密度 函數를 의미한다. $t \in T_i$(즉, $s_i(x,t)$)일 때, 대리인의 임금 계약은 실제로 T_i의 함수라기보다는 t의 함수인 것이다. 왜냐하면 t의 실제 가치는 마지막에서야 비로소 공개적으로 드러나기 때문이다. 그러나 대리인의 노력 선택인 $a(T_i)$은 T_i의 함수이다. 왜냐하면 대리인이 자신의 노력 수준을 결정할 때 T_i만이 이용가능하기 때문이다.

$(\hat{a}(T_i), \hat{s}_i(x,t))$을 위의 프로그램에 대한 最適解라고 하자. 그러면, 불완전 사전 정보 시스템에서의 본인의 期待 利益은 다음과 같다.

$$\hat{PW} = \sum_{i=1}^{N} p_i [\int_{t\in T_i}\int_x [x - \hat{s}_i(x,t)] f(x \mid \hat{a}(T_i)) h(t \mid T_i)\, dx dt.$$

그러면, 다음 命題 3을 얻을 수 있다.

命題 3: $$PW^* \leq P\hat{W} \leq PW^0.$$

마지막에는 t의 실제 가치가 드러날 것이라고 가정했기 때문에, 두 사전 정보 시스템(완전 정보와 불완전 정보)의 事後 情報量은 다르지 않았다. 그러나 事前 情報量에 있어서는 달랐다. 命題 3에서 언급한 바와 같이, 더 좋은 사전 정보를 가질수록 이후에 실제 t의 가치가 밝혀질 때, 본인-대리인 관계에 있어서는 덜 효율적이다. 그것은 실질적으로 사전 정보 시스템에 포함된 사전 정보의 양과 그 효율성 간에는 陰의 상관관계가 존재한다는 것을 의미한다. 이것은 본인-대리인 관계에서 사후 정보량과 그 효율성 간에 널리 알려진 陽의 상관관계와는 분명히 대조되는 결과이다.

5. 結 論

대리인의 행동 선택에 영향을 미치는 無作爲 變數들에 대한 사후 정보가 많으면 많을수록, 본인-대리인 간의 관계에 있어서의 효율성은 증가한다는 것은 널리 알려진 결과이다. 이 논문의 주된 목적은 정보 시스템의 효율성이 시스템에 포함되어 있는 情報量에 의해 영향을 받는지 뿐만 아니라, 정보를 드러내는 時點에 의해서 영향을 받는지를 분석하는 것이다.

첫째, 이 연구에서 본인은 事後 情報 시스템보다 事前 情報 시스템을 선호하는 것은 아니라는 것을 보여 주었다. 전자는 대리인이 행동을 선택한 후에 대리인의 한계 효용에 영향을 미치는 무작위 변수들에 대한 완전 정보를 공개적으로 드러내고, 후자는 대리인이 행동을 선택하기 전에 동일한 정보를 공개적으로 드러낸다. 다시 말하면, 본인과 대리인이 공통적으로 그러한 변수들에 대한 정보를 빨리(사전에) 찾는 것이 나중에(사후에) 찾는 것보다 그리 가치 있는 일이 아니라는 것이다. 둘째, 본인-대리인의 관계에서 事前 情報量과 그 效率性 간에 陰의 상관관계가 있음을 보여 주었다. 이것은 본인과 대리인이 사전에 더 정확한 정보를 찾는 것이 오히려 덜 정확한 정보를 찾는 것과 비교했을 때에 관계의 효율성을 감소시킨다는 것이다. 이 결과는 앞에서 언급된 본인-대리인 관계에 있어서, 사후 정보와 효율성 간의 양의 상관관계와는 대조되는 결과인 것이다.

