

Section I

연구논문

가중치 기준방식 점수제 경매제도의 이론적 이해⁽¹⁾

강형준·김진우

본 연구는 ‘가중치 기준방식’으로 불리는, 우리나라 턴키방식 조달경매에서 자주 이용되는 점수제 경매의 이론적 특성을 살펴본다. 균형분석에 따르면, 경매환경을 결정짓는 모수의 값에 따라 다음과 같은 다양한 경쟁 양상이 나타날 수 있다: 모든 입찰자가 동일하게 예정가격(최고가격)을 입찰하고 서로 다른 설계품질을 통해 경쟁하는 균형; 모든 입찰자가 동일한 설계품질을 입찰하고 서로 다른 가격을 통해 경쟁하는 균형; 입찰자들이 설계품질과 가격의 두 측면에서 서로 다른 입찰을 하는 균형.

주제어: 조달경매, 점수제 경매, 가중치 기준방식, 품질경쟁, 가격경쟁

우리나라의 조달경매에서는 ‘가중치 기준방식’이라는 독특한 경매제도가 이용되고 있다. 이 경매방식은 다차원 경매제도(multi-attribute auction)의 한 유형이다.⁽²⁾ 즉, 입찰가격만 고려하여 낙찰자를 결정하는 최저가 방식과 달리, 가격 요소와 비가격 요소 — 대부분의 경우, 조달 물품의 품질 — 를 종합적으로 고려하여 점수를 산정한 후 낙찰자를 선정하는 경매제도이다. 이러한 점에서 다차원 경매제도를 ‘점수제 경매(scoring auction)’라고도 일컫는다. 이러한 경매제도가 가장 빈번히 사용되는 사례는 정부가 발주하는 ‘일괄입찰 (혹은 턴키)’ 건축사업이며, 이 경우 각 사업자가 제출하는 설계서의 품질이 조달 물품의 품질에 해당한다.⁽³⁾

다차원 경매제도는 크게 독립적 점수 산정 방식(Independent scoring rule)과 상호 의존적 점수 산정 방식(Interdependent Scoring Rule)으로 나눌 수 있다. 독립적 점수

(1) 이 논문은 서울대학교 경제연구소 국가경쟁력연구센터의 지원을 받아 이루어진 것임

(2) Stilger et al. (2015)는 가중치 기준방식을 포함한 다양한 다차원경매방식에 대해 소개하고 있다.

(3) 「국가를 당사자로 하는 계약에 관한 법률 시행령」의 제 79조에 따르면, 일괄입찰이란 정부의 계획 및 지침에 따라 공사의 설계도면과 입찰가격을 함께 제출하는 공사를 의미한다.

산정 방식은 각 입찰자의 점수가 자신이 입찰한 정보에만 의존하는 점수 산정방식이며, 상호의존적 점수 산정방식은 자신의 입찰 정보뿐 아니라 다른 입찰자의 입찰 정보에 의존하는 방식이다. 두 경매제도는 입찰자에게 매우 다른 입찰 유인을 제공하리라 예상해 볼 수 있으나, 점수제 경매제도에 대한 현재까지의 모든 연구는 독립적 점수 산정방식을 중심으로 이루어져 왔다. 대표적인 연구로는 Che (1993)과 Asker and Cantillon (2008)을 들 수 있다.⁽⁴⁾ 본 논문은 상호의존적 점수제 경매를 다룬 최초의 연구로서 우리나라의 일괄입찰에서 이용되는 방식에 바탕을 두고 이론적 분석을 제공하고자 한다.

1. 우리나라 가중치 기준방식 경매의 정의와 특성

점수제 경매의 비가격 요소는 대부분, 특히 우리나라 조달경매에서는 거의 항상, 설계점수로 이루어진다. 따라서 점수제 경매에서 각 입찰자는 가격 점수를 계산하기 위한 입찰가, 설계점수를 계산하기 위한 기본 설계서를 입찰 시에 제출하여야 한다.⁽⁵⁾

최저가방식 경매에서는 예정가격이 설정되어 있어 이를 초과하는 금액을 입찰할 경우 탈락하게 된다. 반면 턴키방식의 공사에서는 최저가낙찰제도와 달리 ‘예정가격’이 존재하지 않고, 예산 금액만이 설정되어 있다. 따라서 턴키방식의 조달경매에서 언급되는 투찰률과 낙찰률은 예산 금액과 대비하여 계산된 값이다. 예산 금액은 예정가격과 같은 구속력을 가지지는 않으나, 입찰가가 예산 금액을 초과하는 일은 거의 없는 것으로 관찰된다. 따라서 앞으로 예산 금액을 예정가격으로 칭하기로 한다.

가중치 기준 방식에서의 종합점수(앞으로 ‘점수’로 언급)는 가격 점수와 설계점수의 가중합으로 주어진다. 가격 점수와 설계점수의 만점은 각각 100점이며 아래와 같이 계산된다:

-
- (4) 두 논문은 가격-설계점수가 준선형(quasi-linear)형태로 최종점수를 결정짓는 점수제 경매제를 고려하였다. 반면, Dastidar, K.G. (2014)는 준선형이 아닌 점수제 경매를 고려하였다. 점수제 경매제도에 대한 실증연구로는 Hanazono et al. (2020)와 Krasnokutskaya et al.(2020) 등이 있다.
- (5) 한 가지 주의할 점은 기업들이 입찰에 참여할 수 있는 자격을 부여받기 위해서는 ‘공사수행능력(PQ)’심사를 통과하여야 한다는 사실이다. 이 심사는 시공경험 및 시공실적이 검증된 기업을 선별함으로써 최소한의 설계품질을 확보하는 역할을 한다.

1.1 가격 점수 계산 방식

입찰자들이 제출한 입찰가의 최소값(최소입찰가)을 p_{\min} 으로 표시하자. 어느 주어진 입찰자가 가격 p 를 입찰했을 때에, 이 입찰자의 가격 점수는 다음과 같이 계산된다:

$$(1.1) \quad \frac{p_{\min} \times 100}{p}$$

쉽게 관찰할 수 있는 것처럼, 이 공식의 주요한 특성은 주어진 입찰자(기업 A로 부르자)가 입찰가를 높일 때 자신의 입찰점수가 하락한다는 것이다. 이 공식의 또 다른 특성은 기업 A의 입찰점수가 자신의 입찰가뿐 아니라, p_{\min} 을 통해 다른 입찰자의 입찰가에도 의존하고 있다는 것이다. 이는 다른 입찰자의 입찰점수 역시 기업 A의 입찰가에 의존하고 있음을 의미한다. 아래에서는 이러한 상황을 좀 더 면밀하게 살펴볼 것이다.

