事前的 情報와 事後的 情報

金　善　九

본 논문은, 주인-대리인의 논리 구도 속에서, 동질의 정보를 상이한 시점에 제공하는 정보 시스템들 간의 효율성을 비교하고자 한다. 본 고는 주인이 사전적 정보 체계하에서 정보를 접한 후 그 정보를 선택적으로 공개할 수 있다 하더라도, 주인은 항상 사후적 정보 체계를 사전적 정보 체계보다 선호함을 보여준다.

1. 導　入

道德的 解弛 問題(moral hazard problem)는 지난 20년 간 정보 경제학의 가장 중요한 주제 중의 하나였다. 도덕적 해이 문제는 대리인의 행동을 주인이 관찰할 수 없기 때문에 대리인의 행동에 따른 적절한 보상 계약을 고안할 수 없다는 점에서 출발한다. 그러나 실제로는 대리인의 숨겨진 행동과 불완전하게나마 연관되어 있는 몇몇 변수들이 존재하기 때문에, 주인이 그러한 변수들을 잘 활용하기만 한다면, 대리인의 의사결정을 통제하기 위한 적절한 유인 계약을 고안할 수 있다. 이 때 그러한 변수들을 생성해내는 체계를 바로 情報 體系라 한다.

이 분야에서 이루어진 대부분의 연구[(1)]가 단지 정보 체계가 주어졌다고 가정한 후 다양한 상황 속에서 최적 유인 계약의 특징을 밝히는 데 초점을 맞추고 있는 반면, 대리인 모형을 이해하는 데 있어 그러한 유인 계약에 대한 연구만큼이나 중요한 정보 체계의 효율성에 대한 논문은 극히 소수이다. 예를 들어 Holmstrom(1979)과 Shavell(1979) 논문의 informativeness criterion은, 두 개의 무료 정보 체계 사이에서 어느 한 가지가 대리인의 의사결정에 조금이라도 추가적인 정보를 제공한다면, 주인은 항상 그 정보 체계를 선호함을 밝혔다. 이 때 유용한 정보를 제공한다는 것(informativeness)는 충분통계량이라는 관점에서 정의된다. Gjesdal(1982)과 Grossman and Hart(1983)은 情報 效率性이라는 Blackwell의 개념을 대리인 모형에 적용하였고, 두 개의 정보 체계가 Blackwell의 情報 充分 條件(Blackwell's information sufficiency condition)을 만족한다면 효율성에 의하여 정보 체계의 순위를 부여할

---

(1) Ross(1973), Mirrlees(1974), Harris and Raviv(1979), Holmstrom(1979, 1982) 그리고 Grossman and Hart(1983)을 참고하라.

수 있음을 보였다. 최근 Kim(1995)은 Blackwell의 정보 충분 조건은 대리인 모형에서 정보 체계의 순위를 부여하는 데 있어 지나치게 제한적인 조건임을 보이고 좀더 완화된 조건을 제시하였다. 즉 만약 어느 정보 체계의 우도비 분포(likelihood ratio distribution)가 다른 정보 체계 우도비 분포의 평균보존퍼짐(mean preserving spread)이라면, 대리인 모형에서 전자의 정보 체계가 좀더 효율적임을 밝혔다.

그러나 앞서 언급한 논문들은 다른 내용의 정보를 제공하는 정보 체계들을 비교함으로써 대리인 모형에서의 정보 체계의 효율성에 대해서 접근하고 있다. 정보의 효율성은 대리인의 행동에 대해 얼마나 많은 것을 알려줄 수 있는가에 영향을 받을 뿐만 아니라 그것이 언제 정보를 제공하는가에도 영향을 받는다. 이러함에도 불구하고 사실 대리인 모형에서 정보가 제공되는 시점과 관련하여 정보 체계의 효율성을 논의한 연구는 거의 전무한 형편이다. 본 논문은 동일한 정보를 포함하고 있으나 공개되는 시점이 다른 정보 체계들을 비교함으로써 정보 체계의 효율성에 대해서 다루고자 한다.

만약 대리인이 사전적으로 알게 된다면 그 자신의 행동을 바꾸도록 만드는 확률변수가 있다고 하자. 아울러 사전적 정보 체계와 사후적 정보 체계, 두 가지 정보 체계가 존재한다고 하자. 事後的 情報 體系는 대리인이 행동한 후에 주인과 대리인이 동시에 확률 변수를 관찰하게 되는 체계를 의미한다. 반면에 事前的 情報 體系는 주인은 대리인이 행동하기 전에 그 확률 변수를 관찰하고, 대리인은 행동을 하고 난 후에 그 확률 변수를 관찰할 수 있는 체계를 의미한다.[(2)]

먼저 사전적 정보 체계에서 대리인이 행동을 취하기 전에 주인은 확률 변수에 관한 정보를 항상 밝혀야만 한다고 가정하자.[(3)] 그렇다면 주인은 실현된 확률 변수에 따라 대리인이 좀더 나은 행동을 취하도록 유도하기 위해 정보를 활용할 수 있다. 그러나 이러한 경우에 주인은 어떠한 실현 가능한 확률 변수에 대해서도 대리인에게 충분한 유인을 제공할 수 있는 유인계약을 설계하여야 하는데, 사실 이러한 사전적 정보 체계에서의 유인계약을 설계하는 것은 사후적 정보 체계에서 기대를 바탕으로 한 유인계약을 설계 하는 것보다 더욱 어렵다. 그러므로 사전적 정보 체계와 사후적 정보 체계 사이에는 상충 관계가 존재한다고 할

(2) 또는 주인이 정보 서비스를 구매할 수 있는 상황을 고려해보자. 만약 주인이 정보 서비스를 구매한다면(사전적 정보 체계), 대리인이 행동을 취하기 전에 주인은 정보 서비스로부터 확률 변수에 대한 정보를 얻을 수 있다. 그러나 만약 주인이 정보 서비스를 구매할 수 없다면(사후적 정보 체계), 대리인이 행동을 취한 후에 주인과 대리인이 동시에 동일한 정보를 공개적으로 얻을 수 있다.

(3) 이것은 대리인이 행동을 취하기 전에 제삼자(외부 감사인)에 의하여 사전적인 정보가 공개되는 경우와 같다.

것이다. 이 논문에서는 사전적 정보 체계의 부정적인 효과가 긍정적인 효과를 압도하게 되고 그럼으로써 주인은 분명하게 사전적 정보 체계보다는 사후적 정보 체계를 선호하게 됨을 확인할 수 있다.

두 번째로 좀 더 현실적으로 사전적 정보 체계에서 주인만이 확률 변수를 관찰한 뒤 주인이 정보를 공개할지 말지를 결정할 수 있다고 가정하자. 주인이 확률 변수와 관련한 정보를 가지고 있다는 사실을 대리인이 알수 없다면, 주인은 확률 변수가 특정 구간에서 실현되었을 때에는 정보를 공개하고 그렇지 않다면 정보를 그냥 감추려 할 것이다. 그러나 대리인은 주인이 활용하고 있는 정보 체계를 관찰할 수 있다고 가정하자. 이를 통해 주인이 선택적으로 정보를 공개하는 전략을 구사할 것이라는 점을 대리인이 정확하게 예측하고 있다면 비록 주인이 확률 변수를 관찰한 후 정보를 선택적으로 제공하는 것이 가능하더라도, 주인의 균형 전략은 항상 정보를 공개하는 것이 된다. 그러므로 이러한 경우조차도 주인은 사전적 정보 체계를 선택하지 않는다.

이 논문과 밀접한 관련이 있는 논문들로는 Maskin and Tirole(1990, 1992)과 Beaudry(1994) 등을 꼽을 수 있다. Maskin and Tirole(1990, 1992)은 주인-대리인 관계에 영향을 미칠만한 공통적 혹은 개인적 가치에 관한 정보를 주인이 배타적으로 보유하고 있는 경우와 관련된 최적 계약의 특징들에 대해서 다루고 있다. 그러나 Maskin and Tirole(1990, 1992)의 논문은 대리인 측면에서의 도덕적 해이는 고려하지 않았다는 점에서 한계를 갖는다. Beaudry(1994)는 주인-대리인 관계를 결정하는 확률 변수에 대한 사적 정보를 주인이 가지고 있을 때의 도덕적 해이 문제를 고찰하고 있다. 그러나 Beaudry는 주인의 신호에 기초하여 최적 계약 설계하는 데에만 중점을 두었다. 이전까지의 연구에서는 정보가 다른 시기에 제공되는 상이한 정보 체계 사이의 효율성에 대해서는 고려된 바가 전무한 실정이다.

이 논문은 다음과 같이 전개된다. 2장에서는 모형의 기본적인 구조를 세우게 된다. 3장에서는 사후적 정보 체계가 채택될 때 최적 계약의 특징들을 살펴보고 그 때의 후생적 함의에 대하여 논의한다. 4장에서는 마찬가지 방식으로 사전적 정보 체계가 채택될 때 최적 계약의 특징과 그 때의 후생적 함의에 대하여 논의한 후, 사전적 정보 체계와 사후적 정보 체계, 두 정보 체계의 효율성을 비교한다. 5장은 결론을 요약하고 부록에서는 이 논문에서 사용된 명제와 보조 정리의 증명을 제시한다.

2. 基本 模型

여기서는 위험 기피적 대리인이 $a \in [0, \infty)$라고 표현되는 노력을 기울여 위험 중립적인 주

인을 위해 일하는 1기간 주인-대리인 모형을 고려한다. 성과물 $x \in [\underline{x}, \bar{x}]$(4)는 대리인의 노력뿐 아니라 自然狀況(the state of nature), θ에 의해서도 영향을 받으며(즉 $x = X(a, \theta)$), 기말에 공개된다. 생산함수 $X(a, \theta)$는 가산적으로 분리 가능하다(additively separable)고 하자. 그럼으로써 일반성의 상실없이 생산함수 $X(a, \theta)$는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$X(a, \theta) = a + \theta. \tag{2.1}$$

θ를 배제시키기 위하여 대리인의 노력 a가 주어졌을 때 성과물의 확률 밀도 함수를 $f(x|a)$라고 표현하고 이 함수는 a에 대해서 두 번 미분가능하다고 가정하자.(5) x가 실현된 뒤에 주인은 금전적인 보상 s를 대리인에게 지급한다. 대리인 역시 가산적으로 분리 가능한 효용함수를 가지며 이는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$U(s, t, a) = u(s + t) - v(a), \tag{2.2}$$

이 때 $u(\cdot)$는 $u' > 0$, $u'' < 0$으로, 대리인의 부에 대한 효용을 의미하고, $v(\cdot)$는, $v' > 0$, $v'' < 0$이며, a라는 노력을 기울임으로써 발생하는 비효용을 의미한다. 위의 등식에서 $t \in [\underline{t}, \bar{t}]$는 부차적인 이득, 승진, 복지혜택, 작업환경 등등의 대리인이 주인에게서 받는 非金錢的인 利得을 포괄한다. 여기서 비금전적 이득은 확률적으로 주어지며 주인과 대리인이 임금계약을 체결하기 전까지는 결정되지 않는다고 가정하자. 그러므로 주인과 대리인은 임금 계약을 맺을 당시에는 실제의 t값을 알 수 없다.

그러나 1기간이 시작할 때 주인은 t와 관련하여 사전적 정보 체계와 사후적 정보 체계의 두 가지 상이한 정보 체계 중 하나를 채택할 수 있다. 사후적 정보 체계 하에서는 주인이나 대리인 모두 대리인이 노력 수준 a를 선택한 후에 t의 실제치를 관찰할 수 있다. 반면에 사전적 정보 체계하에서는 대리인이 노력수준 a를 선택하기 전에 주인은 이미 t를 관찰할 수 있는 반면 대리인은 노력수준 a를 선택한 후에야 t를 관찰할 수 있다. 여기서 주인이 어떤 정보 체계를 선택하였는지는 대리인도 알고 있다고 가정하자.