본 연구를 마무리 짓기 전에, 두 가지를 언급할 필요가 있겠다. 하나는 본 연구에서

언급된 정보 시스템은 代理人뿐만 아니라 本人에게도 정보를 드러낸다고 가정했다. 다른 연구에서는 본인이 사전 정보를 개인적으로 획득하고, 다양한 상황에서 전략을 노출시킴으로써, 본인의 최적 정보를 분석하는 사례가 많았다. 다른 하나는 본 연구에서 논의된 無作爲 要素는 대리인의 限界 效用에만 영향을 미치는 것으로 가정했다. 그러므로 만약에 본인이 직접 대리인의 행동 선택을 관찰할 수 있을 때에는, 본인과 대리인이 이러한 변수들에 대하여 사전에 습득하는 것은 그리 가치 있는 일이 아니다. 하지만 본인이 대리인의 행동 대안을 관찰할 수 없을 때에는 사전에 정보를 습득하는 것이 유용하다. 그러나 무작위 변수가 대리인의 生產 函數나 非效用 函數(비용)에 영향을 미치는 상황에서, 본인이 대리인의 행동 선택을 직접 관찰할 수 있는 때에도 사전에 정보를 습득하는 것은, 사후에 습득하는 것보다 가치 있는 일이다. 그러므로 사전 정보 시스템의 효율성을 사후 정보 시스템의 효율성과 비교할 경우, 사전 정보 시스템의 추가적인 정보 가치와 같은 것을 고려할 필요가 있다. 결과적으로 이런 경우에 우리는 본인-대리인 관계에서 사전 정보 시스템이 사후 정보 시스템보다 항상 덜 효율적이라는 똑같은 결론을 내릴 수는 없는 것이다.

서울大學校 經濟學部 副敎授
151-742 서울특별시 관악구 신림동 산56-1
전화: (02)880-6363
팩스: (02)886-4231
E-mail: sonkukim@snu.ac.kr

〈附　錄〉

命題 1의 證明: 등식 (3.3)으로부터, 다음과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$s^*(x, t) \equiv r(z^*, t),$$

여기에서 $r(\cdot)$은 $u_s(\cdot)$로부터 정의된다. 다시 등식 (3.3)으로부터, $r(\cdot)$이 z에서 증가한다는 것을 알 수 있는데, 이는 $u_{ss} < 0$이기 때문이다. 그리고 $r(z^*, t)$는 다음 식을 만족한다.

$$u_s(r(z^*, t), t)z^* = \begin{cases} 1 & \text{if } r(z^*, t) > 0 \\ u_s(0, t)z^* & \text{if } r(z^*, t) = 0. \end{cases} \tag{A.1}$$

그러므로 $r(z^*, t)$를 이용하여, 등식 (3.4)를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$PW^* = \int_t \int_x [x - r(z^*, t)]f(x \mid a^*(t))h(t)dxdt. \tag{A.2}$$

이제, 본인이 事後 情報 시스템을 선택하고 대리인으로 하여금 a^0 대신에 a^m를 행하게 한 경우를 생각해보자.

$$a^m \equiv \int_t a^*(t)h(t)dt.$$

그러므로 a^m은 $a^*(t)$의 平均 努力 水準을 의미한다. $s^m(x, t)$를 이 경우의 最適 契約이라고 하면, 등식 (3.1)에 따라 $s^m(x, t)$이 다음 식을 만족해야 한다는 것을 알 수 있다.

$$\frac{1}{u_s(s^m(x, t), t)} = \lambda^m + \mu^m \frac{f_a}{f}(x \mid a^m) \equiv z^m \tag{A.3}$$

$s^m(x, t) \geq 0$이고, 다른 경우에는 $s^m(x, t) = 0$이다. 위의 등식에서 λ^m은 사후 정보 시스템에서의 대리인의 參與 制約의 최적화된 라그랑지안 승수를 의미하고, 반면, μ^m은 대리인의 誘因 制約의 최적화된 라그랑지안 승수를 의미한다. 이를 다시 다음과 같이 나타낼 수 있는데,

$$s^m(x, t) \equiv r(z^m, t),$$

$r(z^m, t)$은 다음을 충족하여야만 한다.

$$u_s(r(z^m, t), t)z^m = \begin{cases} 1 & \text{if } r(z^m, t) > 0 \\ u_s(0, t)z^m & \text{if } r(z^m, t) = 0. \end{cases} \tag{A.4}$$

따라서 이 경우에 본인의 最適 利益은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(A.5) $$PW^m = \int_t \int_x [x - r(z^m, t)]f(x \mid a^m)h(t)dxdt.$$

그러므로 (A.5)에서 (A.2)를 빼면, 다음의 식을 얻을 수 있다.