1.2 설계점수 계산방식

각 입찰자들이 제출한 기본 설계서는 전문심사위원들의 (절대)평가를 거쳐 점수를 부여받는다. 많은 경우 이 점수가 그대로 설계점수가 되어 가중치 기준방식에 산입된다. 경우에 따라 ‘강제차등방식’을 이용하여 점수를 조정한 후 이를 설계점수로 이용하기도 한다. 이 방식은 설계평가 1순위자의 점수를 기준으로 2순위자 이하에 순차적으로 5-10% 범위로 차등하여 설계점수를 산정한다. 심사위원들에 부여된 점수 차이가 크지 않은 경우, 강제차등방식은 설계점수의 비중을 확대하는 효과를 가지게 된다.

1.3. 낙찰자와 낙찰가 결정

어느 기업의 가격 점수가 위의 식(1.1)과 같이 결정되고 설계점수가 $q \in [0, 100]$ 로 주어졌다고 하자. 가격가중치가 $t \in [0, 1]$ 로 주어져 있다면, 이 기업의 종합점수는 다음과 같다:

$$(1.2) \quad s = t \frac{p_{\min} \times 100}{p} + (1-t)q$$

여기서, p_{\min} 는 입찰금액 중 최소값이다. 식(1.2)에서 정의된 종합점수가 가장 높은 입찰자가 낙찰자로 결정되며, 이 입찰자의 입찰가가 낙찰가가 된다. 우리나라 조달

경매에서는 가격 점수 가중치 t 가 0.2-0.8의 범위에 있어야 하며, 대부분 0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8의 다섯 값 가운데에서 선택된다. 설계기술력 등이 중요해질수록 가격 점수의 가중치 t 의 값이 낮아지는 것으로 이해할 수 있다. 가격 점수 가중치가 0.5를 초과할 경우, ‘가격강조형’, 그 미만일 경우 ‘기술강조형’, 0.4과 0.6사이에 있으면 ‘균등평가형’으로 분류된다.⁽⁶⁾

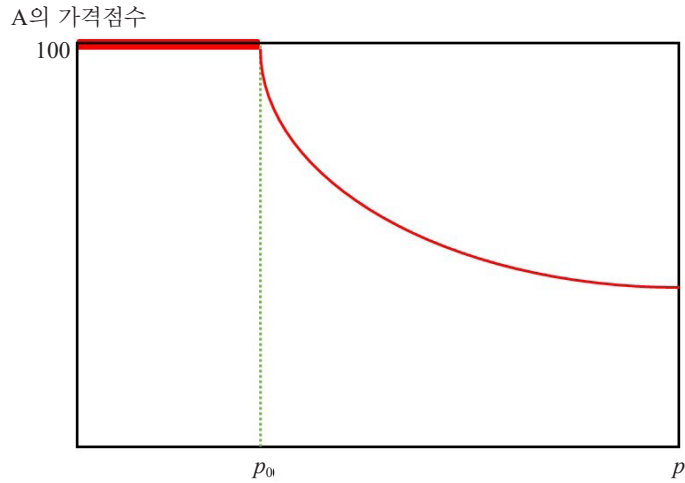
2. 가중치 기준방식 경매의 특성 이해

우리나라의 가중치 기준방식 경매는 경매이론 분야에서 ‘상호의존방식 점수제 (interdependent scoring rule)’라고 일컫는 경매방식의 한 예이다. 이 방식은 각 입찰자의 가격 점수 혹은 설계점수가 자신뿐 아니라 경쟁 입찰자들의 입찰가 혹은 설계평가에 의존하는 경우에 해당된다. 우선 설계점수의 경우 강제차등방식이 적용된다면, 설계평가 2순위자 이하의 설계점수는 1순위자의 설계점수를 기준으로 차등 간격을 따라 결정되므로 경쟁 입찰자의 설계평가에 의존한다. 물론 강제차등방식이 적용되지 않는다면 설계 점수계산상의 상호의존성은 사라지게 된다.

가격 점수의 경우 입찰자들 간의 상호의존성은 좀 더 복잡한 양상으로 나타난다. 이를 이해하기 위해, 어느 입찰자(기업 A라고 하자)가 입찰가 p 를 제시하고, 나머지 입찰자들이 제시한 입찰가 중 최소값은 p_0 이며, 기업 B가 이 입찰가를 제시한 입찰자라고 하자. 이제 p_0 를 고정된 상태에서 p 가 변할 때 기업 A와 B의 입찰점수가 어떻게 변하는지를 살펴보자.

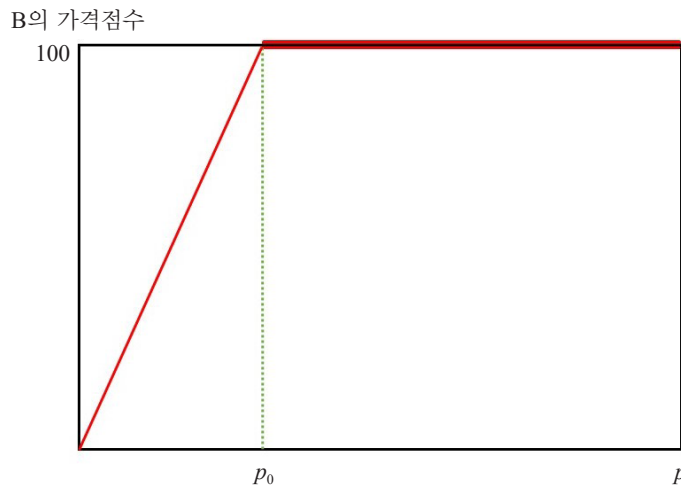
아래 [그림 1]에서 빨간색 실선으로 그려진 그래프는 p 의 함수로서의 기업 A의 입찰점수를 보여준다. $p \leq p_0$ 인 경우, 최소입찰가는 p 가 되어 (즉 $p = p_{\min}$), 기업 A의 가격 점수는 만점인 100점이 된다. p 가 p_0 를 초과하게 되면 최소입찰가는 p_0 가 되고 (즉 $p_0 = p_{\min}$), 기업 A의 가격 점수는 100점 밑으로 떨어지게 되며 함수 $p_0/p \times 100$ 을 따라 주어지게 된다. 반면 아래의 [그림 2]에서 빨간색 실선으로 그려진 그래프는 기업 B의 입찰점수를 보여 주는데, $p < p_0$ 인 경우 함수 $p/p_0 \times 100$ 을 따라 입찰점수가 주어지고 $p \geq p_0$ 인 경우 입찰점수는 100점으로 고정된다.

(6) 이들 유형을 나누는 기준으로는 가격 점수 가중치와 아울러 ‘기술적 난이도’가 있다.



출처: 저자 작성.

〈그림 1〉 입찰자 A의 입찰가 변화에 따른 A의 가격 점수 변화



출처: 저자 작성.

〈그림 2〉 입찰자 A의 입찰가 변화에 따른 B의 가격 점수 변화

앞서 살펴본 가중치 기준방식 경매에 대한 이해를 바탕으로, 이 경매방식 하에서 입찰자들이 경쟁적인 가격(즉 낮은 가격)을 입찰할 유인(incentive)에 대해 살펴보자.