여기서 제기되는 관심 사항은, 주인이 어떠한 정보 체계를 채택할 것인가? 혹은 주인이 사전적으로 정보를 제공받기 위해 추가적으로 돈을 지불할 의사가 있는가? 또 만약 주인이

(4) $\underline{x}$는 음의 무한대가 될 수 있고 $\bar{x}$는 양의 무한대 값을 가질 수 있다.

(5) (2.1)로부터 $f(x|a)$가 전형적인 MLRP(Monotone Likelihood Ratio Property) 조건을 만족시킴을 쉽게 보일 수 있다.

사전적 정보 체계를 활용하여 대리인이 노력수준 a를 결정하기 전에 t를 관찰했을 때, 주인은 그것을 공개해야 하는가 아닌가? 등으로 압축된다.

3. 事後的 情報

사후적 정보 체계에서는 주인과 대리인 모두 1기 말에 정보를 관찰할 수 있기 때문에 대리인의 비금전적 이득 t는 계약상의 변수로 활용될 수 있다. 즉 대리인의 임금 계약 s는 x와 t에 의존하므로 s는 $s = s(x, t)$로 나타낼 수 있다. 그러나 t는 대리인이 노력 수준 a를 선택한 후에만 관찰이 가능하기 때문에, $s(x, t)$를 통해서 유도되는 대리인의 노력 수준 a는 t가 다르게 실현되더라도 항상 일정하여야 한다. 이상을 고려하면 주인의 효용극대화문제는 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&\underset{a,\, s(x,t)}{Max} \quad SW \equiv \int_t \int_x [x - s(x, t)] f(x|a) h(t) dxdt \\
&\qquad\qquad + \lambda\Big[\int_t \int_x u(s(x, t) + t) f(x|a) h(t) dxdt - v(a)\Big] \\
&\qquad s.t. \\
&\qquad \text{(i) } a \in argmax \int_t \int_x u(s(x, t) + t) f(x|a') h(t) dxdt - v(a'), \quad \forall\, a' \\
&\qquad \text{(ii) } s(x, t) \geq k, \quad \forall\, (x, t),
\end{aligned}
$$

이 때 $h(t)$는 t의 확률밀도함수이며 λ는 결합 극대화(joint maximization)에서의 대리인 효용에 대한 가중치를 의미한다. 위의 문제에서 주인은, 대리인이 주어진 계약하에서 대리인 자신의 효용을 극대화하는 노력 수준을 선택한다고 전제하고, 그에 따른 주인과 대리인의 총효용을 극대화한다고 가정한다.(6) 첫 번째 제약조건은 대리인의 유인에 관한 제약으로, 이것은 t가 실현되기 전에 대리인이 자신의 노력을 최적화한다는 것을 의미한다. 또한 두 번째 제약식은 대리인의 有限 責任(limited liability)을 의미하는 것으로, 이것은 주인이 적어도 대리인의 생존 수준의 금전적인 보상 k는 보장해야 한다는 것을 의미한다. 뒤에서 자세히 언급하겠지만, 대리인에 대한 유한 책임 제약이 이 논문의 분석에서 결정적인 역할을 한다.

1계도 접근(the first-order approach)이 유효하다고 가정하면, 위의 극대화 문제는 다음과 같이 압축된다.(7)

(6) 이 문제는 대리인이 자신이 받을 유보 효용을 최적화한다는 제약하에서 주인이 주인 자신의 효용을 극대화하는 것과 동일하다.

(7) Grossman and Hart(1983)과 Rogerson(1985)는 신호 공간(signal space)이 1차원일 때 MLRP와

$$\begin{array}{ll} \underset{a,\, s(x,t)}{Max} & SW \equiv \int_t \int_x [x - s(x,t)] f(x|a)h(t)dxdt \\ & \quad + \lambda[\int_t \int_x u(s(x,t)+t) f(x|a)h(t)dxdt - v(a)] \\ & s.t. \\ & \text{(i)} \int_t \int_x u(s(x,t)+t) f_a(x|a)h(t)dxdt - v'(a) = 0, \\ & \text{(ii)}\ s(x,t) \geq k, \quad \forall\ (x,t), \end{array}$$

이 때 f_a는 a에 대한 f의 1계도 함수를 의미한다.

$(a^o, s^o(x,t))$를 위 문제의 최적해라고 하자. 위 문제의 오일러 방정식을 풀면, 최적 계약 $s^0(x,t)$가 유보 임금 수준 k보다 크거나 같은 해를 갖는 경우(즉 $s^0(x,t) \geq k$)에는 다음의 식 (3.1)을 만족하게 되고, 그렇지 않은 경우는 최적 계약 $s^0(x,t)$가 항상 k(즉 $s^0(x,t) = k$)임을 알 수 있다.

$$\frac{1}{u'(s^o(x,t)+t)} = \lambda + \mu^o \frac{f_a}{f}(x|a^o) \equiv z(x|a^o), \tag{3.1}$$

위의 방정식에서 μ^o는 대리인의 유인 제약식의 최적화된 라그랑지 승수를 의미한다. 식 (3.1)로부터 다음의 식 (3.2)를 얻을 수 있다.

$$s^o(x,t) = \begin{cases} u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t, & \text{if } u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t \geq k \\ k & \text{otherwise,} \end{cases} \tag{3.2}$$

나아가 식 (3.2)를 통해 다음의 보조정리가 도출된다.

補助定理 1: 만약 주어진 t에 대하여 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t > k$이면, $s^o(x, t+d) = s^o(x,t) - d$이고 동시에

CDFC(Convexity of the Distribution Function Condition)가 1계도 접근법에 대한 충분 조건임을 밝혔다. Jewitt(1988)은 1계도 접근의 유효성에 대한 좀 더 완화된 제약 조건을 찾았는데 이것은 대리인의 위험 선호 경향과 신호의 분포 함수 모두에 바탕을 두고 있다. 그는 일반적으로 잘 알려진 많은 분포 함수들이 자신의 조건을 만족하고 있음을 보였다. 최근에 Sinclair-Desgagne(1994)는 다차원으로 일반화된 MLRP와 CDFC가, 신호 공간이 다차원일 때 1계도 접근의 유효성에 대한 충분 조건임을 보였다.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_x u(s^o(x,\,t)+t)f_a(x|a^o)dx=0$$

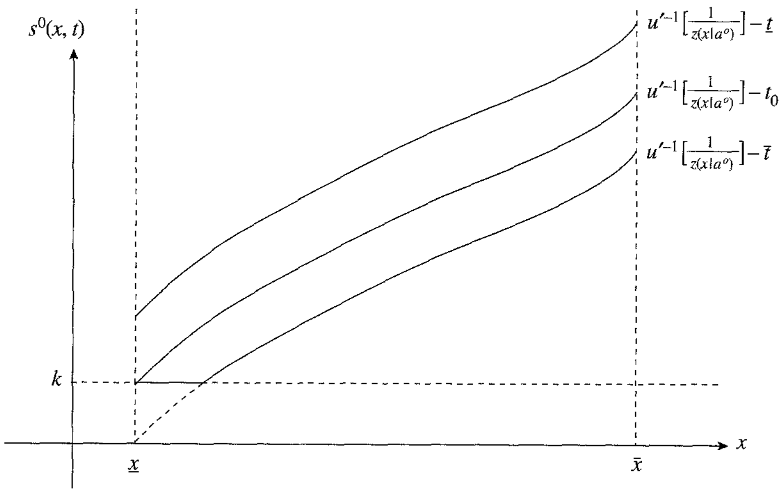
가 성립하며 이때 d는 매우 작은 값을 의미한다.

한편 만약 주어진 t에 대하여 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}]-t<k$이면,

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_x u(s^o(x,\,t)+t)f_a(x|a^o)dx<0$$

이 성립한다.

〈그림 1〉은 補助定理 1을 설명하고 있다. 사후적 정보 체계에서는 앞선 극대화 문제에서 보인 바와 같이 대리인은 비금전적 이득 t를 고려한 기대효용에 근거해서 자신의 노력 수준을 결정한다. 그러므로 대리인이 t에 대한 기대에 기반한 특정 노력 수준을 선택하도록 유도하기 위해서, 주인은 임금 계약 $s(x,\,t)$를 설계할 때 각기 다르게 실현되는 t값에 대하여 실현될 때 어떻게 유인을 배분할 것인가를 고려하여야 한다. $\int_x u(s(x,\,t)+t)f_a(x|a)dx$이 $s(x,\,t)$를 통해서 t에 귀착되는 유인의 양을 의미한다. 식 (3.2)에서 나타난 것처럼 만약 모든 t에 대하여 대리인의 유한 책임 제약이 최적 임금 계약 $s^0(x,\,t)$에 제약식으로서의 구속력을 발휘하지 않



〈그림 1〉

(8) $s^0(x,\,t)$가 x에 대한 증가함수이다.

다면 즉 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}]-t>k$라면,(8) 주인은 t의 변화에 대응해서 임금 계약을 단순히 위아래로 이동시킴으로써(즉 임의의 x에 대하여 $u(s^o(x,t^0)+t^0)=u(s^o(x,t^1)+t^1)$으로 만듬으로써) t주변에 동일한 유인의 양을 배분할 수 있다. 그렇게 함으로써 주인은 t로부터 오는 모든 위험을 제거할 수 있고 이것은 최적의 위험배분 관점에서도 효율적이다.

그러나 만약 대리인의 유한 책임 제약이 특정한 (x,t)에서 최적 임금 계약 $s^0(x,t)$에 제약으로 작용한다면, 즉 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}]-t<k$이라면, 주인은 대리인의 유한 책임 제약의 조건 때문에 그러한 임금 계약을 설계할 수 없다. 실제로 補助定理 1은 t가 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}]-t>k$(즉 〈그림 1〉에서 $\underline{t}\le t\le t_0$)을 만족하면, 주인은 대리인의 임금 수준을 위아래로 이동시킴으로써 그런 t값들에 걸쳐 동일한 양의 유인을 부과할 수 있다. 그러나 t가 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}]-t<k$을 만족하면(즉 〈그림 1〉에서 $t_0\le t\le\bar{t}$), 주인은 대리인의 임금을 위아래로 이동할 수 없으며 높은 t에 대해서 더 낮은 수준의 유인을 주어야 한다. 전체적으로는 s가 덜 요구되기 때문에 이 경우는 사실 높은 t가 주인에게 더 좋다. 그러나 높은 t는 유인의 제공이라는 관점에서 주인에게 더 높은 비용을 요구하게 된다. 이 경우 t가 높아질수록, 동일한 유인을 제공하는 데 있어 대리인의 유한 책임 제약이 더 강력하게 작용한다. 그러므로 t가 어떤 값으로 실현되더라도 동일한 유인을 배분하는 것은, 대리인의 유한 책임 제약을 고려하지 않고서는 효율적인 위험 분담이지만, 더 높은 t에 대하여 더 많은 비용을 요구한다. 결과적으로 대리인이 최적의 노력인 a^0를 선택하도록 유도하기 위해서, 주인은 높은 t에 대하여 낮은 수준의 유인을 제공함으로써 효율적인 위험 분담으로부터 이탈하는 것이 최적이다.