(A.6) $$PW^m - PW^* = \int_t \int_x r(z^*, t)f(x \mid a^*(t))h(t)dxdt - \int_t \int_x r(z^m, t)f(x \mid a^m)h(t)dxdt.$$

이제, 다음과 같이 정의할 수 있다.

(A.7) $$\psi(z, t) \equiv r(z, t) - u(r(z, t), t)z.$$

그러면 $u_s(r(z, t), t)z = 1$에 의해서 다음을 도출할 수 있다.

(A.8) $$\psi_z(z, t) = \begin{cases} -u(r(z, t), t) & \text{if } r(z, t) > 0 \\ -u(0, t) & \text{if } r(z, t) = 0, \end{cases}$$

그리고

$$\psi_{zz}(z, t) = \begin{cases} -u_s(r(z, t), t)r_z \le 0 & \text{if } r(z, t) > 0 \\ 0 & \text{if } r(z, t) = 0, \end{cases}$$

그러므로 $\psi(z, t)$가 대부분의 영역에서 z에 대하여 오목하다는 것을 쉽게 알 수 있다. (A.7)로부터

$$r(z, t) = \psi(z, t) + u(r(z, t), t)z,$$

아래와 같이 다시 (A.6)을 쓸 수 있다.

(A.9) $$\begin{aligned} PW^m - PW^* = & \int_t \int_x \psi(z^*, t)f(x \mid a^*(t))h(t)dxdt \\ & - \int_t \int_x \psi(z^m, t)f(x \mid a^m)h(t)dxdt \\ & + \int_t \int_x u(r(z^*, t), t)z^*f(x \mid a^*(t))h(t)dxdt \\ & - \int_t \int_x u(r(z^m, t), t)z^m f(x \mid a^m)h(t)dxdt. \end{aligned}$$

參與 制約은 사전 정보 시스템에서 $a^*(t)$를, 사후 정보 시스템에서는 a^m를 각각 유도한다.

사전 정보 시스템에서,

$$\text{(A.10)} \qquad \int_t \int_x u(r(z^*, t), t) f(x \mid a^*(t)) h(t) dxdt = \bar{U} + \int_t v(a^*(t)) h(t) dt,$$

사후 정보 시스템에서,

$$\text{(A.11)} \qquad \int_t \int_x u(r(z^m, t), t) f(x \mid a^m) h(t) dxdt = \bar{U} + v(a^m).$$

또한 誘因 制約은 사전 정보 시스템에서 $a^*(t)$를, 사후 정보 시스템에서는 a^m를 각각 유도한다.

사전 정보 시스템에서,

$$\text{(A.12)} \qquad \int_x u(r(z^*, t), t) f_a(x \mid a^*(t)) dx = v'(a^*(t)), \forall t,$$

사후 정보 시스템에서,

$$\text{(A.13)} \qquad \int_t \int_x u(r(z^m, t), t) f_a(x \mid a^m) h(t) dxdt = v'(a^m).$$

그러므로 (3.3), (A.3), (A.10), (A.11), (A.12)와 (A.13)을 사용하여, 등식 (A.9)는 다음과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\text{(A.14)} \quad \begin{aligned} PW^m - PW^* = & \int_t \int_x \psi(z,^* t) f(x \mid a^*(t)) h(t) dxdt - \int_t \int_x \psi(z^m, t) f(x \mid a^m) h(t) dxdt \\ & + \lambda^* (\bar{U} + \int_t v(a^*(t)) h(t) dt) - \lambda^m (\bar{U} + v(a^m)) \\ & + \int_t \mu^*(t) v'(a^*(t)) h(t) dt - \mu^m v'(a^m). \end{aligned}$$