이를 위해, 참여 입찰자가 A와 B인 경매에서 이들이 동일하게 p_0 의 입찰가를 제출

하는 상황을 생각해보자. 만약 입찰자 B가 p_0 보다 약간 낮은 수준으로 가격을 내리게 되면 자신의 가격 점수는 변하지 않고 100점에 머물러 있는 반면, A의 가격 점수는 $p/p_0 \times 100$ 로 떨어지게 된다. p 가 감소함에 따라 A의 점수가 떨어지는 속도는 $1/p_0 \times 100$ 로 주어지므로, p_0 가 높을수록 점수의 감소 폭은 줄어든다. 요약하자면, 입찰자들이 높은 가격에서 경쟁할수록, 어느 한 입찰자가 가격을 낮춤으로써 경쟁자에 비해 상대적인 우위를 확보하기가 어려워진다. 예정가가 높을수록 입찰가가 높아지는 사실을 감안하면, 이러한 경쟁 유인의 감소는 예정가가 높은 경매일수록 더 두드러지게 나타날 것이다.

3. 가중치 기준방식 경매모형

본 절은 가중치 기준방식 경매의 이론적 분석을 위한 간단한 경매모형을 도입한다.

하나의 공사계약이 공고된 상황에서 N 개의 기업들이 경쟁적으로 입찰에 참여한다고 가정하자. 각 기업은 자신이 받고 싶은 가격 p 와 제공하고자 하는 품질 q 를 동시에 입찰한다. 이하의 논의에서는 가격 점수와 품질 점수의 만점이 각각 1이라고 표준화하도록 한다. 가격과 품질에 대한 가중치를 각각 t 와 $1-t$ 라 하면(단, $0 < t < 1$), 기업의 최종 입찰점수 $s(p, q)$ 는 다음과 같이 정의된다: 기업 i 의 입찰가를 p_i 로 표기하고 $p_{\min} = \min(p_1, p_2, \dots, p_n)$ 을 최저 입찰가격이라고 하면, 총 점수는 다음의 공식으로 계산된다.

$$(3.1) \quad T(p, q) \equiv t \frac{p_{\min}}{p} + (1-t)q$$

여기서 중요한 점은 총 점수가 p_{\min} 를 통해 다른 입찰자의 입찰가에 의존할 수 있다는 사실인데, 표현을 간소화하기 위해 함수 $T(\cdot, \cdot)$ 의 정의에서는 이를 생략하였다. 이 때 경매에서는 최대가격이 \bar{p} 로 설정되어 있어 입찰금액이 이를 초과할 수 없다고 가정한다. 턴키방식 하에서는 대부분 최대가격이 설정되어 있지 않지만, 정부의 ‘예산금액(또는 예정가격)’이 존재하여 입찰가격 상한으로 받아들여지는 경우가 대부분이다. 이 경우 \bar{p} 는 예산 금액에 해당한다고 볼 수 있다. 또한, 조달되는 물품의 품질에 대한 최소 요구수준이 존재한다고 가정하고 이를 q 로 표시한다. 즉, 조달되는 물

품의 품질 q 가 q 에 미치지 못할 경우, 입찰 경쟁에서 제외된다. 현실의 경매에서도 사전심사(PQ 심사)가 존재하여 이를 통과한 기업들만이 입찰에 참여할 수 있다.

각각의 기업들은 효율성이 다르며 보다 효율적인 기업은 같은 품질의 물품이라도 더 낮은 비용으로 조달할 수 있다. 이러한 특성을 나타내기 위해 ‘각 기업의 비용 특성’을 변수 θ 를 통해 표현하고, 이 값은 구간 $[\theta_m, \theta_M]$ 상에 확률분포 F 를 따라 분포되어 있다고 가정한다. 이때 각 기업의 조달 비용은 비용 특성 θ 와 품질 q 에 의존하는 함수 $c(q, \theta)$ 로 주어지며, 이 함수의 값은 q 와 θ 가 높아질수록 더 커진다고 가정한다. (이는 두 변수 q 와 θ 에 대한 도함수(derivative)가 항상 양의 값을 가짐—즉, $c_q > 0$, $c_\theta > 0$ —을 의미한다.) 즉, 높은 θ 값은 높은 비용을 유발하는 특성에 해당한다. 각 기업의 비용 특성, 즉 θ 의 값은 해당 기업에게만 알려져 있고 다른 기업에게는 알려져 있지 않다고 가정한다. 이는 현실적인 가정임과 동시에 경매이론 경제학에서 보편적으로 채택되는 가정이다.

기업들의 입찰전략을 결정하는 유인(incentive)을 파악하기 위해 어느 한 기업—예를 들어, 기업1—에 초점을 맞추어 보자. 기업1이 θ 의 비용 특성을 가지고 q 의 품질을 갖는 공사를 p 의 가격에 수주한다면 이 기업의 ‘사후적인 이윤’은 가격에서 공사비용을 뺀 값인

$$(3.2) \quad \Pi(p, q|\theta) = p - c(q, \theta)$$

로 주어진다. 이때 기업1의 ‘기대이윤(expected profit)’은 이 값에 ‘낙찰 확률’을 곱한 값이 될 것이다. 기업1이 낙찰자가 되기 위해서는 자신의 입찰 (p, q) 을 통해 평가받는 점수 $T(p, q)$ 가 다른 기업들의 점수보다 높아야만 한다. 따라서 타기업 i ($i \neq 1$)의 점수를 T_i 로 표시할 때 기업1의 기대이윤은 다음과 같이 주어진다:

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \pi(p, q|\theta) &= \Pi(p, q|\theta) \times \Pr[T(p, q) \geq \max_{i \neq 1} T_i] \\ &= [p - c(q, \theta)] \times \Pr[T(p, q) \geq \max_{i \neq 1} T_i] \end{aligned}$$

(여기서 $\Pr[\cdot]$ 는 대괄호 안의 경우가 성립할 확률을 표시한다.) 여기서 확률값이 개입되는 이유는 기업1이 다른 기업들의 비용 특성에 대해 불확실하게 알고 있다는 가정으로 인해 이들의 입찰전략에 대해서도 불확실성을 직면하게 되기 때문이다. 좀 더 구체적이고 단순화된 분석을 위해 지금부터 기업의 비용함수가 $c(q, \theta) = q\theta$ 로 주

어졌다고 가정하자. 즉, 기업의 비용 특성인 θ 는 품질 점수 q 를 1점 올리는 데 소요되는 비용에 해당한다.