사후적 정보 체계에서 최적 결합 편익은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$SW^o \equiv \int_t SW^o(t)h(t)dt, \tag{3.3}$$

이 때

$$\begin{aligned} SW^o(t) &\equiv \int_x [x-s^o(x,t)]f(x|a^o)dx \\ &\quad + \lambda[\int_x u(s^o(x,t)+t)f(x|a^o)dx - v(a^o)] \\ &= a^o - \lambda v(a^o) - C^o(t) \end{aligned} \tag{3.4}$$

즉 $SW^o(t)$는 t가 실제로 실현될 때 사후적 정보 체계하에서 최적화된 결합 편익을 의미한다. 위의 방정식에서

$$C^o(t) \equiv \int_x [s^o(x, t) - \lambda u(s^o(x, t) + t)] f(x|a^o) dx \tag{3.5}$$

즉 $C^o(t)$는 사후적 정보 체계하에서 대리인이 a^o를 선택하도록 하기 위하여 t에 배분된 대리 비용을 나타낸다.

분석의 편의를 위해 다음을 가정하자.

假定 1: $N_k \equiv \{s|s$는 k의 근방$\}$이라 할 때, 임의의 t에 대하여 $u'(N_k + t) > 1/\lambda$가 성립한다.

假定 1은 지나치게 제한적이거나 부자연스러운 가정은 아니다. 假定 1은 t에 관계없이 대리인의 임금이 생존수준으로 접근할 때 대리인의 한계효용은 특정 값 이상이 됨을 나타낸다. 그러므로 대리인이 받을 수 있는 비금전적인 이득의 범위는 임금의 범위보다 상대적으로 작아짐을 의미한다. 또한 대리인의 임금이 대리인의 효용을 결정하는 중요한 요인이 된다.

補助定理 2: 假定 1-3이 맞다면 주어진 t에 대하여, 다음 식이 성립한다.

$$\frac{dSW^o(t)}{dt} = -\frac{dC^o(t)}{dt} = 1 \quad \text{if } u'^{-1}[\tfrac{1}{z(x|a^o)}] - t > k, \text{ and}$$

$$\frac{dSW^o(t)}{dt} = -\frac{dC^o(t)}{dt} > 1 \quad \text{otherwise.}$$

補助定理 1에서 살펴본 것처럼, 주인은 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t > k$를 만족하는 t가 $s^o(x, t + d) = s^o(x, t) - d$가 되도록 대리인의 임금 계약을 설계한다. 이렇게 하면, 적어도 주어진 t근방에서는 주인은 각각의 t값이 실현되는 주변으로 동일한 양의 유인을 배분할 수 있다(즉 $u(s(x, t) + t)$가 t와 무관하다.). 그리고 t로부터 오는 위험을 제거할 수 있다. 그러므로 t의 변화에 따른 결합 편익의 변화, 즉 $\frac{dSW^o(t)}{dt}$는 임금 계약을 변화시키는 것으로부터 나타난다. 그러므로 식 (3.4)와 (3.5)로부터 다음 식을 얻는다.

$$\frac{dSW^o(t)}{dt} = -\frac{dC^o(t)}{dt} = -\int_x \frac{ds^o(x, t)}{dt} f(x|a^o) dx = 1.$$

그러나 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t < k$라면 주인은 대리인의 임금을 아래로 이동시킬 수 없다. t가 증가

할 때 대리인의 유한 책임 제약이 제약식으로서의 구속력을 갖기 때문이다. 그러므로 대리인이 기대를 바탕으로 a^o를 선택하도록 유도하기 위해서는 최적 임금 계약은 높은 t에 대해서 낮은 유인을 주는 방식으로 설계되어야 한다. 즉 높은 t에 대해서 더 낮은 유인 비용이 배분되어야함을 의미한다. 결론적으로 t가 증가할 때, 최적화된 결합 편익은 t에 대해서 동일한 유인을 주는 경우보다 더 증가하게 되고 이것을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{dSW^o(t)}{dt} = -\frac{dC^o(t)}{dt} > 1.$$

4. 事前的 情報

4.1. 主人의 義務的 情報 公開

이번 절에서는 먼저 대리인이 노력 수준 a를 선택하기 전에 주인이 t값을 관찰하되 t값에 관계없이 이 정보를 항상 대리인에게 공개해야 하는 상황을 고려한다.(9) 여기서 1계도 접근이 유효하다고 가정한다면 대리인의 극대화 문제는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\underset{a(t),\, s(x,t)}{Max} \quad & SW \equiv \int_t \int_x [x - s(x,t)] f(x|a(t)) h(t) dx dt \\
& \quad + \lambda \int_t \left[\int_x u(s(x,t)+t) f(x|a(t)) dx - v(a(t)) \right] h(t) dt \\
& s.t. \\
& \text{(i)} \int_x u(s(x,t)+t) f_a(x|a(t)) dx - v'(a(t)) = 0, \quad \forall\, t, \\
& \text{(ii)}\; s(x,t) \geq k, \quad \forall\, (x,t),
\end{aligned}$$

이전에 보았던 사후적 정보 체계에서의 극대화 문제와 구별되는 위의 극대화 문제 특징은, 대리인의 유인 제약이 실현되는 모든 t를 만족해야 하고 일반적으로 대리인의 노력 수준 선택이 t의 명백한 함수가 아니라는 점이다. 이것은 대리인이 t값을 알고 난 뒤에 노력 수준을 결정하기 때문이다.

$(a^*(t), s^*(x,t))$를 위의 극대화 문제의 최적해라고 하자. 위 문제의 오일러 방정식을 풀면, 최적 임금 계약 $s^*(x,t)$이 k보다 작은 경우에 최적 계약은 $s^*(x,t)=k$이 되고, 거의 모든 (x,t)에 대하여 최적 임금 계약이 k보다 클 경우에는 다음의 식을 만족해야 한다.

(9) 여기서 주인은 t를 정직하게 공개해야 한다. 대리인이 1기말에 t를 관찰할 수 있기 때문이다. 그러므로 이것은 사전적 정보를 외부 감사인이 공개하는 경우와 동일하다.

$$\text{(4.1)} \qquad \frac{1}{u'(s^*(x,t)+t)} = \lambda + \mu^*(t)\frac{f_a}{f}(x|a^*(t)) \equiv z^*(x,t|a^*(t)),$$

위의 방정식에서 $\mu^*(t)$는 이 문제에서 t가 실현되었을 때 대리인의 유인 제약의 최적화된 라그랑지 승수이다.

(4.1)로부터 다음 식을 직접 얻을 수 있다.

$$\text{(4.2)} \qquad s^*(x,t) = \begin{cases} u'^{-1}[\frac{1}{z^*(x,t|a^*(t))}] - t & \text{if } u'^{-1}[\frac{1}{z^*(x,t|a^*(t))}] - t \geq k, \\ k & \text{otherwise,} \end{cases}$$

또한 $(a^*(t), s^*(x,t))$가 다음 극대화 문제의 해라고 하자.

$$\begin{aligned} (AP)\ \ \underset{a_t,\, s_t(x)}{Max}\quad & SW_t \equiv \int_x [x - s_t(x)] f(x|a_t)dx \\ & \qquad + \lambda[\int_x u(s_t(x)+t) f(x|a_t)dx - v(a_t)] \\ & s.t. \\ & \text{(i)} \int_x u(s_t(x)+t) f_a(x|a_t)dx - v'(a_t) = 0, \\ & \text{(ii)}\ s_t(x) \geq k, \quad \forall\, x. \end{aligned}$$

위의 문제는 주인과 대리인이 임금 계약을 맺기 이전에 주인과 대리인이 t를 관찰했을 때, 주인의 극대화 문제를 나타내고 있다. 사전적 정보 체계에서 $s(x,t)$를 설계하여 원래 극대화 문제의 SW를 극대화하는 것은 위의 극대화 문제에서 모든 t마다 SW_t를 극대화하는 $s_t(x)$를 설계하는 것과 동일하다.

사전적 정보 체계에서 최적의 결합 편익은 다음과 같이 정의된다.

$$\text{(4.3)} \qquad SW^* \equiv \int_t SW^*(t)h(t)dt,$$

이 때

$$\text{(4.4)} \qquad \begin{aligned} SW^*(t) \equiv & \int_x [x - s^*(x,t)] f(x|a^*(t))dx \\ & + \lambda[\int_x u(s^*(x,t)+t) f(x|a^*(t))dx - v(a^*(t))] \\ = & \; a^*(t) - \lambda v(a^*(t)) - C^*(t) \end{aligned}$$

은 t가 실현되었을 때 사전적 정보 체계에서 최적의 결합 편익을 나타낸다. 방정식 (4.4)에서

$$C^*(t) \equiv \int_x [s^*(x, t) - \lambda u(s^*(x, t) + t)] f(x|a^*(t)) dx \tag{4.5}$$

은 사전적 정보 체계에서 t가 실현되었을 때, $a^*(t)$를 유도하는 대리 비용을 의미한다.

補助定理 3: 만약 $u'^{-1}[\frac{1}{z^*(\underline{x}, t|a^*(t))}] - t > k$라면 매우 작은 숫자 d에 대하여, $a^*(t+d) = a^*(t)$이고 $s^*(x, t+d) = s^*(x, t) - d$이다.

補助定理 3에서는 대리인의 유한 책임 제약이 $s^*(x, t)$에서 제약식으로서 작용하지 않는다면 다시 말해, $u'^{-1}[\frac{1}{z^*(\underline{x}, t|a^*(t))}] - t > k$면, 주인은 t의 변화에 따라서 임금 계약을 아래 위로 변화시켜서 임금 계약을 다시 설계한다. 즉 $s^*(t, t+d) = s^*(x, t) - d$이다. 이렇게 하여 주인은 t로부터 오는 위험을 효과적으로 제거할 수 있으며 최적의 위험 분담이라는 측면에서도 효율적이다. 그러므로 $a^*(t+d) = a^*(t)$를 도출할 수 있다.

그러나 대리인의 유한 책임 제약이 모든 t에 대해 $s^*(x, t)$에 제약으로 작용한다면, 다시 말해, $u'^{-1}[\frac{1}{z^*(\underline{x}, t|a^*(t))}] - t < k$라면 임금 계약을 설계할 때 t로부터 오는 위험을 제거할 수 없다. 그러므로 이 경우에는 $s^*(x, t+d) \neq s^*(x, t) - d$이고 $a^*(t+d) \neq a^*(t)$이다.

補助定理 4: 만약 $u'^{-1}[\frac{1}{z^*(\underline{x}, \bar{t}|a^*(\bar{t}))}] - \bar{t} > k$이면 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} > k$이고 $a^*(t) = a^o$이고 $s^*(x, t) = s^o(x, t)$이다.

補助定理 3에서 도출하였듯이, 만약 사전적 정보 체계하에서 최적 임금 계약 $s^*(x, t)$를 설계할 때 모든 t에 대하여 대리인의 유한 책임 제약이 제약식으로서의 구속력을 갖지 못한다면, 그 때 최적 계약은 $t \in [\underline{t}, \bar{t}]$의 변화에 따라 단지 아래 위로만 움직이게 될 것이다. 補助定理 4가 밝히고자 하는 바는, 이러한 경우에 있어서 주인의 최적화 문제는 사후적 정보 체계하에서 주인의 최적화 문제와 동일하다는 점과 사후적 정보 체계하에서 최적 계약을 설계할 때 대리인의 유한 책임 제약은 모든 t에 대하여 제약식으로서의 구속력을 갖지는 않는다는 점이다.