또한 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\text{(A.15)} \qquad z^h \equiv \lambda^m + \mu^m \frac{f_a}{f} (x \mid a^*(t)).$$

$\psi(z,t)$가 z에 대하여 오목하므로 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\text{(A.16)}\quad & \int_t\int_x [\psi(z^h,t)-\psi(z^*,t)]f(x\mid a^*(t))h(t)dxdt \\
&\le \int_t\int_x \psi_z(z^*,t)(z^h-z^*)f(x\mid a^*(t))h(t)dxdt \\
&= -\int_t\int_x u(r(z^*,t),t)[(\lambda^m-\lambda^*)f(x\mid a^*(t))+(\mu^m-\mu^*(t))f_a(x\mid a^*(t))]h(t)dxdt \\
&= (\lambda^*-\lambda^m)[\bar{U}+\int_t v(a^*(t))h(t)dt]+\int_t(\mu^*(t)-\mu^m)v'(a^*(t))h(t)dt \\
&\le \lambda^*(\bar{U}+\int_t v(a^*(t))h(t)dt)-\lambda^m(\bar{U}+v(a^m))+\int_t(\mu^*(t)-\mu^m)v'(a^*(t))h(t)dt \\
&\le \lambda^*(\bar{U}+\int_t v(a^*(t))h(t)dt)-\lambda^m(\bar{U}+v(a^m))+\int_t(\mu^*(t)v'(a^*(t))h(t)dt-\mu^m v'(a^m).
\end{aligned}
$$

위의 등식에서 등식 (3.3), (A.8), 그리고 (A.15)를 이용하여 첫 번째 등식을 도출하였다. 그리고 (A.10), (A.11), (A.12)와 (A.13)을 사용하여 두 번째 등식을 도출하였다. 두 번째 부등식은 $a^m=\int_t a^*(t)h(t)dt$와 $v(\cdot)$가 볼록하다는 것을 이용하였다. 반면에 마지막의 부등식을 위해, 假定 5를 사용하였다. 여기에서 (A.16)을 (A.14)로 置換하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\text{(A.17)}\quad PW^m-PW^* &\ge \int_t\int_x \psi(z^h,t)f(x\mid a^*(t))h(t)dxdt-\int_t\int_x \psi(z^m,t)f(x\mid a^m)h(t)dxdt \\
&= \int_t\int_x \psi(\lambda^m+\mu^m\frac{f_a}{f}(x\mid a^*(t)),t)f(x\mid a^*(t))h(t)dxdt \\
&\quad -\int_t\int_x \psi(\lambda^m+\mu^m\frac{f_a}{f}(x\mid a^m),t)f(x\mid a^m)h(t)dxdt.
\end{aligned}
$$

$x=a+\theta$이므로 $f(x^0\mid a^*(t))=f(x^1\mid a^m)$와 $f_a(x^0\mid a^*(t))=f_a(x^1\mid a^m)$은 $x^1=x^0+a^m-a^*(t)$를 만족하는 어떠한 x^1과 x^0에 대해서도 참이다. 그러므로 $x^1=x^0+a^m-a^*(t)$를 만족하는 x^1과 x^0에 의하여 $\frac{f_a}{f}(x^0\mid a^*(t))=\frac{f_a}{f}(x^1\mid a^m)$를 도출할 수 있다. 따라서 주어진 t에 대하여,

$$
\begin{aligned}
\text{(A.18)}\qquad & \int_x \psi(\lambda+\mu^m\frac{f_a}{f}(x\mid a^*(t)),t)f(x\mid a^*(t))dx \\
&= \int_x \psi(\lambda+\mu^m\frac{f_a}{f}(x\mid a^m),t)f(x\mid a^m)dx.
\end{aligned}
$$

그러므로 (A.17)과 (A.18)로부터 마침내 다음 식을 도출할 수 있다.