기업들의 입찰전략을 분석하기 위해 내쉬 균형(Nash equilibrium)을 고려한다. 아울러 비슷한 비용 특성을 가진 기업들은 장기적으로 비슷하게 입찰할 가능성이 높다고 볼 수 있다. 따라서 동일한 비용 특성(즉 동일한 θ)을 가진 입찰자는 동일한 입찰전략을 구사하는 ‘대칭적 내쉬 균형(symmetric Nash equilibrium)’을 상정하도록 하자. 이에 따라 각 기업의 입찰전략은 자신의 비용 특성 θ 에만 의존하는 두 함수 ($p(\theta)$, $q(\theta)$)로 주어지게 된다. 기업1의 특성이 θ , 타 기업 $i(\neq 1)$ 의 특성이 θ_i 로 주어져 있을 때, 위에서 살펴보았던 기업1의 기대이윤은 아래와 같이 좀 더 구체적으로 표현될 수 있다:

$$(3.4) \quad \pi(p, q | \theta) = [p - q\theta] \Pr[T(p, q) \geq \max_{i \neq 1} T(p(\theta_i), q(\theta_i))]$$

$(p(\theta), q(\theta))$ 가 균형에서의 입찰전략이므로, θ 의 비용 특성을 가진 기업1은 $p = p(\theta)$, $q = q(\theta)$ 로 설정함으로써 위의 이윤을 극대화할 수 있다.

4. 가중치 기준방식 경매의 균형분석

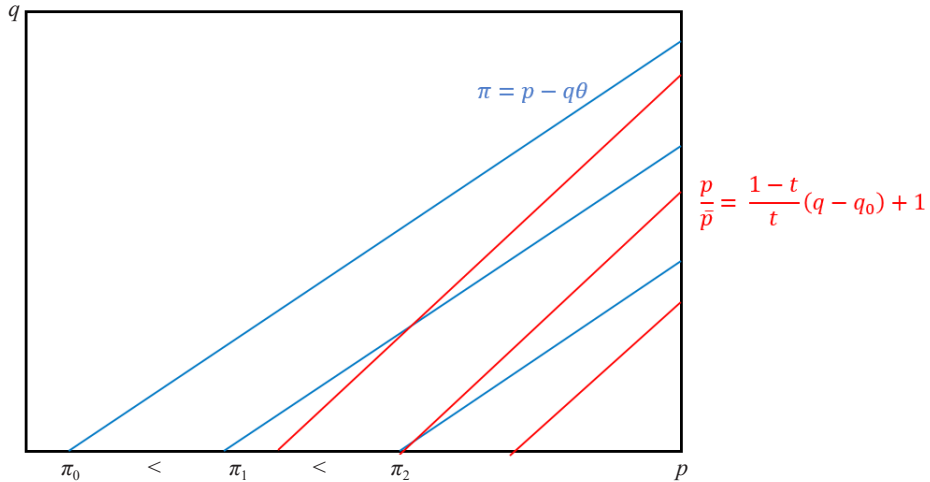
본 절에서는 기업들이 구사하는 균형 전략이 경매조건과 비용구조에 의해 어떤 영향을 받는지 살펴본다. 균형은 크게 세 가지 유형으로 나누어지며 어떤 유형의 균형이 나타나는지는 품질가중치 혹은 비용 조건에 따라 결정된다. 아래에서 제시되는 균형분석은 기업1의 입찰전략을 중심으로 진행될 것이다. (모든 입찰자들이 동일한 분포에서 비용 특성을 추출하고 대칭적인 균형 전략을 사용한다고 가정하므로, 이러한 분석은 일반성을 잃지 않는다는 점을 유의하라.)

4.1 품질경쟁 균형

먼저 모든 기업들이 최대금액인 \bar{p} 를 가격으로 제시하고 품질 q 만 θ 에 따라 다르게 입찰함으로써 경쟁하는 경우를 생각해 보자. 이 경우 각 기업들은 자신의 비용 특성 θ 에 따라 $(\bar{p}, q(\theta))$ 를 입찰할 것이다. 이 때 기업1이 이와 다른 전략 (p, q) 를 구사할 경우, 기업1의 기대이윤은 다음과 같이 주어진다:

$$(4.1) \quad \pi(p, q | \theta) = [p - q\theta] \Pr[t + (1-t)q \geq \max_{i \neq 1} t \frac{p}{\bar{p}} + (1-t)q(\theta_i)]$$

여기서 $p \leq \bar{p}$ 이므로 기업1의 가격이 최저가격이 되어, 기업1의 가격 점수는 1이 되고 타 기업 $i (\neq 1)$ 의 가격 점수는 p / \bar{p} 이 됨을 유의하라. 이때, $(\bar{p}, q(\theta))$ 가 균형으로 성립하기 위해서는 기업1의 입장에서 $(\bar{p}, q(\theta))$ 를 입찰하는 것이 기업들의 최적 전략, 즉 $\pi(p, q | \theta)$ 를 극대화하는 전략이 되어야만 한다. (즉, 더 낮은 가격을 입찰해 낙찰확률을 올리는 것이 불리한 선택이 되어야만 한다.) 이를 좀 더 직관적으로 표현하기 위해 아래와 같이 [그림 3]을 활용하자.

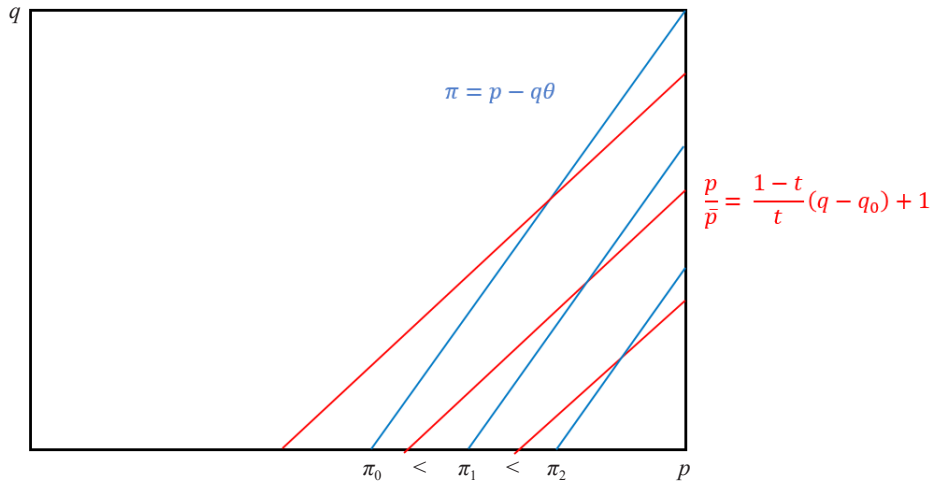


출처: 저자 작성.

〈그림 3〉 품질경쟁균형하에서의 등이윤선과 등점수선

파란색 선은 사후적인 이윤 $\Pi(p, q | \theta) = p - q\theta$ 이 일정한 값을 가지는 (p, q) 의 조합이며, 이를 ‘등이윤선’이라 부르자. 더 높은 등이윤선은 더 낮은 이윤에 해당한다. 빨간색 선은 확률 항 내부의 식—즉 $\Pr[\cdot]$ 에 들어가는 식—으로, 다른 기업의 전략이 $(\bar{p}, q(\theta))$ 으로 고정된 상태에서 기업1이 동일한 점수를 얻을 수 있는, 따라서 동일한 낙찰확률을 확보할 수 있는 (p, q) 들의 지점을 연결한 것이다. 이를 ‘등확률선’이라 부르자.