補助定理 5: 주어진 t에 대하여,

$$\text{만약 } u'^{-1}[\tfrac{1}{z^*(x,\, t|a^*(t))}] - t > k\text{이 성립한다면 } \frac{dSW^*(t)}{dt} = 1$$

$$\text{만약 } u'^{-1}[\tfrac{1}{z^*(x,\, t|a^*(t))}] - t < k\text{이 성립한다면 } \frac{dSW^*(t)}{dt} < 1,$$

이 결과는 補助定理 2에서 나타난 결과와 대조적이다. 補助定理 3에서 보인 바와 같이 $u'^{-1}[\tfrac{1}{z^*(x,\, t|a^*(t))}] - t > k$을 만족하는 t에 대해서, $s^*(x, t+d) = s^*(x, t) - d$임을 얻을 수 있다. 그러므로 $\frac{dSW^*(t)}{dt} = 1$이다. 그러나 $u'^{-1}[\tfrac{1}{z^*(x,\, t|a^*(t))}] - t < k$인 t에서는 $s^*(x, t+d) \neq s^*(x, t) - d$이고 그 결과 $\frac{dSW^*(t)}{dt} < 1$이다.

후자의 경우를 명백하게 밝히기 위해서 매우 작은 숫자 d에 대하여, t가 $t^o + d$에서 t^o로 감소한다고 가정하자. 그리고 t^o가 실현되었을 때 주인이 $s^*(x, t^o + d) + d$ 대신 $\hat{s}(x, t^o)$를 설계한다고 가정하자.(10) $\hat{s}(x, t^o)$는 $s^*(x, t^o)$에서 d만큼 위로 변동한 것이기 때문에 $u(\hat{s}(x, t^o) + t^o) = u(s^*(x, t^o + d) + t^o + d)$이고, t^o가 실현될 때 $\hat{s}(x, t^o)$ 계약하에서는 대리인이 $\hat{a}(t^o) = a^*(t^o + d)$를 선택할 것이라는 점을 확인할 수 있다. 그 결과 결합 편익 $\hat{SW}(t^o)$는 $SW^*(t^o + d)$보다 정확하게 d만큼 작아진다. 즉

$$\begin{aligned}
\hat{SW}(t^o) &\equiv \hat{a}(t^o) - \lambda v(\hat{a}(t^o)) - \int_x [\hat{s}(x, t^o) - \lambda u(\hat{s}(x, t^o) + t^o)] f(x|\hat{a}(t^o))dx \\
&= a^*(t^o + d) - \lambda v(a^*(t^o + d)) \\
&\quad - \int_x [s^*(x, t^o + d) + d - \lambda u(s^*(x, t^o + d) + t^o + d)] f(x|a^*(t^o + d))dx \\
&= SW^*(t^o + d) - d.
\end{aligned}$$

이다.

그러나 t^o가 실현되었을 때, $\hat{a}(t^o)$를 유도하는 것이 최적은 아니다. t^o가 실현되었을 때 사전적 정보 체계에서의 최적 결합 편익 $SW^*(t^o)$는 $\hat{SW}(t^o)$보다 커야하고 이로부터 다음을 얻는다.

$$SW^*(t^o + d) - SW^*(t^o) < d.$$

(10) 주인이 $\hat{s}(x, t^o)$를 선택할 수 있다는 것은 쉽게 확인된다. $\hat{s}(x, t^o)$는 $s^*(x, t^o + d)$에서 단순히 위로 변동한 것이기 때문이다.

결국 $u'^{-1}[\frac{1}{z^*(\underline{x}, t|a^*(t))}] - t < k$라면 $\frac{dSW^*(t)}{dt} < 1$임을 얻게 된다.

그렇다면 사전적 정보 체계에서의 결합 편익과 사후적 정보 체계에서의 결합 편익을 비교해보자. 우선 다음 가정에서부터 시작하자.

假定 2: $v'''(a) > 0$.

假定 2는 대리인의 노력에 대한 한계비효용이 체증함을 뜻한다. 즉, 대리인이 노력에 대한 비효용함수 $v(a)$가 매우 볼록함을 의미한다.

命題 1: 假定 2가 성립할 때 사전적 정보 체계 하에서 주인이 항상 t를 공개해야 한다면,

$$SW^o = SW^* \quad if \quad u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} > k,$$

이고 그렇지 않으면,

$$SW^o > SW^*$$

이다.

命題 1은 주인이 사전적 정보를 항상 공개해야만 하고 대리인의 유한 책임 제약이 사후적 정보 체계 하에서 모든 (x, t)에 대해 제약식으로서 효력을 갖지 못한다면, 즉 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} \geq k$라면, 주인은 사전적 정보 체계나 사후적 정보 체계에 대해서 무차별하다는 것을 의미한다. 그러나 대리인의 유한 책임 제약이 어떤 (x, t)에 대해 제약식으로서의 구속력을 갖는다면, 즉 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} < k$라면 주인은 사전적 정보 체계보다는 사후적 정보 체계를 선호한다. 또는 대리인이 행동을 선택한 후에 t를 관찰하고 그 정보를 공개한다.

만약 사후적 정보 체계에서 $s^o(x, t)$를 설계할 때 대리인의 유한 책임 제약이 모든 (x, t)에 대하여 제약식으로서 구속력을 갖지 않는다면, 주인은 사전적 정보 체계에서도 $s^o(x, t)$와 동일한 임금 계약을 설계한다. 이것은 補助定理 1에서 본 것처럼 $s^o(x, t)$가 $u(s^o(x, t) + t)$를 t와 무관하게 만들고 사전적 정보 체계에서도 모든 t에 대해 a^o를 유도하기 때문이다. 실제로 補助定理 4에서처럼 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} > k$라면 사후적 정보 체계에서나 사전적 정보 체계에서나 극대화 문제는 $a^*(t) = a^o$이고 $s^*(x, t) = s^o(x, t)$라는 의미에서 동일하게 된다. 그러므로 이 경우

에는 $SW^* = SW^o$을 얻게 된다.

그러나 만약 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} > k$라면 사전적 정보 체계에서의 주인은 $s^o(x, t)$와 동일한 임금 계약을 설계할 수 없다. $s^o(x, t)$를 통해서 t에 대하여 독립적인 $u(s^o(x, t) + t)$를 만들 수 없기 때문이다. 결론적으로 $s^o(x, t)$는 사전적 정보 체계에서는 모든 t에 대해 a^o를 유도할 수 없다. 그러므로 주인은 이 경우 $s^o(x, t)$와 다른 $s^*(x, t)$를 설계해야 하고 그렇다면 $SW^* < SW^o$가 된다.

직관적으로 대리인이 노력을 결정하기 전에 주인이 t를 관찰하고 그 정보를 공개한다면, 실현되는 t에 따라 대리인이 좀 더 낳은 행동을 선택하도록 유도할 수 있다. 그러나 이 경우 실현되는 모든 t에 대해서 대리인의 유인 제약을 만족하는 임금 계약을 주인이 설계해야 한다. 그러나 이것은 사후적 정보 체계에서 기대만을 바탕으로 한 유인 제약을 만족하는 임금 계약을 설계하는 것보다 더 어렵다. 그러므로 주인이 사전적으로 정보를 관찰하는 것과 사후적으로 정보를 관찰하는 것에는 상충관계가 존재한다. 실제로 命題 1은 후자의 영향이 전자의 영향을 압도한다는 것을 지적한다($u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} > k$일 때에는 그 정도가 덜하다.).

$a^m \equiv \int_t a^*(t)h(t)dt$라고 하자. 이 때 사후적 정보 체계에서의 a^m은 사전적 정보 체계에서 $a^*(t)$이 생산하는 것과 동일한 기대 산출을 가져온다. 반면에 a^m만큼 노력하는 것은 $a^*(t)$만큼 노력하는 것보다 더 작은 기대비효용을 가져오는데 이것은 $v(\cdot)$가 볼록하기 때문이다. 더욱이 부록의 증명에서 언급해 놓은 것처럼, 사후적 정보 체계에서 a^m을 유도하는 것이 사전적 정보 체계에서 $a^*(t)$를 유도하는 것보다 더 적은 대리 비용을 요구한다. 이것은 사전적 정보 체계에서 모든 t에 대해 대리인의 유인 제약을 만족시켜 $a^*(t)$를 유도하는 것이 사후적 정보 체계에서 기대 효용만을 바탕으로 하여 a^m을 유도하는 것보다 더욱 어렵기 때문이다. 그러므로 사후적 정보 체계에서 a^m를 유도하는 것이 사전적 정보 체계에서 $a^*(t)$를 유도하는 것보다 더 좋다. 즉 $SW^* < SW^m$이다. 그러나 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} < k$일 때 a^m을 유도하는 것이 사후적 정보 체계 하에서 최적이 아닐 수 있으므로 사후적 정보 체계에서 최적인 a^o을 유도하는 것이 사전적 정보 체계에서 $a^*(t)$를 유도하는 것보다 더 좋다. 결국 $SW^* < SW^m \leq SW^o$이다.

그렇다면 주인이 선택적으로 t를 공개할 수 있는 경우로 분석을 확대하기 앞서 다음의 보조정리를 확인할 수 있다.

補助定理 6:

$$SW^o(\underline{t}) = SW^*(\underline{t}) \quad \text{if} \quad u'^{-1}[\tfrac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} > k,$$

이고

$$SW^o(\underline{t}) < SW^*(\underline{t}) \quad \text{if} \quad u'^{-1}[\tfrac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} < k.$$

만약 대리인의 유한 책임 제약이 사후적 정보 체계에서 모든 (x, t)에 대해 제약식으로서의 구속력을 갖지 않는다면 즉 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} \geq k$라면 $SW^o(\underline{t}) = SW^*(\underline{t})$임이 명백하다. 왜냐하면 모든 (x, t)에서 $SW^o(t) < SW^*(t)$이기 때문이다. 그러나 만약 補助定理 1에서처럼 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} < k$라면 사후적 정보 체계에서 최적 임금 계약 $s^o(x, t)$는 낮은 t에 대해 더 많은 유인을 제공하도록 설계되어야 하며, 대리인은 t가 실현되기 전에 t에 대한 기대효용을 바탕으로 자신의 노력 수준을 결정하게 된다. 그러므로 대리인이 t를 관찰한 후에 a^o를 선택하도록 유도하는 경우에 비하여, 대리인이 사후적 정보 체계 하에서 기대 효용만을 근거로 a^o를 선택하도록 하는 경우에는 낮은 t에 대하여 필요 이상의 많은 유인을, 그리고 높은 t에 대해서는 더 적은 유인을 제공하게 된다.

그래서 $t = \underline{t}$가 실현될 때 a^o를 유도하는 것이 최적이 아님에도 사후적 정보 체계하에서 $t = \underline{t}$에 대하여 필요 이상의 과도한 유인 비용이 발생한다. 결과적으로 만약 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} < k$이라면, 사후적 정보 체계하에서 $t = \underline{t}$일 때의 결합 편익은 사전적 정보 체계에서 $t = \underline{t}$일 때의 결합 편익보다 작아야 한다.

우리의 분석이 좀 더 의미를 갖도록 다음과 같은 가정을 해보자.

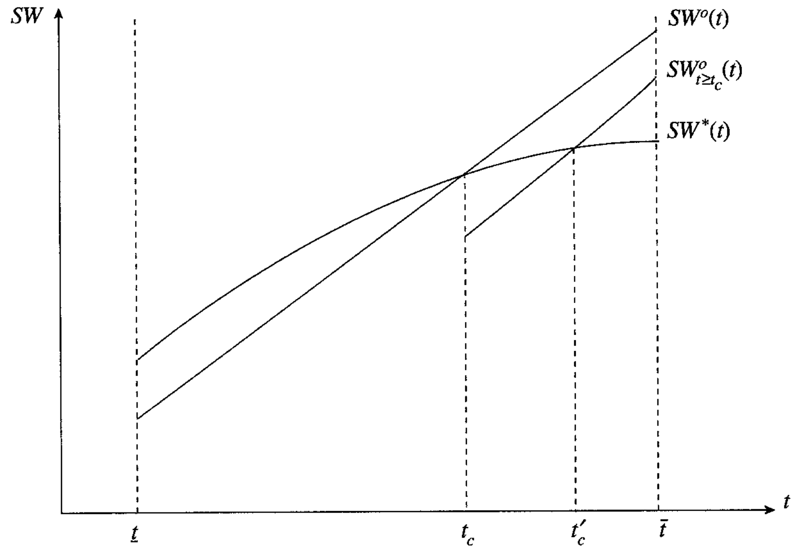
假定 3: $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} < k.$

假定 3은 사후적 정보 체계하에서 최적 임금 계약을 설계할 때 대리인의 유한 책임 제약이 어떤 (x, t)에 대해 제약식으로서의 구속력을 갖는다는 뜻이다.