(A.19) $$PW^* \leq PW^m.$$

a^m을 유도하는 것이 사후 정보 시스템에서는 最適이 아닐지도 모르기 때문에(즉, a^m은 a^0보다 劣等하다), 다음의 식이 성립한다.

$$PW^m \leq PW^0.$$

결과적으로 다음을 이끌어낼 수 있다.

$$PW^* \leq PW^0.$$

補助定理 1의 證明:

먼저 $s^0(x,t)=0$인 경우를 생각해보면, $s^0_{xt}=0$는 자명한 사실이다.
이제, $s^0(x,t)>0$인 경우를 생각해보면, (3.1)에 의해서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$u_s(s^0(x,t),t)=\frac{1}{z^0(x \mid a^0)}.$$

위의 등식의 양 변에, t에 대한 導函數를 도출하면 다음을 얻을 수 있다.

(A.20) $$u_{ss}s^0_t+u_{st}=0.$$

다시 (A.20)의 양 변에, x에 대한 도함수를 도출하면 다음을 얻을 수 있다.

(A.21) $$(u_{sss}s^0_t+u_{sst})s^0_x+u_{ss}s^0_{xt}=0.$$

(A.20)을 이용하여 (A.21)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$(-\frac{u_{sss}}{u_{ss}}u_{st}+u_{sst})s^0_x+u_{ss}s^0_{xt}=0.$$

假定 1에 따라 $\frac{u_{ss}}{u_{sss}} = \frac{u_{st}}{u_{sst}}$이고, $u_{ss} < 0$이므로, $s^0_{xt} = 0$를 도출할 수 있다.

補助定理 2의 證明:

(3.1)에서 알 수 있는 것처럼, $u_s(s^0(x, t), t)$가 t에 대하여 獨立的이기 때문에, 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial t} u(s^0(x, t), t) = \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} u(s^0(x, t), t) = u_s s^0_{xt}.$$

假定 1에 따라 $u_s > 0$이고 補助定理 1에 따라 $s^0_{xt} = 0$이기 때문에, $\frac{\partial}{\partial t} u(s^0(x, t), t)$는 x에 대하여 변하지 않는다(즉, $\frac{\partial^2}{\partial x \partial t} u(s^0(x, t), t) = 0$). 部分 積分하면, 다음의 결과를 도출할 수 있다.

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dt} \int_x u(s^0(x, t), t) f_a(x \mid a^0) dx \\
&\quad = \int_x \frac{\partial}{\partial t} u(s^0(x, t), t) f_a(x \mid a^0) dx \\
&\quad = \frac{\partial}{\partial t} u(s^0(x, t), t) F_a(x \mid a^0) dx]^{\bar{x}}_{\underline{x}} - \int F_a(x \mid a^0) \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} u(s^0(x, t), t) dx \\
&\quad = 0.
\end{aligned}$$

命題 2의 證明:

補助定理 2로부터 $\frac{u_{ss}}{u_{sss}} = \frac{u_{st}}{u_{sst}}$이면 사후 정보 시스템에서의 최적해인 $(s^0(x, t), a^0)$는 다음의 최적화 프로그램의 문제를 해결할 것이다.

$$\max_{a,\, s(x,t)} \int_t \int_x [x - s(x, t)] f(x \mid a) h(t) dx dt$$

$$\begin{aligned}
&s.t. \\
&\text{(i)} \quad \int_t \int_x u(s(x, t), t) f(x \mid a) h(t) dx dt - v(a) \geq \bar{U} \\
&\text{(ii)} \quad \int_x u(s(x, t), t) f_a(x \mid a) h(t) dx dt - v'(a) = 0, \forall t \\
&\text{(iii)} \quad s(x, t) \geq 0, \forall (x, t),
\end{aligned}$$