더 높은 등확률선은 더 높은 낙찰확률에 해당한다. 모수들인 \bar{p} , θ 와 t 의 크기에 따라 등확률선과 등이윤선의 기울기는 달라질 수 있으며, 이를 표현한 것이 위의 그림과 아래 그림이다.



출처: 저자 작성.

〈그림 4〉 품질경쟁균형이 성립하기 위한 조건

기업1의 기대이윤은 낙찰확률과 $\Pi(p, q|\theta)$ 의 곱으로 주어지므로, 동일한 낙찰확률을 가져다주는 (p, q) 조합들 중에서 $\Pi(p, q|\theta)$ 의 값을 가장 크게 하는, 즉 가장 낮은 곳에 위치한 등이윤선상에 있는 (p, q) 를 선택하여야 기대이윤을 극대화할 수 있다. 위의 두 그림 중 아래에 있는 그림에서처럼 등확률선(빨간색 실선)보다 등이윤선(파란색 실선)이 더 가파른 경우, 빨간색 선 위에서—즉 동일한 낙찰확률을 제공하는 입찰조합들 중에서—기업 1의 기대이윤을 극대화하는 지점은 가장 오른쪽 지점인 $p = \bar{p}$ 으로 주어지게 된다. 만약 두 그림 중 위의 그림과 같이 등이윤선과 등확률선의 기울기가 반대로 주어진다면 \bar{p} 는 기업 1의 기대이윤을 극대화하는 선택이 될 수 없다.

요약하자면, 다른 기업들의 전략이 $(\bar{p}, q(\theta))$ 로 주어졌을 때, 기업1도 최대금액 \bar{p} 를 입찰하는 것이 기대이윤을 극대화하는 전략이 되기 위해서는 빨간색 등확률선의 기울기보다 파란색 등이윤선의 기울기가 같거나 더 커야 한다: 즉, $1/\theta \geq t/(1-t)\bar{p}$ 이 성립하여야 한다. 이 부등식이 모든 $\theta \in [\theta_m, \theta_M]$ 에 대해 성립하여야 하므로 $\theta_M \leq (1-t)\bar{p}/t$ 이

만족되어야 한다. 아래 명제는 지금까지의 논의를 바탕으로 ‘품질경쟁균형’이 존재하기 위한 조건을 제시하고 균형 전략—특히 $q(\theta)$ —의 구체적인 형태를 제시한다.

명제 1. 대칭적 내쉬 균형에서 모든 기업이 $(\bar{p}, q(\theta))$ 의 형태로 입찰을 하기 위해서는 $\theta_M \leq \frac{(1-t)\bar{p}}{t}$ 이 만족되어야 한다. 이때, $q(\theta)$ 는 다음과 같이 주어진다:

$$(4.2) \quad q(\theta) = \bar{p} \left[\frac{1}{\theta} + \frac{1}{[1-F(\theta)]^{N-1}} \int_{\theta_M}^{\theta} \frac{[1-F(s)]^{N-1}}{s^2} ds \right]$$

여기서 $q(\theta)$ 는 감소함수이고, 이는 비용 특성이 낮은 기업일수록 더 높은 품질의 물품을 조달함을 의미한다. 아울러 N 이 증가할 때 $q(\theta)$ 가 증가하고, 이는 입찰자 수가 늘어날수록 품질경쟁이 심화됨을 의미한다.

증명) 모든 기업이 동일한 입찰전략을 구사하므로, 앞에서처럼 기업1을 중심으로 논의를 전개한다. 기업1을 제외한 경쟁기업들의 비용 특성이 $(\theta_2, \dots, \theta_N)$ 로 주어졌을 때 최고경쟁품질을 $q_{-1} = \max_{i \neq 1} q(\theta_i)$ 로 표기하자. 이때, 기업1이 (\bar{p}, q) 를 입찰한다면 이윤은 다음과 같이 주어진다:

$$(4.3) \quad \begin{aligned} \pi(p, q | \theta) &= [\bar{p} - q\theta] \Pr[t + (1-t)q \geq t + (1-t)q_{-1}] \\ &= [\bar{p} - q\theta] \Pr[q \geq q_{-1}] \end{aligned}$$

이제 실제로 θ 의 특성을 가진 기업1이 특성이 $\hat{\theta}$ 인 것처럼 입찰하는 경우를 생각해 보자. 이때 이윤함수는 다음과 같이 주어진다:

$$(4.4) \quad \begin{aligned} \bar{\Pi}(\hat{\theta}; \theta) \equiv \Pi(\bar{p}, q(\hat{\theta}) | \theta) &= [\bar{p} - q(\hat{\theta})\theta] \Pr[t + (1-t)q(\hat{\theta}) \geq t + (1-t)q_{-1}] \\ &= [\bar{p} - q(\hat{\theta})\theta] \Pr[q(\hat{\theta}) \geq q_{-1}] \end{aligned}$$

쉽게 관찰할 수 있는 한 가지 사실은, 대칭적 내쉬 균형에서는 비용이 낮은 기업일수록 높은 품질을 선택한다는 것이다: 즉, $q(\theta)$ 는 감소함수가 되어야 한다. 이 경우, 기업 1보다 높은 비용 특성을 가진 경쟁기업들(만)이 더 낮은 품질을 선택하게 될 것이고, 이에 따른 기업1의 낙찰확률은

$$(4.5) \quad \begin{aligned} \Pr[q(\hat{\theta}) \geq q_{-1}] &= \Pr[\hat{\theta} \leq \theta_i \text{ for all } i \neq 1] \\ &= \prod_{i=2}^N \Pr[\hat{\theta} \leq \theta_i] = [1 - F(\hat{\theta})]^{N-1} \end{aligned}$$

로 주어진다. 이를 위의 식 $\pi(\hat{\theta}; \theta)$ 에 대입한 후 얻어지는 식을 $\hat{\theta}$ 로 미분했을 때 $\hat{\theta} = \theta$ 에서 도함수의 값이 0이 되어야 한다:

$$(4.6) \quad \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \hat{\theta}} \pi(\hat{\theta}; \theta) &= [\bar{p} - q(\hat{\theta})\theta](N-1)[1 - F(\hat{\theta})]^{N-2}(-f(\hat{\theta})) \\ &\quad + [-q'(\hat{\theta})\theta][1 - F(\hat{\theta})]^{N-1} \Big|_{\hat{\theta}=\theta} = 0 \end{aligned}$$

이를 다시 쓰면,

$$(4.7) \quad \begin{aligned} q(\theta)(N-1)[1 - F(\theta)]^{N-2} f(\theta) - q'(\theta)[1 - F(\theta)]^{N-1} \\ = \frac{1}{\theta} \bar{p}(N-1)[1 - F(\theta)]^{N-2} f(\theta) \end{aligned}$$

이 되고, 이 미분방정식을 풀면 명제에 제시된 함수 $q(\theta)$ 를 얻을 수 있다. 증명 끝.