다음 명제는 命題 1, 補助定理 5, 6으로부터 직접 도출된다.

命題 2: 假定 1-3이 맞다면 $t_c \in (\underline{t}, \bar{t})$가 존재하며

$$SW^o(t) < SW^*(t) \quad \text{if} \quad t < t_c,$$
$$SW^o(t) = SW^*(t) \quad \text{if} \quad t = t_c, \quad \text{and}$$
$$SW^o(t) > SW^*(t) \quad \text{if} \quad t > t_c.$$



〈그림 2〉

〈그림 2〉는 命題 2를 표현하고 있다. 〈그림 2〉에서 보는 것처럼 만약 t가 낮다면 즉 $t \le t_c$라면 주인은 대리인이 행동을 취하기 전에 이러한 정보를 사용하는 것이 더 좋은 반면 t가 높다면 즉 $t > t_c$라면 대리인이 행동 취한 후에 정보를 사용하는 것이 좋다. t가 낮을수록 대리인의 s에 대한 한계효용 즉 $u'(s+t)$가 높기 때문이다. 그러므로 t가 낮을 때 대리인은 임금 s에 대해 더욱 민감하게 반응할 것이고, 대리인에게 동기를 부여하기 위해 t를 사용하는 것이 기대값에 근거한 대리인에게 t를 사용하지 않고 동기를 제공하는 것보다 비용이 적게 들게 되며 그 역도 성립한다.

4.2. 主人의 選擇的 情報 公開

이전 절에서는 사전적 정보 체계에서 주인이 대리인에게 t값에 관계없이 항상 t값을 공개해야만 하는 경우를 살펴보았다. 이 경우 주인은 사전적 정보 체계보다 사후적 정보 체계를 선호한다는 사실을 확인했다(命題 1). 그러나 이번 절에서는 주인이 사전적 정보 체계하에서 t의 실제 값을 관찰한 후 이 정보를 대리인에게 공개할지 아니면 혼자만 알고 있을지를 결정할 수 있다고 가정한다. 이러한 일반적인 경우에도 주인은 계속해서 사전적 정보 체계보다 사후적 정보 체계를 선호하는지를 조사해 볼 것이다.

먼저 사전적 정보 체계에서 주인은 t값에 관계없이 그 정보를 공개하지 않을 것이라고 대리인이 믿고 있다고 가정하자. 대리인의 그러한 믿음에 대하여 어떤 t값이 실현되었을 때 주인이 그것을 공개한다면 최적의 결합 편익은 식 (4.4)에서의 $SW^*(t)$가 될 것이고 공개하지

않는다면 식 (3.2)에서의 $SW^o(t)$가 될 것이다. 주인이 t를 공개하지 않는다면 대리인은 t값이 $\underline{t}$와 $\bar{t}$ 사이의 어떠한 숫자일거라고 믿기 때문이다. 그러므로 〈그림 2〉에서 본 것처럼, 대리인이 이렇게 믿고 있다면 주인은 $t < t_c$일 때에는 t를 공개하고 $t \geq t_c$일 때에는 t를 공개하지 않을 유인이 있다. 그러나 이러한 주인의 공개 전략을 이미 예측하고 있는 대리인은 주인이 t를 공개하지 않는다면 t가 t_c보다 크다고 그의 믿음을 수정할 것이다.

대리인의 수정된 믿음에 대하여 만약 주인이 $t \geq t_c$인 경우에조차 t값을 공개한다면 이 때의 최적의 결합 편익은 여전히 식 (4.4)에서의 $SW^*(t)$가 될 것이다. 이러한 경우 $(a^*(t), s^*(x, t))$가 최적해이기 때문이고, 따라서 최적의 결합 편익은 주인의 공개 전략에 대한 대리인의 믿음과는 무관하게 된다. 그러나 t가 공개되지 않았을 때에는 대리인의 믿음이 변화함에 따라 최적의 결합 편익도 변화하게 된다.

이것을 확인하기 위해서 t가 공개되지 않는다면 대리인은 t가 t_c보다 크다고 믿고, 실제로 주인은 t가 t_c보다 크면 값을 공개하지 않기로 결정한다고 가정하자. 그러면 $t \geq t_c$일 때 주인의 최적화 문제는 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
\underset{a,\, s(x,t)}{Max} \quad & SW_{t\geq t_c} \equiv \int_{t\geq t_c}\int_x [x - s(x,t)] f(x|a) h(t|t \geq t_c) dxdt \\
& \qquad + \lambda[\int_{t\geq t_c}\int_x u(s(x,t)+t) f(x|a) h(t|t\geq t_c) dxdt - v(a)] \\
& s.t. \\
& \text{(i)} \int_{t\geq t_c}\int_x u(s(x,t)+t) f_a(x|a) h(t|t\geq t_c) dxdt - v'(a) = 0, \\
& \text{(ii)}\ s(x,t) \geq k, \quad \forall\ (x, t \geq t_c),
\end{aligned}
$$

이 때 $h(t|t \geq t_c)$는 $t \geq t_c$일 때의 t의 조건부 확률 분포함수를 나타낸다.

$(a^o_{t\geq t_c}, s^o_{t\geq t_c}(x, t))$를 위 문제의 최적해라고 하자. 그러면 다시 오일러 방정식을 풀어 냄으로써, 식 (4.6)이 $s^o_{t\geq t_c}(x,t) \geq k$을 만족하는 해를 갖도록 하는 거의 모든 $(x, t \geq t_c)$에 대하여 $s^o_{t\geq t_c}(x, t)$가 다음의 조건을 만족해야 하고 그렇지 않은 경우에는 $s^o_{t\geq t_c}(x,t) = k$임을 알 수 있다.

$$
(4.6) \qquad \frac{1}{u'(s^o_{t\geq t_c}(x,t)+t)} = \lambda + \mu^o_{t\geq t_c}\frac{f_a}{f}(x|a^o_{t\geq t_c}) \equiv z_{t\geq t_c}(x|a^o_{t\geq t_c}),
$$

위의 방정식에서 $\mu^o_{t\geq t_c}$는 대리인의 유인 제약에 대한 최적화된 라그랑지 승수이다.

t가 t_c보다 클 때 최적 결합 편익은 다음과 같이 표시할 수 있다.

(4.7) $$SW^o_{t\geq t_c} \equiv \int_{t\geq t_c} SW^o_{t\geq t_c}(t)h(t|t\geq t_c)dt,$$

이 때

(4.8) $$\begin{aligned} SW^o_{t\geq t_c}(t) &\equiv \int_x [x - s^o_{t\geq t_c}(x,t)]f(x|a^o_{t\geq t_c})dx \\ &\quad + \lambda[\int_x u(s^o_{t\geq t_c}(x,t)+t)f(x|a^o_{t\geq t_c})dx - v(a^o_{t\geq t_c})] \\ &= a^o_{t\geq t_c} - \lambda v(a^o_{t\geq t_c}) - C^o_{t\geq t_c}(t) \end{aligned}$$

은 t_c보다 큰 t가 실현되었을 때 최적 결합 편익을 나타낸다. 위의 방정식에서

(4.9) $$C^o_{t\geq t_c}(t) \equiv \int_x [s^o_{t\geq t_c}(x,t) - \lambda u(s^o_{t\geq t_c}(x,t)+t)]f(x|a^o_{t\geq t_c})dx$$

은 t가 t_c보다 클 때 대리인이 $a^o_{t\geq t_c}$를 선택하도록 유도하기 위해서 t에 배분되는 대리 비용을 의미한다.

$h(t)$ 대신에 $h(t|t\geq t_c)$으로 수정하고 나면 補助定理 1과 2, 命題 1은 $s^o_{t\geq t_c}(x,t)$와 $SW^o_{t\geq t_c}(t)$에 대하여 여전히 유효하다. 실제 수정된 補助定理 1과 2, 命題 1은 다음과 같다.

補助定理 1M: 만약 $t\geq t_c$일 때 $u'^{-1}[\frac{1}{z_{t\geq t_c}(x|a^o_{t\geq t_c})}] - t > k$라면 매우 작은 숫자 d에 대하여 $s^o_{t\geq t_c}(x,t+d) = s^o_{t\geq t_c}(x,t) - d$이며 다음의 식이 성립한다.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_x u(s^o_{t\geq t_c}(x,t)+t)f_a(x|a^o_{t\geq t_c})dx = 0,$$

그리고 만약 $t\geq t_c$일 때 $u'^{-1}[\frac{1}{z_{t\geq t_c}(x|a^o_{t\geq t_c})}] - t > k$라면 다음의 식이 성립한다.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_x u(s^o_{t\geq t_c}(x,t)+t)f_a(x|a^o_{t\geq t_c})dx < 0.$$

補助定理 2M: 假定 1하에서 $t\geq t_c$라 주어지면 다음이 성립한다.

$$\frac{dSW^{o}_{t\geq t_c}(t)}{dt} = -\frac{dC^{o}_{t\geq t_c}(t)}{dt} = 1 \quad \text{if } u'^{-1}[\frac{1}{z_{t\geq t_c}(\underline{x}|a^{o}_{t\geq t_c})}] - t > k,$$

$$\frac{dSW^{o}_{t\geq t_c}(t)}{dt} = -\frac{dC^{o}_{t\geq t_c}(t)}{dt} > 1 \quad \text{otherwise.}$$

命題 1M:

$$SW^{*}_{t\geq t_c} \equiv \int_{t\geq t_c} SW^{*}(t)h(t|t\geq t_c)dt,$$

라고 하자. 이 때 $SW^{*}(t)$는 식 (4.4)의 정의와 같다. 假定 2가 성립한다는 것으로부터, 만약 $u'^{-1}[\frac{1}{z_{t\geq t_c}(\underline{x}|a^{o}_{t\geq t_c})}] - \bar{t} > k$이면

$$SW^{o}_{t\geq t_c} = SW^{*}_{t\geq t_c}$$

이고, 그렇지 않으면

$$SW^{o}_{t\geq t_c} > SW^{*}_{t\geq t_c}.$$

이다.

補助定理 1M, 2M과 命題 1M으로부터 다음 보조정리를 도출할 수 있다.

補助定理 7: 命題 1-3이 성립한다면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$u'^{-1}[\frac{1}{z_{t\geq t_c}(\underline{x}|a^{o}_{t\geq t_c})}] - \bar{t} < k.$$

補助定理 7은 사전적 정보 체계하에서 최적 임금 계약 $s^{o}(x, t)$를 설계할 때 대리인의 유한 책임 제약이 어떤 (x, t)에 대하여 제약식으로서의 구속력을 갖는다면, 즉 假定 3이 성립한다면, $t \geq t_c$라는 대리인의 믿음을 바탕으로 최적 계약을 설계할 때에도 유한 책임 제약은 여전히 제약식으로서의 구속력을 갖게 된다는 것을 의미한다.