그러므로 $\frac{u_{ss}}{u_{sss}} = \frac{u_{st}}{u_{sst}}$라면, 위의 프로그램에서 t가 다르게 나타난다 하더라도, 본인이 대리인에게 같은 수준의 노력을 하게 하는 것에 제한이 따른다. 반면에 그러한 제한이 사전 정보 시스템의 최적화 프로그램을 사용하는 본인에게는 부과되지 않는다. 이것이 사후 정보 시스템과 사전 정보 시스템의 최적화 프로그램의 유일한 차이점이다. 그러므로 바로 다음의 식을 도출할 수 있다.

$$PW^0 \leq PW^*.$$

그러나 命題 1에 따라 $PW^0 \leq PW^*$이기 때문에, 대리인의 效用函數가 $\frac{u_{ss}}{u_{sss}} = \frac{u_{st}}{u_{sst}}$를 만족할 때, 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$PW^0 = PW^*$$

이제, t에 대하여 $a^0 \neq a^*(t)$의 반대의 경우를 가정해보면, 命題 1로부터 $PW^0 > PW^*$을 알 수 있고, 그래서 矛盾이 존재하는 것이다.

命題 3의 證明:

(i) $P\hat{W} \leq PW^0$.

命題 1에 사용된 것과 같은 단계에 따라서 쉽게 증명될 수 있다.

(ii) $PW^* \leq P\hat{W}$.

완전 사전 정보 시스템의 最適解인 $(a^*(t), s^*(x, t))$가 주어졌을 때,

$$K(T_i) \equiv \int_{t\in T_i} [\int_x u(s^*(x, t), t)f(x \mid a^*(t))dx - v(a^*(t))]h(t \mid T_i)dt,$$

라고 하면,

$$\sum_{i=1}^{N} p_i K(T_i) = \bar{U}.$$

$t \in T_i$에 대해 $(a^*(t), s^*(x, t))$를 풀 수 있다는 것에 주목하면

$$\operatorname*{Max}_{a,\, s(x,t)} \quad \int_{t\in T_i}\int_x [x - s(x, t)]f(x \mid a(t))h(t \mid T_i)dxdt$$

$$\begin{aligned}
&s.t.\\
&\text{(i) } \int_{t\in T_i}\left[\int_x u(s(x, t), t)f(x \mid a(t))dx - v(a(t))\right]h(t \mid T_i)dt \ge K(T_i)\\
&\text{(ii) } \int_x u(s(x, t), t)f_a(x \mid a(t))dx = v'(a(t)), \forall t \in T_i\\
&\text{(iii) } s(x, t) \ge 0, \forall (x, t \in T_i)
\end{aligned}$$

$t \in T_i$가 주어졌을 때, 완전 사전 정보 시스템에서 얻을 수 있는 본인의 期待 利益은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$PW(T_i) \equiv \int_{t\in T_i}\int_x [x - s^*(x, t)]f(x \mid a^*(t))h(t \mid T_i)dxdt.$$

이제 $t \in T_i$인 경우에 $(a_i^m, s_i^m(x, t))$는 다음과 같다.

$$a_i^m \equiv \int_{t\in T_i} a^*(t)h(t \mid T_i)dt,$$

위의 식과 $s_i^m(x, t)$를 이용하여 다음을 풀 수 있다.

$$\operatorname*{Max}_{s_i(x,t)} \quad \int_{t\in T_i}\int_x [x - s_i(x, t)]f(x \mid a_i^m)h(t \mid T_i)dxdt$$

$$\begin{aligned}
&s.t.\\
&\text{(i) } \int_{t\in T_i}\int_x u(s_i(x, t), t)f(x \mid a_i^m)h(t \mid T_i)dxdt - v(a_i^m) \ge K(T_i)\\
&\text{(ii) } \int_{t\in T_i}\int_x u(s_i(x, t), t)f_a(x \mid a_i^m)h(t \mid T_i)dxdt = v'(a_i^m)\\
&\text{(iii) } s(x, t) \ge 0, \forall (x, t \in T_i)
\end{aligned}$$