명제1의 조건을 살펴보면 $(1-t)\bar{p}/t$ 이 클수록 θ_M 이 작을수록 품질 경쟁균형이 나타남을 알 수 있다. 즉 최고가격 (혹은 예산가격) \bar{p} 가 높을수록, 가격가중치 t 가 낮을수록 혹은 한계비용 θ_M 이 낮을수록 입찰자들은 가격에 의한 경쟁보다는 품질에 의한 경쟁을 균형에서 선택하게 되고, 이는 직관적이라 볼 수 있다.

4.2 가격경쟁 균형

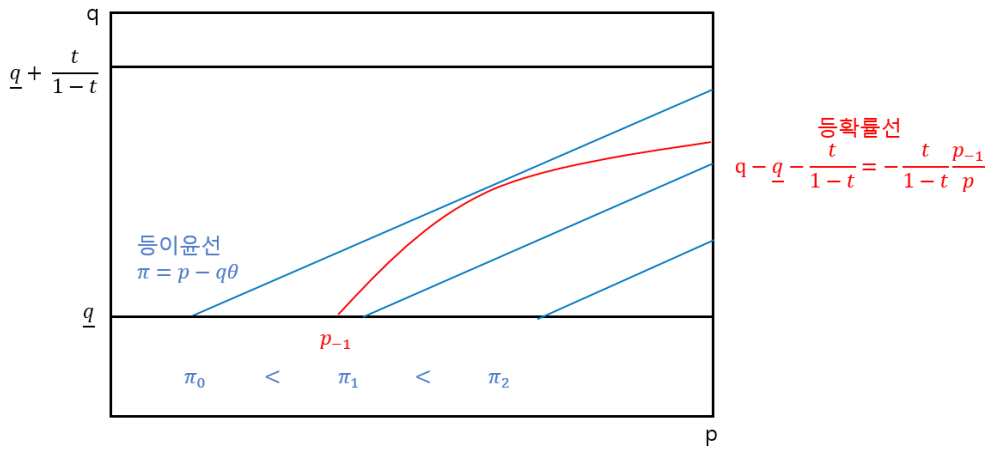
이제 모든 기업이 최소 품질인 q 를 입찰하고 가격으로만 경쟁하는 경우를 생각해 보자. 이 경우 기업들의 내쉬 균형 전략은 $(p(\theta), q)$ 형태로 서술된다. 이때 최소 품질을 입찰하는 것이 각 기업에게 최적의 선택이 되어야 한다.

앞에서처럼 기업1의 입장에서 입찰 결정을 살펴보자. 자신을 제외한 나머지 기업들이 $(p(\theta), q)$ 형태의 입찰을 할 때 이 기업들의 최저 입찰가를 p_{-1} 이라고 하자. 이때 비용 특성 θ 를 가진 기업1 역시 최저품질 q 를 선택하기 위해서는 여러 가지 입찰 결정

중 $(p(\theta), \underline{q})$ 가 이윤을 극대화하는 선택이어야만 한다. 이를 살펴보기 위해, 기업1이 직면한 경쟁자의 최저 입찰가가 p_{-1} 로 주어지고 품질이 \underline{q} 로 주어진 상황에서, 기업1이 최저입찰 경쟁자와 동일한 입찰점수(따라서 동일한 입찰확률)를 확보하기 위한 가격 및 품질의 조합 (p, q) 는 다음 등식을 만족하여야 한다:

$$(4.8) \quad t \frac{\min\{p, p_{-1}\}}{p_{-1}} + (1-t)\underline{q} = t \frac{\min\{p, p_{-1}\}}{p} + (1-t)q$$

여기서 q 는 \underline{q} 보다 작아질 수 없으므로 p 는 p_{-1} 보다 낮아질 수 없다. 즉, $\min\{p, p_{-1}\} = p_{-1}$ 이 되고 이를 이용하면 등식은 $t + (1-t)\underline{q} = t(p_{-1}/p) + (1-t)q$ 로 단순화되며 아래 그림의 빨간색 곡선과 같은 형태를 취한다:

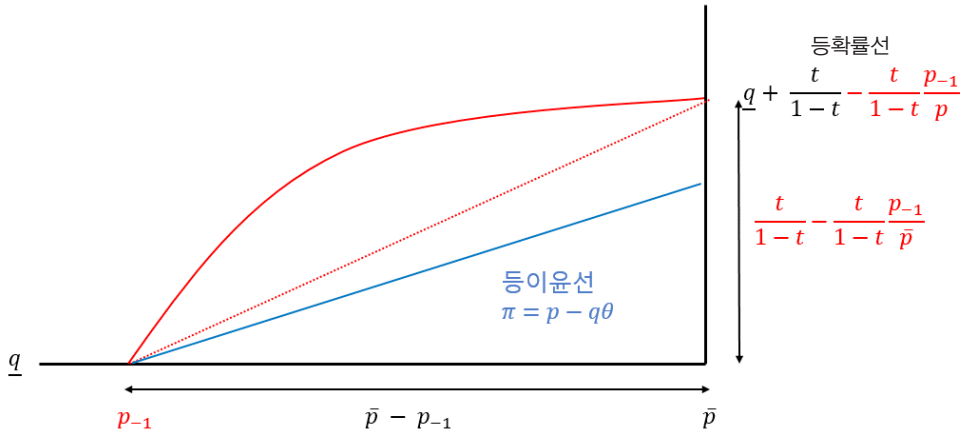


출처: 저자 작성.

〈그림 5〉 가격경쟁균형하에서의 등이윤선과 등점수선

다시 말해, 기업1이 빨간색 곡선상의 있는 임의의 (p, q) 조합을 입찰한다면, p_{-1} 와 같거나 그 이상의 입찰을 하는 경쟁자들을 상대로 낙찰자가 될 수 있다. 따라서 이 곡선은 앞 절에서 살펴본 바와 같은 ‘등확률곡선’에 해당한다. 등이윤선은 앞 절에서처럼 $p - q\theta$ 가 동일한 값을 가지는 (p, q) 의 조합에 해당하며 위 그림의 파란색 직선과 같은 형태를 취한다.

기업1이 다른 기업과 마찬가지로 $(p(\theta), q)$ 조합을 선택함으로써 이윤을 극대화하기 위해서는 아래 [그림 6]에서와 같이 등확률곡선의 양 끝점을 잇는 빨간색 점선보다, (q, p_{-1}) 에서 출발한 등이윤선이 아래쪽에 위치하여야 한다.



출처: 저자 작성.