補助定理 8: 假定 1-3이 성립한다면 다음의 관계가 성립한다.

$$SW^{o}_{t \geq t_c}(t_c) < SW^{*}(t_c).$$

〈그림 2〉에서 알 수 있듯이, t의 참값에 관계없이 사전적 정보 체계에서 주인이 항상 t를 공개하지 않는다고 대리인이 믿고 있을 때 $SW^{o}(t_c) = SW^{*}(t_c)$이다. 그러나 補助定理 8에서 보았듯이 만약 $t \geq t_c$일 때만 주인이 t값을 공개하지 않는다고 대리인이 믿는다면, $t \geq t_c$이고 t가 공개되지 않았을 때 최적의 결합 편익은 대리인의 원래 믿음에서의 최적 결합 편익보다 작게 된다. 그러므로 〈그림 2〉에서처럼, 대리인의 믿음이 수정된다면 $t_c' > t_c$일 때, $t < t_c'$인 한, 주인은 t를 공개할 유인이 있다. 그러므로 이러한 방법을 되풀이해 본다면 사전적 정보 체계에서 주인의 선택이 주어진다면, 대리인의 균형 믿음은 t가 공개되지 않는다면 $t = \bar{t}$이고 주인의 균형 공개 전략은 항상 t를 공개하는 것이다.(11) 결과적으로 사전적 정보 체계에서 t를 관찰하고 주인이 그 정보를 선택적으로 공개할 수 있다하더라도 주인은 사전적 정보 체계보다는 사후적 정보 체계를 선택해야 한다. 이러한 결과는 다음 명제로 요약된다.

命題 3: 사전적 정보 체계에서 주인의 균형 공개 전략은 항상 t값을 공개하는 것이다. 그러므로 주인은 사전적 정보 체계보다는 사후적 정보 체계를 선호한다.

5. 結　　論

이 논문의 목적은 주인-대리인 구조에서 동일한 성격의 정보가 주인에게 다른 시간에 전달될 때, 서로 다른 정보 체계의 효율성을 비교하는 것이다. 먼저 사전적 정보 체계에서 주인이 그가 가진 정보를 대리인에게 항상 공개해야 할 때에는 주인은 사전적 정보 체계보다는 사후적 정보 체계를 선호한다. 사전적 정보 체계에서 주인은 실현되는 정보에 따라서 대리인이 좀더 낳은 행동을 선택하도록 유도할 수 있다. 그러나 주인은 정보가 실현되는 모든 가능한 경우에 대해서 대리인의 유인 제약을 만족하는 유인 계약을 설계해야 한다. 그리고 사전적 정보 체계에서 부정적 효과가 긍정적 효과를 압도하게 됨을 살펴보았다. 주인이 사

(11) 이러한 결과는 기업(대리인)이 공시를 통해 자발적으로 재무정보를 공개하는 것과 유사하다. 그러나 공시에서는 대리인 측면에서의 감추어진 행동 문제가 존재하지는 않는다. 이러한 기업의 전략적 공개 전략에 대해서는 Grossman(1981), Milgrom(1981), Gal-Or(1985, 1986)과 Vives(1984, 1990)을 참고하라.

전적 정보 체계에서 선택적으로 사전적 정보를 공개할 수 있더라도 주인의 균형 정보 공개 전략은 대리인에게 항상 정보를 공개하는 것이 되고 주인은 명백하게 사전적 정보 체계보다는 사후적 정보 체계를 선호한다.

서울大學校 經濟學部 副敎授
151-742 서울특별시 관악구 신림동 산56-1
전화: (02)880-6363
팩스: (02)886-4231
E-mail: sonkukim@snu.ac.kr

附 錄

補助定理 1의 證明: d가 매우 작은 숫자이고 $t^1 = t^0 + d$일 때, $t^0 < t^1$인 경우를 생각해 보자. (3.2)로부터, $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t^1 < k$일 때,

$$s^o(x, t^1) = u'^{-1}[\tfrac{1}{z(x|a^o)}] - t^1, \forall x,$$

이고 $t^0 < t^1$이므로

$$s^o(x, t^0) = u'^{-1}[\tfrac{1}{z(x|a^o)}] - t^0, \forall x,$$

이다. 그러므로, 다음은 확실하다.

$$u(s^o(x, t^0) + t^0) = u(s^o(x, t^1) + t^1), \forall x.$$

위의 식에서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\int_x u(s^o(x, t^0) + t^0)f_a(x|a^o)dx = \int_x u(s^o(x, t^1) + t^1)f_a(x|a^o)dx.$$

반면에, $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t^1 < k$일 때, $x < x_c^1$이고 x_c^1이 다음을 만족한다면

$$u'^{-1}[\tfrac{1}{z(x_c^1|a^o)}] - t^1 = k,$$

(3.2)로부터 다음을 얻을 수 있고,

$$s^o(x, t^1) = \begin{cases} u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t^1 & \text{for } x \geq x_c^1 \\ k & \text{otherwise.} \end{cases}$$

또한 (3.2)로부터 다음을 확인할 수 있다.

$$s^o(x, t^0) = \begin{cases} s^o(x, t^1) + d & \text{if } x \geq x_c^1 \\ s^o(x, t^1) + \Delta(x) & \text{otherwise.} \end{cases}$$

위의 방정식에서, $x < x_c^0$이고 x_c^0가 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x_c^0|a^o)}] - t^0 = k$를 만족할 때 $\Delta(x) = 0$이고 $\Delta(x)$는 $x_c^0 \leq x < x_c^1$에서 $t^1 - t^0 = d$일 때까지 단조증가한다. 그러므로, $u(s^o(x, t^1) + t^1) - u(s^o(x, t^0) + t^0)$가 x에 대해서 증가함수가 아니고 $x_c^0 \leq x < x_c^1$에서 단조감소함수임을 알 수있다. 그 결과로 다음 식이 유도된다.

$$\int_x u(s^o(x, t^1) + t^1) f_a(x|a^o) dx < \int_x u(s^o(x, t^0) + t^0) f_a(x|a^o) dx.$$

補助定理 2의 證明:

(1) $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t > k$일때,

d가 매우 작은 숫자일 때, t가 $t^0 + d$로 증가한다고 가정하고 $t = t^0$일 때 시작해보자. $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t^0 - d > k$이므로 補助定理 1에서부터 다음 식을 얻는다.

$$s^o(x, t^0 + d) = s^o(x, t^0) - d, \forall x,$$

또한

$$u(s^o(x, t^0) + t^0) = u(s^o(x, t^0 + d) + t^0 + d), \forall x.$$

이다. 그러므로 $a^o(t^0) = a^o(t^0 + d)$을 얻고 (3.4)로부터 다음을 도출할 수 있다.

$$\begin{aligned} SW^o(t^0+d) - SW^o(t^0) &= -[C^o(t^0+d) - C^o(t^0)] \\ &= \int_x [s^o(x, t^0) - s^o(x, t^0+d)] f(x|a^o)dx \\ &\quad + \lambda\int_x [u(s^o(x, t^0+d) + t^0 + d) - u(s^o(x, t^0) + t^0)] f(x|a^o)dx \\ &= d. \end{aligned}$$

결과적으로 다음을 얻는다.

$$\frac{dSW^o(t)}{dt} = -\frac{dC^o(t)}{dt} = 1.$$

(2) $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t < k$일 때,

t^0에서 시작하자. (3.2)로부터 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t^0 < k$이고,

$$s^o(x, t^o) = \begin{cases} u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t^0 & \text{if } x \geq x_c^0 \\ k & \text{otherwise,} \end{cases}$$

x_c^0는 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x_c^0|a^o)}] - t^0 = k$을 만족한다. 그리고,

$$s^o(x, t^0+d) = \begin{cases} s^o(x, t^0) - d & \text{if } x \geq x_c^1 \\ k & \text{otherwise,} \end{cases}$$

이고 $x_c^1 > x_c^0$는 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x_c^1|a^o)}] - t^0 - d = k$를 만족한다. t^0가 실현되었다고 할 때, 임의의 x에 대한 또 다른 계약인 $(x, t^0) = s^o(x, t^0+d) + d$을 고려해보자. 그렇다면

$$\hat{s}(x, t^0) = \begin{cases} s^o(x, t^0) & \text{for } x \geq x_c^1 \\ s^o(x, t^0) - \Delta'(x) = k + d & \text{for } x_c^0 \leq x < x_c^1 \\ s^o(x, t^0) + d = k + d & \text{for } x \leq x_c^0, \end{cases}$$

이고 이 때, $0 < \Delta'(x) \leq d$는 x의 감소함수이다. 그러므로 (3.4)로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
SW^o(t^0+d) - SW^o(t^0) &= -[C^o(t^0+d) - C^o(t^0)] \\
&= \int_x [s^o(x, t^0) - s^o(x, t^0+d)] f(x|a^o)dx \\
&\quad + \lambda \int_x [u(s^o(x, t^0+d) + t^0 + d) - u(s^o(x, t^0) + t^0)] f(x|a^o)dx \\
&> \int_x [\hat{s}(x, t^0) - s^o(x, t^0+d)] f(x|a^o)dx \\
&\quad + \lambda \int_x [u(s^o(x, t^0+d) + t^0 + d) - u(\hat{s}(x, t^0) + t^0)] f(x|a^o)dx \\
&= d.
\end{aligned}
$$

위의 식에서 부등식 관계는 다음과 같은 사실에서 확인할 수 있다.

$$
\lambda \int_x [u(\hat{s}(x, t^0) + t^0) - u(s^o(x, t^0) + t^0)] f(x|a^o)dx > \int_x [\hat{s}(x, t^0) - s^o(x, t^0)] f(x|a^o)dx,
$$

이것은 假定 1로부터 직접 얻을 수 있다. 그러므로 최종적으로 다음을 도출할 수 있다.

$$
\frac{dSW^o(t)}{dt} = -\frac{dC^o(t)}{dt} > 1.
$$

補助定理 3의 證明: 대리인의 유한 책임 제약이 $s^*(x, t)$에 제약식으로서 구속력을 갖지 않으므로 매우 작은 숫자 d에 대하여, $s^*(x, t) - d$가 역시 제약식으로서 구속력을 갖지 않음을 쉽게 알 수 있다. 반대로 $s^*(x, t+d) \neq s^*(x, t) - d$라고 가정하자. 만약 $t+d$가 실현되었을 때 주인이 $s^*(x, t+d)$ 대신에 $s^*(x, t) - d$를 설계한다면 대리인은 $a^*(t+d)$ 대신에 $a^*(t)$를 선택할 것이다. 왜냐하면 $u(s^*(x, t) + t) = u(s^*(x, t) - d + t + d)$이기 때문이다. $t+d$가 실현될 때, $s^*(x, t+d)$가 (AP)에서 최적 임금 계약이므로 다음을 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
SW^*(t+d) &= a^*(t+d) - \lambda v(a^*(t+d)) \\
&\quad - \int_x [s^*(x, t+d) - \lambda u(s^*(x, t+d) + t + d)] f(x|a^*(t+d))dx \\
&> \int_x [x - s^*(x, t) + d] f(x|a^*(t))dx \\
&\quad + \lambda [\int_x u(s^*(x, t) - d + t + d) f(x|a^*(t))dx - v(a^*(t))] \\
&= a^*(t) - \lambda v(a^*(t)) + d + C^*(t) \\
&= SW^*(t) + d.
\end{aligned} \tag{A.1}
$$

또한 t가 실현되었을 때, 주인이 $s^*(x, t)$ 대신에 $s^*(x, t+d) + d$를 설계한다면 대리인은 $a^*(t)$

대신에 $a^*(t+d)$를 선택할 것이다. t가 실현되었을 때 $s^*(x,t)$가 최적 임금 계약이라면 다음을 얻게 된다.

$$
\text{(A.2)} \quad
\begin{aligned}
SW^*(t) &= a^*(t) - \lambda v(a^*(t)) \\
&\quad - \int_x [s^*(x,t) - \lambda u(s^*(x,t)+t)] f(x|a^*(t))dx \\
&> \int_x [x - s^*(x,t+d) - d] f(x|a^*(t+d))dx \\
&\quad + \lambda[\int_x u(s^*(x,t+d)+d+t) f(x|a^*(t+d))dx - v(a^*(t+d))] \\
&= a^*(t+d) - \lambda v(a^*(t+d)) - d + C^*(t+d) \\
&= SW^*(t+d) - d.
\end{aligned}
$$

(A.1)과 (A.2)를 합쳐본다면 $s^*(x,t+d) \neq s^*(x,t)-d$이면 모순이 있음을 알 수 있다. 그러므로 만약 $u'^{-1}[\frac{1}{z^*(x,t|a^*(t))}]-t>k$이라면 $s^*(x,t+d)=s^*(x,t)-d$이고 $a^*(t+d)=a^*(t)$임을 도출할 수 있다.