또한 $t \in T_i$가 주어졌을 때, $(a_i^m, s_i^m(x, t))$에 대한 본인의 期待 利益은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$P\hat{W}^m(T_i) \equiv \int_{t\in T_i}\int_x [x - s_i^m(x, t)]f(x \mid a_i^m)h(t \mid T_i)dxdt.$$

그러면 命題 1에 의하여 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\text{(A.22)} \qquad PW^*(T_i) \le P\hat{W}^m(T_i),\ \forall T_i.$$

아래의 식에 의해

$$PW^* = \sum_{i=1}^{N} p_i PW^*(T_i),$$

(A.22)로부터 다음을 이끌어낼 수 있다.

$$\text{(A.23)} \qquad PW^* \le P\hat{W}^m \equiv \sum_{i=1}^{N} p_i P\hat{W}^m(T_i).$$

$\sum_{i=1}^{N} p_i K(T_i) = \bar{U}$, $\{(a_1^m, s_i^m(x, t))\}$이 (4.1)의 모든 制約 條件을 만족하기 때문에, 다음 사항에 주목할 필요가 있다.

$$\sum_{i=1}^{N} \left[\int_{t\in T_i}\int_x u(s_i^m(x, t), t)f(x \mid a_i^m)dxdt - v(a_i^m)\right] \ge \bar{U},$$
$$\int_{t\in T_i}\int_x u(s_i^m(x, t), t)f_a(x \mid a_i^m)dxdt = v'(a_i^m),\ \forall T_i,$$

그리고

$$s_i^m(x, t) \ge 0,\ \forall (x, t),\ \forall i.$$

따라서 우리는 다음과 같은 결론에 쉽게 도달할 수 있다.

$$\text{(A.24)} \qquad P\hat{W}^m \le P\hat{W}.$$

그러므로 (A.23)와 (A.24)를 결합하면, 마침내 다음과 같은 결과를 도출할 수 있다.

$$PW^* \leq P\hat{W}.$$

參 考 文 獻

Gjesdal, F.(1982): "Information and Incentives: The Agency Information Problem," *Review of Economic Studies*, **49**, 373-390.

Grossman, S., and O. Hart(1983): "An Analysis of the Principlal-Agent Problem," *Econometrica*, **51**, 7-45.

Harris, M., and A. Raviv(1979): "Optimal Incentive Contracts with Imperfect Information," *Journal of Economic Theory*, **20**, 231-259.

Holmstrom, B.(1979): "Moral Hazard and Observability," *Bell Journal of Economics*, **10**, 74-91.

________ (1982): "Moral Hazard in Teams," *Bell Journal of Economics*, **13**, 324-340.

Jewitt, I.(1988): "Justifying the First Order Approach to Principal-Agent Problems," *Econometrica*, **56**, 1177-1190.

Kim, S.K.(1995): "Efficiency of an Information System in an Agency Model," *Econometrica*, **63**, 89-102.

Mirrlees, J.(1974): "Note on Welfare Economics, Information and Uncertainty," in Essays in Economic Behavior Under Uncertainty(ed.) By M. Balch, D. McFadden, and S. Wu, Amsterdam, North-Holland, 243-258.

Rogerson, W.(1985): "The First Order Approach to Principal-Agent Problem," *Econometrica*, **53**, 1357-1368.

Ross, S.(1973): "The Economic Theory of Agency: The Principal's Problem," *American Economic Review*, **63**, 134-139.

Rothschild, and Stiglitz(1970): "Increasing Risk I: A Definition," *Journal of Economics Theory*, **2**, 225-243.

Shawell, S.(1979): "Risk Sharing and Incentives in the Principal and Agent Relationship," B*ell Journal of Economics*, **10**, 55-73.

Sinclair-Desgagne, B.(1994): "The First Order Approach to Multi-Signal Principal-Agent Problems." *Econometrica*, **62**, 459-466.