〈그림 6〉 가격경쟁균형이 성립하기 위한 조건

즉, 빨간색 점선의 기울기가 등이윤선의 기울기보다 더 작거나 같아야 한다. 이 조건은 $[(t/(1-t))(1-p_{-1}/\bar{p})] / \bar{p} - p_{-1} = (t/(1-t))(1/\bar{p}) \geq 1/\theta$ 로 쓸 수 있고, 이 부등호가 모든 $\theta \in [\theta_m, \theta_M]$ 에 대해 성립하여야 하므로 $\theta_m \geq (1-t)\bar{p}/t$ 가 만족되어야 한다. 아래 명제는 지금까지의 논의를 바탕으로 ‘가격경쟁균형’이 존재하기 위한 조건을 제시하고 균형 전략, 특히 $p(\theta)$ 의 구체적인 형태를 제시한다.

명제 2. 대칭적 내쉬 균형에서 모든 기업은 $(p(\theta), q)$ 의 형태로 입찰하기 위해서는 $\theta_m \geq \frac{(1-t)\bar{p}}{t}$ 이 만족되어야 한다. 이때, $p(\theta)$ 는 다음과 같이 주어진다:

$$(4.9) \quad p(\theta) = q\theta - \frac{1}{[1-F(\theta)]^{N-1}} \int_{\theta_m}^{\theta} (1-F(s))^{N-1} ds$$

여기서 $p(\theta)$ 는 감소함수이고, 이는 비용 특성이 낮은 기업일수록 더 낮은 입찰가를 제시함을 의미한다. 아울러 N 이 증가할 때 $p(\theta)$ 이 감소하고, 이는 입찰자 수가 늘어날

수록 가격경쟁이 심화됨을 의미한다.

증명) 모든 기업이 동일한 입찰전략을 구사하므로, 앞에서처럼 기업1을 중심으로 논의를 전개한다. 기업1을 제외한 경쟁기업들의 비용 특성이 $(\theta_2, \dots, \theta_N)$ 로 주어졌을 때, 최소경쟁 입찰가를 $p_{-1} = \min_{i \neq 1} q(\theta_i)$ 로 표기하자. 이때, 기업1이 (p, q) 를 입찰한다면 이윤은 다음과 같이 주어진다:

$$(4.10) \quad \pi(p, q | \theta) = [p - q\theta] \Pr\left[t \frac{p_{-1}}{p} + (1-t)q \geq t + (1-t)q\right] = [\bar{p} - q\theta] / \Pr[p \leq p_{-1}]$$

이제 실제로 θ 의 특성을 가진 기업1이 특성이 $\hat{\theta}$ 인 것처럼 입찰하는 경우를 생각해 보자. 기업1의 이윤은

$$(4.11) \quad \bar{\pi}(\hat{\theta}; \theta) \equiv \pi(p(\hat{\theta}), q | \theta) = [p(\hat{\theta}) - q\theta] \Pr[p(\hat{\theta}) \leq p_{-1}]$$

쉽게 관찰할 수 있는 한 가지 사실은, 대칭 내쉬 균형에서는 비용이 낮은 기업일수록 낮은 입찰가를 선택한다는 것이다: 즉, $p(\theta)$ 는 증가함수가 되어야 한다. 이 경우, 기업 1보다 높은 비용 특성을 가진 경쟁기업들(만)이 더 높은 가격을 선택하게 될 것이고, 이에 따른 기업1의 낙찰확률은

$$(4.12) \quad \begin{aligned} \Pr[p(\hat{\theta}) \geq p_{-1}] &= \Pr[\hat{\theta} \leq \theta_i \text{ for all } i \neq 1] \\ &= \prod_{i=2}^N \Pr[\hat{\theta} \leq \theta_i] = [1 - F(\hat{\theta})]^{N-1} \end{aligned}$$

로 주어진다. 이를 위의 식 $-\pi(\hat{\theta}; \theta)$ 에 대입한 후 얻어지는 식을 $\hat{\theta}$ 로 미분했을 때 $\hat{\theta} = \theta$ 에서 도함수의 값이 0이 되어야 한다:

$$(4.13) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \bar{\pi}(\hat{\theta}; \theta)}{\partial \hat{\theta}} &= p'(\hat{\theta})(1 - F(\hat{\theta}))^{N-1} \\ &+ [p(\hat{\theta}) - q\theta](N-1)(1 - F(\hat{\theta}))^{N-2} (-f(\hat{\theta})) \Big|_{\hat{\theta}=\theta} = 0 \end{aligned}$$

이를 다시 쓰면,

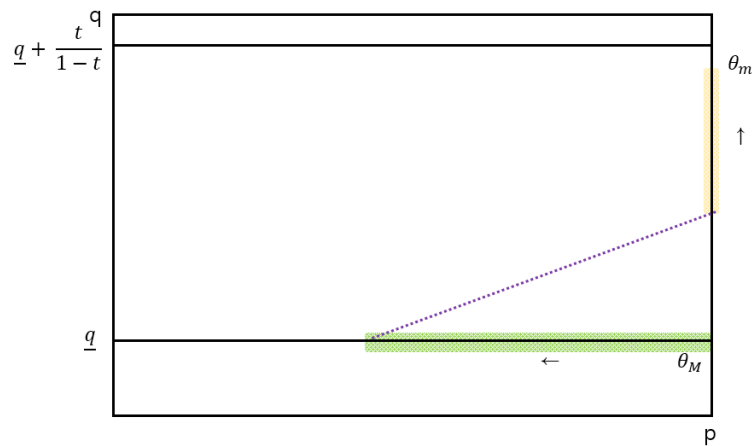
$$(4.14) \quad \begin{aligned} & p'(\theta)(1-F(\theta))^{N-1} + p(\theta)(N-1)(1-F(\theta))^{N-2}(-f(\theta)) \\ & = -\underline{q}\theta(N-1)(1-F(\theta))^{N-2}f(\theta) \end{aligned}$$

이 되고, 이 미분방정식을 풀면 명제에 제시된 함수 $p(\theta)$ 를 얻을 수 있다. 증명 끝.

명제2의 조건인 $\theta_m \geq (1-t)\bar{p}/t$ 은 최고가격 (혹은 예산가격) \bar{p} 가 낮을수록, 가격이 중치 t 가 높을수록 혹은 한계비용 θ_M 이 높을수록 입찰자들은 품질에 의한 경쟁보다는 가격에 의한 경쟁을 균형에서 선택하고 있음을 보여주고 있으며 이는 명제1과 대비된다.