補助定理 4의 證明: 대리인의 유한 책임 제약이 모든 t에서 $s^*(x,t)$에 대하여 제약식으로서의 구속력을 갖지 않기 때문에 즉, $u'^{-1}[\frac{1}{z^*(x,\bar{t}|a^*(\bar{t}))}]-\bar{t}>k$이므로, 補助定理 3으로부터 모든 t에 대해 $s^*(x,t)=s^*(x,\bar{t})+\bar{t}-t$이고, $a^*(t)=a^*$임을 직접 확인할 수 있다. $S=\{s(x,t)|\text{ where } s(x,t+d)=s(x,t)-d\}$라고 하자. 그렇다면 $(a^*(t), s^*(x,t))$는 다음 최대화 문제의 해가 된다.

$$
\begin{aligned}
&\underset{a,\, s(x,t)\in S}{Max} \quad SW \equiv \int_t\int_x [x - s(x,t)] f(x|a)h(t)dxdt \\
&\qquad\qquad\qquad + \lambda[\int_t\int_x u(s(x,t)+t) f(x|a)h(t)dxdt - v(a)] \\
&\qquad\qquad s.t. \\
&\qquad\qquad \text{(i)} \int_t\int_x u(s(x,t)+t) f_a(x|a)h(t)dxdt - v'(a) = 0.
\end{aligned}
$$

모든 (x,t)에 대해 $s^*(x,t)>k$임을 확인하자. 대리인의 유한 책임 제약이 없는 $s^o(x,t)$는 S의 원소이므로 $(a^*, s^*(x,t))$는 또한 대리인의 유한 제약 책임이 없는 사전적 정보 체계에서 주인의 극대화 문제의 해가 되는 것을 쉽게 확인할 수 있다. 그러므로 $u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}]-\bar{t}\geq k$이고 $a^*=a^o$이고 $s^*(x,t)=s^o(x,t)$임을 얻을 수 있다.

補助定理 5의 證明: 만약 補助定理 3에서 본 것처럼 $u'^{-1}[\frac{1}{z^*(x,t|a^*(t))}]-t>k$라면 $s^*(x,t+d)=s^*(x,t)-d$이다. 그러므로 (4.4)에서부터 주어진 t에 대하여 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$SW^*(t+d) = SW^*(t) + d$$

그러므로 이 경우 $\frac{dSW^*(t)}{dt} = 1$ 이다.

그러나, $u'^{-1}[\frac{1}{z^*(x, t|a^*(t))}] - t < k$라면, 補助定理 3에서처럼, $s^*(x, t+d) \neq s^*(x, t) - d$이다. 이것을 알고 있다면 매우 작은 숫자 d에 대하여 t가 $t^0 + d$로 증가한다고 가정하고 $t = t^0$에서 시작하자. t^0가 실현되었을 때 주인은 다음 조건을 만족하는 임금계약 $\hat{s}(x, t^0)$를 설계한다고 가정하자.

$$\hat{s}(x, t^0) = s^*(x, t^0 + d) + d, \forall x.$$

여기서

$$u(\hat{s}(x, t^0) + t^0) = u(s^*(x, t^0 + d) + t^0 + d), \forall x,$$

이므로 t^0가 실현되었을 때 대리인은 $\hat{s}(x, t^0)$라는 임금계약에서 $a^*(t^0 + d)$를 선택할 것임을 알 수 있다. 그러므로 이 경우 t^0에서 결합 편익은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{SW}(t^0) &\equiv a^*(t^0+d) - \lambda v(a^*(t^0+d)) \\ &\quad - \int_x [\hat{s}(x, t^0) - \lambda u(\hat{s}(x, t^0) + t^0)] f(x|a^*(t^0+d))dx \\ &= SW^*(t^0+d) - d. \end{aligned}$$

t^o가 실현되었을 때 $\hat{s}(x, t^0)$와 같지 않는 $s^*(x, t^0)$가 실제 최적 계약이므로 다음을 얻을 수 있다.

$$SW^*(t^0) > \hat{SW}(t^0).$$

그러므로 다음을 도출할 수 있다.

$$SW^*(t^0+d) - SW^*(t^0) < SW^*(t^0+d) - \hat{SW}^*(t^0) = d.$$

命題 1의 證明: 먼저 $SW^o \geq SW^*$임을 확인해보자.

(4.2)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$s^*(x, t) = r(z^*) - t,$$

여기서 $r(z^*)$는 다음을 만족한다.

$$u'(r(z^*))z^* = \begin{cases} 1 & \text{if } r(z^*) \geq k + t \\ u'(k+t)z^* & \text{otherwise.} \end{cases}$$

(4.3)에서 SW^*는 다음과 같이 쓸 수 있고

$$SW^* \equiv \int_t [a^*(t) - \lambda v(a^*(t)) - C^*(t)]h(t)dt, \tag{A.3}$$

이때,

$$C^*(t) \equiv \int_x [r(z^*) - t - \lambda u(r(z^*))]\, f(x|a^*(t))dx. \tag{A.4}$$

이다.

여기서 <u>사후적</u> 정보 체계에서 대리인이 a^m을 선택하도록 유도하는 최적 임금 계약인 $s^m(x, t)$을 생각해보자. 이 때 a^m은

$$a^m \equiv \int_t a^*(t)h(t)dt. \tag{A.5}$$

이다.

그러므로, a^m은 <u>사전적</u> 정보 체계에서 최적 노력 수준인 $a^*(t)$의 평균 노력 수준을 나타낸다. 이 때 (3.1)로부터 $s^m(x, t) \geq k$를 만족하는 $s^m(x, t)$에 대하여 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\frac{1}{u'(s^m(x, t) + t)} = \lambda + \mu^m \frac{f_a}{f}(x|a^m) \equiv z^m,$$

만약 $s^m(x, t) \geq k$이 아니라면 유한 책임 제약에 의하여 $s^m(x, t) = k$이 된다. 위의 방정식에서

μ^m은 대리인의 유인 제약의 최적 라그랑지 승수를 나타낸다. 이 때 $s^m(x,t)$는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$s^m(x,t) \equiv r(z^m) - t,$$

여기서 $r(z^m)$은 다음을 만족한다.

$$u'(r(z^m))z^m = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad r(z^m) \geq k+t \\ u'(k+t)z^m & \text{otherwise.} \end{cases}$$

(3.3)에서 본 것처럼 이 경우 결합 편익 SW^m은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{(A.6)} \qquad SW^m \equiv a^m - \lambda v(a^m) - \int_t C^m(t)h(t)dt,$$

여기서

$$\text{(A.7)} \qquad C^m(t) \equiv \int_x [r(z^m) - t - \lambda u(r(z^m))] f(x|a^m)dx.$$

이다.

(A.3)과 (A.6)을 사용하여 다음을 얻을 수 있다.

$$\text{(A.8)} \qquad SW^m - SW^* = \lambda[\int_t v(a^*(t))h(t)dt - v(a^m)] + \int_t [C^*(t) - C^m(t)]h(t)dt,$$

그리고 (A.5)와 (A.7)을 이용하여 다음을 얻을 수 있다.

$$\text{(A.9)} \qquad \begin{aligned} \int_t [C^*(t) - C^m(t)]h(t)dt = &\int_t\int_x [r(z^*) - \lambda u(r(z^*))] f(x|a^*(t))h(t)dxdt \\ &- \int_t\int_x [r(z^m) - \lambda u(r(z^m))] f(x|a^m)h(t)dxdt. \end{aligned}$$

위의 두 문제가 1계도 조건을 각각 만족하므로

$$\int_x u(r(z^*))f_a(x|a^*(t))dx = v'(a^*(t)),\ \forall t,$$

이고

$$\int_t \int_x u(r(z^m)) f_a(x|a^m) h(t) dx dt = v'(a^m),$$

이다.

그러므로 다음을 얻게 된다.

$$\text{(A.10)} \quad \int_t \int_x u(r(z^*)) z^* f(x|a^*(t)) h(t) dx dt = \lambda \int_t \int_x u(r(z^*)) f(x|a^*(t)) h(t) dx dt + \int_t \mu^*(t) v'(a^*(t)) h(t) dt,$$

이고

$$\text{(A.11)} \quad \int_t \int_x u(r(z^m)) z^m f(x|a^m) h(t) dx dt = \lambda \int_t \int_x u(r(z^m)) f(x|a^m) h(t) dx dt + \mu^m v'(a^m).$$

다음과 같이 정의하자.

$$\text{(A.12)} \quad \psi(z) \equiv r(z) - u(r(z))z.$$

그렇다면 다음 식을 얻는다.

$$\text{(A.13)} \quad \psi'(z) = \begin{cases} -u(r(z)) & \text{if } r(z) \geq k + t \\ -u(k+t) & \text{otherwise.} \end{cases}$$

그러므로 $\psi(z)$가 z의 거의 대부분 영역에서 오목함이 명백하다. (A.9), (A.10), (A.11) 그리고 (A.12)를 이용하여 다음 식을 얻는다.

$$\text{(A.14)} \quad \int_t [C^*(t) - C^m(t)] h(t) dt = \int_t \int_x \psi(z^*) f(x|a^*(t)) dx h(t) dt - \int_t \int_x \psi(z^m) f(x|a^m) h(t) dx dt + \int_t \mu^*(t) v'(a^*(t)) h(t) dt - \mu^m v'(a^m).$$

또한 다음과 같이 정의하자.

$$z^h \equiv \lambda + \mu^m \frac{f_a}{f}(x|a^*(t)).$$

$\psi(z)$가 오목하므로,

$$
\text{(A.15)}\quad
\begin{aligned}
\int_t\int_x[\psi(z^h)-\psi(z^*)]f(x|a^*(t))h(t)dxdt &\le \int_t\int_x \psi'(z^*)(z^h-z^*)f(x|a^*(t))h(t)dxdt\\
&= -\int_t\int_x u(r(z^*))(\mu^m-\mu^*(t))f_a(x|a^*(t))h(t)dxdt\\
&= \int_t(\mu^*(t)-\mu^m)v'(a^*(t))h(t)dt\\
&\le \int_t \mu^*(t)v'(a^*(t))h(t)dt-\mu^m v'(a^m).
\end{aligned}
$$

이다.

위의 식에서 첫 번째 등식은 (A.13)에서 도출되었고 두 번째 식은 1계도 조건에서 도출되었다. 그러나 마지막 부등식은 假定 2에서 도출되었다. (A.15)를 (A.14)로 치환하면, 다음 식을 얻는다.

$$
\text{(A.16)}\quad
\begin{aligned}
\int_t[C^*(t)-C^m(t)]h(t)dt &\ge \int_t\int_x\psi(z^h)f(x|a^*(t))h(t)dxdt-\int_t\int_x\psi(z^m)f(x|a^m)h(t)dxdt\\
&= \int_t\int_x\psi(\lambda+\mu^m\frac{f_a}{f}(x|a^*(t)))f(x|a^*(t))h(t)dxdt\\
&\quad -\int_t\int_x\psi(\lambda+\mu^m\frac{f_a}{f}(x|a^m))f(x|a^m)h(t)dxdt.
\end{aligned}
$$

$x=a+\theta$에서 다음을 쉽게 확인할 수 있다.

$$\int_x\psi(\lambda+\mu^m\frac{f_a}{f}(x|a^*(t)))f(x|a^*(t))dx=\int_x\psi(\lambda+\mu^m\frac{f_a}{f}(x|a^m))f(x|a^m)dx.$$

그러므로 (A.16)으로부터 다음을 얻는다.

$$\text{(A.17)}\quad \int_t[C^*(t)-C^m(t)]h(t)dt \ge 0.$$

$v(\cdot)$가 볼록하므로 다음 식을 확인할 수 있다.

(A.18) $$\int_t v(a^*(t))h(t)dt \geq v(a^m).$$

(A.8), (A.17) 그리고 (A.18)을 사용하여 최종적으로 다음 식을 도출할 수 있다.

(A.19) $$SW^* \leq SW^m \leq SW^o.$$

위의 식에서 두 번째 부등식은 사후적 정보 체계에서 SW^o가 최적의 결합 편익이라는 사실에서 도출된다.그러므로 (A.19)는 의무적 정보 공개가 있는 사전적 정보 체계에서 최적 결합 편익이 도달할 수 있는 최대 수준은 사후적 정보 체계에서의 최적의 결합 편익임을 알려준다.

$u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} \geq k$임을 가정하자. 즉, 대리인의 유한 책임이 제약이 $s^o(x, t)$를 설계할 때 어떠한 (x, t)에 대하여 제약식으로서 구속력을 갖지 않을 때에는 다음 식이 성립한다.

$$s^o(x, t) = u'^{-1}[\frac{1}{z(x|a^o)}] - t, \ \forall(x, t).$$

補助定理 1에서 본 것처럼, $u(s^o(x, t) + t)$는 t와 무관하고 $s^o(x, t)$는 사전적 정보 체계에서 모든 t에 대해서 대리인의 유인 제약을 만족한다. 그러므로 $s^o(x, t)$는 사전적 정보 체계인 경우에도 설계될 수 있다. (A.19)으로부터 $s^o(x, t)$가 사전적 정보 체계에서 최적 임금 계약이고 $SW^o = SW^*$이다. 그러나 補助定理 1에서처럼 $u(s^o(x, t) + t)$는 t와 무관하지 않고 $s^o(x, t)$는 사전적 정보 체계에서 주인의 극대화 문제에 대한 해가 더 이상 될 수 없다. 즉 $s^*(x, t) \neq s^o(x, t)$이다. 결과적으로 이 경우에는 $SW^* < SW^o$이다.

補助定理 6의 證明: 만약 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} > k$라면, 모든 (x, t)에 대해서 $s^*(x, t) = s^o(x, t)$이다. 그러므로, $SW^o(\underline{t}) < SW^*(\underline{t})$이다.

그러나 만약 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} < k$이라면, (3.3)과 (3.4)로부터 $t = \underline{t}$일 때 사후적 정보 체계에서 결합 편익은 다음과 같다.

$$SW^o(\underline{t}) = a^o - \lambda v(a^o) - \int_x [s^o(x, \underline{t}) - \lambda u(s^o(x, \underline{t}) + \underline{t})] f(x|a^o)dx,$$

그리고 또한 (4.3)과 (4.4)로부터 $t = \underline{t}$일 때 사전적 정보 체계에서 결합 편익은 다음과 같이

실현된다.

$$SW^*(\underline{t}) = a^*(\underline{t}) - \lambda v(a^*(\underline{t})) - \int_x [s^*(x, \underline{t}) - \lambda u(s^*(x, \underline{t}) + \underline{t})] f(x|a^*(\underline{t}))dx.$$

대리인이 그의 노력 수준을 선택하기 전에 $t = \underline{t}$가 실현되는 경우 즉, 사전적 정보 체계를 가정해보자. 그러나 주인은 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^o)}] - \bar{t} < k$이므로 補助定理 1로부터 대리인이 $s^o(x, \underline{t})$에서 $a^h > a^o$를 선택함을 알 수 있다. 그러므로 α가 $0 < \alpha < 1$일 때 새로운 임금 계약

$$s^\alpha(x, \underline{t}) \equiv \alpha s^o(x, \underline{t}) + (1 - \alpha)FB$$

은 $t = \underline{t}$가 실현될 때, 대리인이 a^o를 선택하도록 유도한다. 여기서 FB는 주인이 상수인 a^o를 직접 지시할 경우 최선의 임금 계약을 의미한다.(12) 다음을 확인해보자.

$$\begin{aligned} SW^{FB}(\underline{t}) &\equiv a^o - \lambda v(a^o) - \int_x [FB - \lambda u(FB + \underline{t})] f(x|a^o)dx \\ &> SW^o(\underline{t}). \end{aligned}$$

그러므로, $t = \underline{t}$가 실현되었을 때, $s^\alpha(x, \underline{t})$에서의 결합 편익은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} SW^\alpha(\underline{t}) &\equiv a^o - \lambda v(a^o) - \int_x [s^\alpha(x, \underline{t}) - \lambda u(s^\alpha(x, \underline{t}) + \underline{t})] f(x|a^o)dx \\ &> a^o - \lambda v(a^o) - \int_x [s^\alpha(x, \underline{t}) - \lambda(\alpha u(s^o(x, \underline{t} + \underline{t}) + (1 - \alpha)u(FB + \underline{t}))] f(x|a^o)dx \\ &= \alpha SW^o(\underline{t}) + (1 - \alpha)SW^{FB}(\underline{t}). \end{aligned}$$

$SW^{FB}(\underline{t}) > SW^o(\underline{t})$이므로 다음 식을 얻게 된다.

$$SW^\alpha(\underline{t}) > SW^o(\underline{t}),$$

이 식은 사전적 정보 체계에서 $t = \underline{t}$가 실현되었을 때, 결합 편익이 $SW^o(\underline{t})$보다 더 높은 임금 계약이 존재함을 의미한다. 그러나 사전적 정보 체계에서 $t = \underline{t}$가 실현되었을 때 a^o를 유도하는 것이 최적이 아닐 수도 있으므로 다음 식을 최종적으로 얻을 수 있다.

---

(12) FB의 정확한 수준은 λ가 결정하게 된다.

$$SW^{o}(\underline{t}) < SW^{\alpha}(\underline{t}) \leq SW^{*}(\underline{t}).$$

補助定理 7의 證明: 반대로 $u'^{-1}[\frac{1}{z_{t \geq t_c}(x|a^{o}_{t \geq t_c})}] - t > k$라고 가정해보자. 즉, 대리인의 유한 책임 제약이 모든 (x, t)에 걸쳐 $s^{o}_{t \geq t_c}(x, t)$에 대하여 제약식으로서 구속력을 갖지 않다고 가정하자. 그렇다면 補助定理 1M에 의해 d가 매우 작은 숫자일 때, $t \in [t_c, \bar{t}]$에서 $s^{o}_{t \geq t_c}(x, t + d) = s^{o}_{t \geq t_c}(x, t) - d$임을 알 수 있다. 그러므로 $s^{o}_{t \geq t_c}(x, t)$는 사전적 정보 체계에서 모든 $t \geq t_c$에 대해 대리인의 유인 제약을 만족하게 된다. 命題 1M으로부터 $t \in [t_c, \bar{t}]$에서 $s^{o}_{t \geq t_c}(x, t) = s^{*}(x, t)$을 얻을 수 있다. 대리인의 유인 제약이 $s^{o}_{t \geq t_c}(x, \bar{t}) = s^{*}(x, \bar{t})$에 대해서는 제약식으로서의 구속력을 갖지 않으므로 $u'^{-1}[\frac{1}{z^{*}(\underline{x}, \bar{t}|a^{*}(\bar{t}))}] - \bar{t} > k$을 얻을 수 있다. 그러므로 補助定理 4로부터 $u'^{-1}[\frac{1}{z(\underline{x}|a^{o})}] - \bar{t} > k$가 되고 이것은 假定 3에 모순된다.

補助定理 8의 證明: 補助定理 6을 증명한 동일한 방법으로 補助定理 8은 쉽게 증명할 수 있다.

參 考 文 獻

Beaudry, P.(1994): "Why an Informed Principal May Leave Rents to an Agent," *International Economic Review*, **35**, 821-832.

Gal-Or, E.(1985): "Information Sharing in Oligopoly," *Econometrica*, **53**, 329-343.

______(1986): "Information Transmission — Cournot and Bertrand Equilibria," *Review of Economic Studies*, **53**, 85-92.

Gjesdal, F.(1982): "Information and Incentives: The Agency Information Problem," *Review of Economic Studies*, **49**, 373-390.

Grossman, S.(1981): "The Information Role of Warranties Private Disclosure About Product Quality," *Journal of Law and Economics*, **24**, 461-483.

Grossman, S., and O. Hart(1983): "An Analysis of the Principal-Agent Problem," *Econometrica*, **51**, 7-45.

Harris, M., and A. Raviv(1979): "Optimal Incentive Contracts with Imperfect Information," *Journal of Economic Theory*, **20**, 231-259.

Holmstrom, B.(1979): "Moral Hazard and Observability," *Bell Journal of Economics*, **10**, 74-91.

______(1982): "Moral Hazard in Teams," *Bell Journal of Economics*, **13**, 324-340.

Jewitt, I.(1988): "Justifying the First Order Approach To Principal-Agent Problems," *Econometrica*, **56**, 1177-1190.

Kim, S.K.(1995): "Efficiency of an Information System in an Agency Model," *Econometrica*, **63**, 89-102.

Maskin, E., and J. Tirole(1990): "The Principal-Agent Relationship with an Informed Principal: The Case of Private Values," *Econometrica*, **58**, 379-410.

______(1992): "The Principal-Agent Relationship with an Informed Principal II: Common Values," *Econometrica*, **60**, 1-42.

Milgrom, P.(1981): "Good News and Bad News: Representation Theorems and Application," *Bell Journal of Economics*, **12**, 380-391.

Mirrlees, J.(1974): "Notes on Welfare Economics, Information and Uncertainty," in *Essays in Economic Behavior Under Uncertainty*, in M. Balch, D. McFadden, and S. Wu, Amsterdam (eds.), North-Holland, 243-258.

Rogerson, W.(1985): "The First Order Approach to Principal-Agent Problems," *Econometrica*, **53**, 1357-1368.

Ross, S.(1973): "The EconomicTheory of Agency: The Principal's Problem," *American Economic Review*, **63**, 134-139.

Shavell, S.(1979): "Risk Sharing and Incentives in the Principal and Agent Relationship," *Bell Journal of Economics*, **10**, 55-73.

Sinclair-Desgagne, B.(1994): "The First-Order Approach to Multi-Signal Principal — Agent Problems," *Econometrica*, **62**, 459-466.

Vives, X.(1984): "Duopoly Information Equilibrium: Cournot and Bertrand," *Journal of Economic Theory*, **34**, 71-94.

______(1990): "Trade Association Disclosure Rules, Incentives to Share Information, and Welfare," *Rand Journal of Economics*, **21**, 409-430.