4.3 품질 및 가격경쟁 균형

앞의 절에서 $\theta_M \leq (1-t)\bar{p}/t$ 혹은 $\theta_m \geq (1-t)\bar{p}/t$ 이 성립할 경우, 모든 기업들이 품질 혹은 가격을 통해서만 경쟁함을 알 수 있었다. 즉 $(1-t)\bar{p}/t$ 을 경계로 비용특성이 이보다 작을 경우 $(\bar{p}, q(\theta))$ 을 입찰함으로써 경쟁을 하고, 이보다 클 경우 $(p(\theta), \underline{q})$ 을 입찰함으로써 경쟁을 하였다. 이를 바탕으로 추론할 때, $\theta_m < (1-t)\bar{p}/t < \theta_M$ 인 경우에는, 비용 특성이 구간 $[\theta_m, (1-t)\bar{p}/t)$ 에 속한 입찰자는 $(\bar{p}, q(\theta))$ 를 입찰하고, 구간 $((1-t)\bar{p}/t, \theta_M]$ 에 속한 입찰자는 $(p(\theta), \underline{q})$ 를 입찰하는 균형을 생각해 볼 수 있다. 이 균형은 다음 그림의 노란색 선과 초록색 선과 같이 표현될 수 있다.



출처: 저자 작성.

〈그림 7〉 품질경쟁과 가격경쟁이 동시에 일어나는 균형

초록색 수평선 아래쪽의 화살표는 비용 특성 θ 가 θ_M 으로부터 시작하여 $(1-t)\bar{p}/t$ 을 향하여 감소할 때 균형가격이 초록색 선을 따라 감소함을 의미하고, 노란색 수직선 오른쪽의 화살표는 비용 특성 θ 가 $(1-t)\bar{p}/t$ 밑으로 떨어져 θ_m 을 향하여 감소할 때 균형 품질이 노란색 선을 따라 증가함을 의미한다. 즉 임계값 $(1-t)\bar{p}/t$ 을 기준으로 비용 특성이 낮은 기업들은 높은 가격을 입찰하는 대신 품질로서 경쟁하고, 임계값보다 비용 특성이 높은 기업들은 낮은 품질을 입찰하는 대신 가격으로 경쟁하는 양상을 보인다. 다음 명제는 이러한 균형이 존재함을 보여주고 균형에서 $p(\theta)$ 와 $q(\theta)$ 가 취하는 구체적인 형태를 제시한다. 이 명제는 명제1과 명제2를 도출하기 위한 논의 및 증명을 결합하여 증명할 수 있으므로 증명은 생략한다.⁽⁷⁾

명제 3. $\theta_m < \frac{(1-t)\bar{p}}{t} < \theta_M$ 인 경우, 비용 특성이 $\theta \in (\frac{(1-t)\bar{p}}{t}, \theta_M]$ 인 기업은 $(p(\theta), \underline{q})$ 형태로 입찰을 하고, 비용 특성이 $\theta \in [\theta_m, \frac{(1-t)\bar{p}}{t})$ 인 기업은 $(\bar{p}, q(\theta))$ 형태로 입찰을 하는 균형이 존재한다. 이때 $p(\theta)$ 와 $q(\theta)$ 는 다음과 같이 주어진다: $\theta_p \equiv \frac{(1-t)\bar{p}}{t}$ 라고 하면,

$$(4.15) \quad p(\theta) = \underline{q}\theta - \frac{1}{[1-F(\theta)]^{N-1}} \int_{\theta_M}^{\theta} (1-F(s))^{N-1} ds \text{ for } \theta \in (\theta_p, \theta_M]$$

$$(4.16) \quad q(\theta) = \frac{\bar{p}}{\theta} + \frac{1}{[1-F(\theta)]^{N-1}} \frac{1}{\theta_p} \int_{\theta_M}^{\theta_p} [1-F(s)]^{N-1} ds \\ + \frac{\bar{p}}{[1-F(\theta)]^{N-1}} \int_{\theta_p}^{\theta} \frac{[1-F(s)]^{N-1}}{s^2} ds \text{ for } \theta \in [\theta_p, \theta_M]$$

이때, $p(\theta)$ 는 증가함수이고 $q(\theta)$ 는 감소함수이다. 아울러 N 이 증가할 때, $p(\theta)$ 는 감소하고 $q(\theta)$ 는 증가한다.

(7) 여기서 θ_p 는 $(\bar{p}, q(\theta_p))$ 를 입찰하는 전략(즉, 품질경쟁을 하는 전략)과 $(p(\theta_p), \underline{q})$ 를 입찰하는 전략(즉, 가격경쟁을 하는 전략) 사이에서 무차별하다. 이를 이용하여, θ_p 보다 비용이 낮은 타입은 품질경쟁, 높은 타입은 가격경쟁을 하는 것이 최적이라는 것은 쉽게 확인할 수 있다.

5. 결론

본 연구는 상호의존적 점수제 경매의 분석을 시도한 최초의 연구라 할 수 있다. 분석결과는 기저모수(underlying parameter)에 따라 여러 유형의 균형이 나타날 수 있음을 보여주고 있다. 특히 이들 균형 중에는 모든 입찰자들이 예정가격을 입찰하고 품질을 통해서만 경쟁하는 균형이 포함되어 있다. 이 균형은 실제 우리나라의 툰키방식 조달경매에서 나타난 경쟁 양상과 일치하는 측면이 있다. 이러한 일치가 본 논문의 이론적 분석에서 나타난 바와 같은 입찰 유인으로 인한 것인지 아니면 다른 이유가 있는 것인지 밝히기 위해서는, 실제 조달경매 데이터를 이용한 실증연구가 필요할 것이다.

김진우

서울대학교 경제학부 교수

151-746 서울 관악구 관악로 1

전화: 02-880-6448

E-mail: jikim72@snu.ac.kr

참고문헌

- Asker, J., and Cantilon, E. (2008), “Properties of Scoring Auctions,” *RAND Journal of Economics*, **39**, 69-85.
- Che, Y. K. (1993), “Design Competition through Multidimensional Auctions,” *RAND Journal of Economics*, **24**, 668-680.
- Dastidar, K. G. (2014), “Scoring Auctions with Non-quasilinear Scoring Rules,” *ISER Discussion Paper*, Institute of Social and Economic Research, Osaka University.
- Hanazono, M., Hirose, Y., Nakabayashi, J., and Tsuruoka, M. (2020), “Theory, Identification, and Estimation for Scoring Auctions,” Unpublished paper. *ISER*, Osaka University, Japan.
- Krasnokutskaya, E., Song, K., and Tang, X. (2020), “The Role of Quality in Internet Service Markets,” *Journal of Political Economy*, **128**, 75-117.
- Stilger, P. S., Siderius, J., & Raaij, E. M. V. (2017), “A Comparative Study of Formulas for Choosing the Economically Most Advantageous Tender,” *Journal of Public Procurement*, **17(1)**, 89-125.

Abstract**Procurement Auctions with Interdependent Scoring Rule**

Jinwoo Kim

The current paper studies the theoretical properties of multi-attribute procurement auctions with interdependent scoring rule often used in the turn key contracts by Korean government. The analysis shows that there arises a variety of equilibrium bidding behavior depending on the underlying parameters in which: all bidders compete with quality bids while fixing their price; all bidders compete with price bids while fixing their quality; or bidders compete with both quality and price bids.

Keyword: Procurement auctions, scoring auctions, interdependent scoring rule, quality competition, price competition